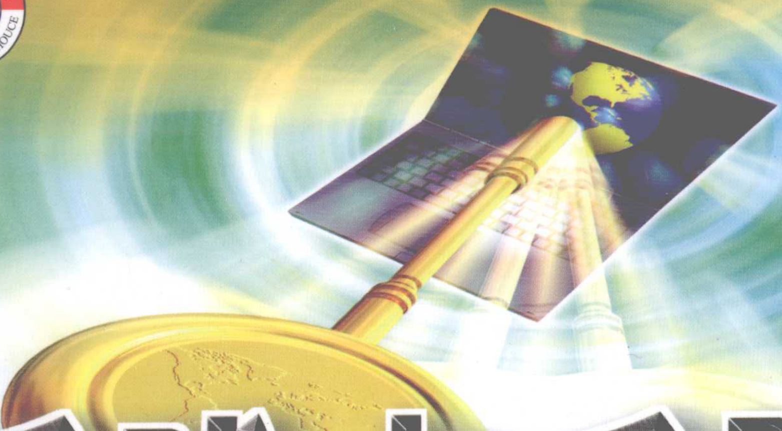


重难点手册

★三千万学子的制胜宝典
★五省市名师的在线课堂
★十五年书业的畅销品牌

新课标

配人教A版

高中数学

选修 2-1

汪江松 主编

华中师范大学出版社

重难点手册

配人教A版

高中数学

选修 2-1

★三千万学子 典

★五省市名师的 课堂

★十五年书业的畅销品牌

华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

重难点手册——高中数学 2-1(选修)(配人教 A 版)/汪江松主编. —2 版.
—武汉:华中师范大学出版社,2009.12
ISBN 978-7-5622-3659-7

Ⅰ. 重…　Ⅱ. 汪…　Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 142846 号

重难点手册——高中数学 2-1(选修)　配人教 A 版

主编:汪江松
责任编辑:陈兰枝　　责任校对:张　忠　　封面设计:新视点
选题设计:第一编辑室(027—67867361)
出版发行:华中师范大学出版社 ©
社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号　　邮编:430079
销售电话:027—67863040　027—67867371　027—67861549
传真:027—67863291　　邮购:027—67861321
网址:http://www.ccnupress.com.cn　　电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn
印刷:武汉中远印务有限公司　　督印:章光琼
字数:408 千字
开本:880mm×1230mm　1/32　　印张:12.75
版次:2008 年 9 月第 2 版　　印次:2009年12月第3次印刷
定价:19.80 元

欢迎上网查询、购书

MULU 目 录

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

1.1.1 命　题

课程目标三维点击

1. 了解命题的概念，会用两个条件判断一个语句是否是命题.

2. 能正确指出已知命题的条件和结论，会将已知命题写成“若 p，则 q”的形式.

3. 会判断一些简单命题的真假，并能掌握用举反例的方法来判断某一命题为假命题.

重点难点疑点突破

1. 命题

一般地，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题.

其中判断为真的语句叫做真命题，判断为假的语句叫做假命题.

注意：命题通常用陈述句来表述，而不能以疑问句、祈使句和感叹句的形式出现. 如“$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$在$[0,2\pi]$上是奇函数吗?”、“证明：$\sin 2x+1=(\sin x+\cos x)^2$”、“五角星中的黄金比真多啊!”都不是命题.

命题的正确与否，要看它是否与客观事实相符合. 判断数学命题的正确与

否，常用逻辑推理来推证，或举出反例予以否定.

总之，判断一个语句是不是命题，就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

2. 命题的形式

数学中的命题通常可以表述成“若 p，则 q”的形式，也可以写成“如果 p，那么 q”，“只要 p，就有 q”等形式. 其中 p 叫做命题的条件，q 叫做命题的结论.

对于一般的数学命题，其条件和结论通常比较好区分. 但对有些数学命题，特别是简缩了的数学命题，通常其条件与结论并不那么分明，我们应该把它适当改写，就可以写成“若 p，则 q”的形式.

如“对顶角相等”，可改写成：

如果两个角是对顶角，那么这两个角相等.

又如“平行于同一平面的两个平面平行”，可改写为：

如果两个平面平行于同一个平面，那么这两个平面平行.

3. 科学猜想也是命题

如哥德巴赫猜想：每一个不小于 6 的偶数都可以表示为两个奇素数之和.

寿命猜想：人类的正常寿命是 200 岁.

这样的表述也是命题，因为这类猜想首先是陈述句，其次它的真假随着时间的推移和科学的发展，总是可以确定的.

解题方法技巧点拨

1. 判断命题真假的常用方法

(1) 逻辑推证法

例 1 (2005，天津) 给出下列三个命题：

① 若 $a\geqslant b>-1$，则 $\frac{a}{1+a}\geqslant\frac{b}{1+b}$；

② 若正整数 m 和 n 满足 $m\leqslant n$，则 $\sqrt{m(n-m)}\leqslant\frac{n}{2}$；

③ 设 $P_1(x_1,y_1)$ 为圆 $O_1:x^2+y^2=9$ 上任一点，圆 O_2 以 $Q(a,b)$ 为圆心且半径为 1，当 $(a-x_1)^2+(b-y_1)^2=1$ 时，圆 O_1 与圆 O_2 相切.

其中假命题的个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

【解】 ① (方法 1) $\because a\geqslant b>-1$，$\therefore a+1\geqslant b+1>0$.

$\therefore \frac{a}{1+a}-\frac{b}{1+b}=\frac{a-b}{(1+a)(1+b)}\geqslant 0$，$\therefore \frac{a}{1+a}\geqslant\frac{b}{1+b}$.

（方法 2）$\because f(x)=\dfrac{x}{1+x}=1-\dfrac{1}{1+x}$在$(-1,+\infty)$上为增函数，

$\therefore$ 当 $a\geqslant b>-1$ 时，$f(a)\geqslant f(b)$，即 $\dfrac{a}{1+a}\geqslant\dfrac{b}{1+b}$. 故①为真命题.

② 因为正整数 m、n 满足 $m\leqslant n$，有 $m>0$，$n-m\geqslant 0$，

由均值不等式有 $\sqrt{m(n-m)}\leqslant\dfrac{m+(n-m)}{2}=\dfrac{n}{2}$. 故②为真命题.

③ 的实质是 $P_1(x_1,y_1)$在$\odot O_1$上，又 $P_1(x_1,y_1)$也在$\odot O_2$上，但两圆相交于 P_1 并不能保证两圆相切. 故③为假命题.

故选 B.

点评 对①的两种方法均属逻辑推证，③是指出其逻辑推证的错误，当然也可以举反例.

变式与引申 1 “已知 $a,x\in\mathbf{R}$，若关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant 0$ 的解集非空，则 $a\geqslant 1$.”试判断该命题的真假.

（2）举反例判定假命题

例 2 （2006，辽宁）给出下列四个命题：

① 垂直于同一直线的两条直线互相平行；

② 垂直于同一平面的两个平面互相平行；

③ 若直线 l_1、l_2 与同一平面所成的角相等，则 l_1、l_2 互相平行；

④ 若直线 l_1、l_2 是异面直线，则与 l_1、l_2 都相交的两条直线是异面直线.

其中假命题的个数是（　　）.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

【解】 由异面直线的公垂线知①假；垂直于同一个平面的两个平面也可以相交，②假；设直线 l_1 交平面 α 于点 P，过点 P 作平面 α 的垂线 l，l_1 关于 l 的对称直线为 l_2，l_1、l_2 与 α 所成的角相等，但 $l_1\cap l_2=P$，③假；过异面直线公垂线上一点的直线可与两异面直线都相交，④假.

故选 D.

点评 逻辑推证法既可用来判断命题为真，也可用来判定命题为假. 而举反例则是判定一个命题为假的最简单最有效的办法.

变式与引申 2 已知不同直线 m、n 及不重合平面 P、Q，给出下列结论：

① $m\subset P,n\subset Q,m\perp n\Rightarrow P\perp Q$；② $m\subset P,n\subset Q,m/\!/n\Rightarrow P/\!/Q$；

③ $m\subset P,n\subset P,m/\!/n\Rightarrow P/\!/Q$；④ $m\perp P,n\perp Q,m\perp n\Rightarrow P\perp Q$.

其中的假命题有（　　）.

（A）1 个　　（B）2 个　　（C）3 个　　（D）4 个

2. 将命题改写成“若 p,则 q”的形式

例 3　将下列命题改写成“若 p,则 q”的形式,并判断命题的真假:

(1) 到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上;

(2) 实数的平方为正数.

【解】　(1) 若一个点到已知线段两个端点的距离相等,则这个点在这条线段的垂直平分线上,为真命题.

(2) 若一个数为实数,则它的平方是正数,为假命题,因为 $0^2=0$.

点评　对于简缩了的数学命题,通常条件与结论都不太明显,在改写时,应先分清条件与结论,然后用清晰流畅的语句写成“若 p,则 q”的形式.

例 4　将“三角形两边之和大于第三边”写成“若 p,则 q”的形式.

【解】　若 a、b、c 分别为三角形的三边长,则 $a+b>c, b+c>a, c+a>b$.

点评　当有些命题用文字语言不易表述时,可以改用数学语言来表述. 如上面例 3 中的第 2 小题可改写为“若 $a\in\mathbf{R}$,则 $a^2>0$”.

学科能力高考链接

例 1　(2008,安徽) 已知 m,n 是两条不同的直线,α,β,γ 是三个不同的平面,下列命题正确的是(　　).

(A) 若 $m/\!/\alpha, n/\!/\alpha$,则 $m/\!/n$

(B) 若 $\alpha\perp\gamma, \beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$

(C) 若 $m/\!/\alpha, m/\!/\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$

(D) 若 $m\perp\alpha, n\perp\alpha$,则 $m/\!/n$

【解法 1】　A 中 m、n 可能相交;B 中 α、β 也可能相交;对于选项 C,若 $\alpha\cap\beta=n, m/\!/n$,则 $m/\!/\alpha, m/\!/\beta$,故 C 错.　故选 D.

【解法 2】　由垂直于同一平面的两直线平行知 D 正确.

例 2　(2007,北京,文) 对于函数① $f(x)=|x+2|$, ② $f(x)=(x-2)^2$, ③ $f(x)=\cos(x-2)$,判断如下两个命题的真假;

命题甲:$f(x+2)$是偶函数;

命题乙:$f(x)$在$(-\infty,2)$上是减函数,在$(2,+\infty)$上是增函数.

能使命题甲、乙均为真的所有函数的序号是(　　).

(A) ①②　　(B) ①③　　(C) ②　　(D) ③

【解法 1】　① 中 $f(x+2)=|4+x|$ 不是偶函数,不满足命题甲,排除 A、B;③ 中 $f(x)=\cos(x-2)$,显然不满足命题乙,排除 D.　故选 C.

【解法 2】　对于②，$f(x+2)=(x+2-2)^2=x^2$ 是偶函数，满足命题甲；又 $y=(x-2)^2$ 当 $x<2$ 时为减函数，当 $x>2$ 时为增函数，满足命题乙.

故选 C.

点评　以上两例的解法 1 是排除法，解法 2 是推证法. 两种方法一种是从反面思考，一种是从正面思考.

例 3　(2006，湖北，文) 关于直线 m、n 与平面 α、β，有下列四个命题：

① 若 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$，且 $\alpha/\!/\beta$，则 $m/\!/n$；

② 若 $m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$；

③ 若 $m\perp\alpha$，$n/\!/\beta$，且 $\alpha/\!/\beta$，则 $m\perp n$；

④ 若 $m/\!/\alpha$，$n\perp\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $m/\!/n$.

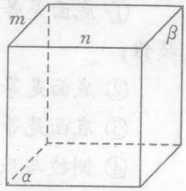


图 1-1-1

其中真命题的序号是(　　).

(A) ①、②　　　　(B) ③、④

(C) ①、④　　　　(D) ②、③

【解】　对于命题①，m 与 n 还可以相交或异面，故排除 A、C.

对于命题④，可构造如图 1-1-1 所示的正方体，α 为底面，β 为侧面. 显然，直线 m，n 与平面 α，β 满足题设条件，但 m 与 n 不是平行，而是相交的，故④错误，排除 B.

故选 D.

点评　这里是构造图形举反例说明④为假命题.

例 4　(2006，江西，文) 如果四棱锥的四条侧棱都相等，就称它为“等腰四棱锥”，四条侧棱称为它的腰，以下四个命题中，假命题是(　　).

(A) 等腰四棱锥的腰与底面所成的角都相等

(B) 等腰四棱锥的侧面与底面所成的二面角都相等或互补

(C) 等腰四棱锥的底面四边形必存在外接圆

(D) 等腰四棱锥的各顶点必在同一球面上

【解】　如图 1-1-2 所示，四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 为等腰四棱锥，即 $PA=PB=PC=PD$.

设 P 在底面 $ABCD$ 上的投影为 O，则

$$AO=BO=CO=DO.$$

故 A、C 显然为真命题.

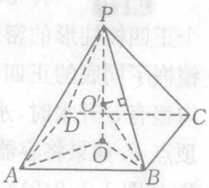


图 1-1-2

在平面 PBO 上作 PB 的垂直平分线交 PO 于点 O'，则 $PO'=BO'$.

又依①知 $AO'=BO'=CO'=DO'=PO'$,

故D为真命题.

故选B.

点评 这里是依等腰四棱锥的定义,用逻辑推证法判断A、C、D为真命题,再依选择题的特点,用正面排除法判断B为假命题.

变式与引申3 (2005,全国)下面是关于三棱锥的四个命题:

① 底面是等边三角形,侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥;

② 底面是等边三角形,侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥;

③ 底面是等边三角形,侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥;

④ 侧棱与底面所成的角都相等,且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

其中,真命题的编号是________.(写出所有真命题的编号)

例5 (2005,福建)把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.

若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于________对称,则函数 $g(x)=$________.(注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考虑所有可能的情形)

【解】 可填写下列情形中的一种:

① x 轴,$g(x)=-3-\log_2 x$;

② y 轴,$g(x)=3+\log_2(-x)$;

③ 直线 $y=x$,$g(x)=2^{x-3}$;

④ 直线 $y=-x$,$g(x)=-2^{-x-3}$;

⑤ 坐标原点,$g(x)=-3-\log_2(-x)$.

点评 本题为开放性试题,答案不唯一,主要运用函数的图象关于两坐标轴、坐标原点及某直线对称性质解题.

例6 (2008,江西)如图1-1-3(1),一个正四棱柱形的密封容器水平放置,其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块,容器内盛有 a 升水时,水面恰好经过正四棱锥的顶点 P.如果将容器倒置,水面也恰好经过点 P(如图1-1-3(2)).有下列四个命题:

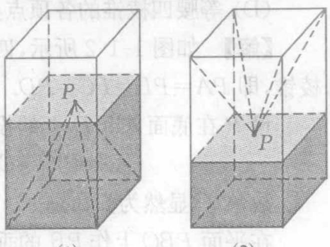


图1-1-3

(A) 正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半

(B) 将容器侧面水平放置时，水面也恰好经过点 P

(C) 任意摆放该容器，当水面静止时，水面都恰好经过点 P

(D) 若往容器内再注入 a 升水，则容器恰好能装满.

其中真命题的代号是________(写出所有真命题的代号).

【解】 设正四棱锥的高为 h，四棱柱的高为 H，底面正方形的边长为 c.

图 1-1-3(1)中 $a=c^2h-\frac{1}{3}c^2h=\frac{2}{3}c^2h$；

图 1-1-3(2)中 $a=c^2(H-h)$.

依 $c^2(H-h)=\frac{2}{3}c^2h$ 得 $H=\frac{5}{3}h$，

故排除 A.

设 B 成立，此时水面的高底则为$\frac{1}{2}c$，水的体积为

$$\frac{5}{3}hc\cdot\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}c^2h=\frac{2}{3}c^2h=a,\quad \text{故 B 正确.}$$

若往容器中再注入 a 升水，容器恰好装满，则

$$2\times\frac{2}{3}c^2h+\frac{1}{3}c^2h=c^2H,\qquad \text{得}\quad H=\frac{5}{3}h.$$

这说明 D 正确.

当棱柱的一角接触桌面而任意摆放破坏水面的对称性时，易知 C 不成立.

故填 B、D.

点评 本例作为一道填空题是有一定的难度，这里主要是运用设参推理来进行验证.

创新与拓展

例 1 (2006，上海) 如图 1-1-4，平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O. 对于平面上任意一点 M，若 p、q 分别是 M 到直线 l_1 和 l_2 的距离，则称有序非负实数对 (p,q) 是点 M 的“距离坐标”. 已知常数 $p\geqslant 0, q\geqslant 0$，给出下列三个命题：

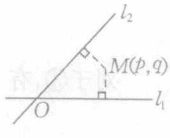


图 1-1-4

① 若 $p=q=0$，则“距离坐标”为 $(0,0)$ 的点有且仅有 1 个；

② 若 $pq=0$，且 $p+q\neq 0$，则“距离坐标”为 (p,q) 的点有且仅有 2 个；

③ 若 $pq\neq 0$，则“距离坐标”为 (p,q) 的点有且仅有 4 个.

上述命题中，正确命题的个数是(　　).

(A) 0　　　　(B) 1　　　　(C) 2　　　　(D) 3

【解】 ① 若 $p=q=0$,则"距离坐标"为$(0,0)$的只有点 O,故①正确;

② 若 $pq=0$,且 $p+q\neq 0$ 的点有无穷多,它们是直线 l_1 与 l_2 除去点 O 的点,故②不正确;

③ 若 $pq\neq 0$,又 $p\geqslant 0$,$q\geqslant 0$,则"距离坐标"为(p,q)的点有且仅有 4 个,这 4 个点分居两直线 l_1、l_2 相交所成的 4 个角的内部,且两两关于点 O 对称,故③正确.

故选 C.

点评　这里"距离坐标"实际上是点的坐标的一种"拓广":一是坐标系是斜交的两直线;二是坐标均取正(距离).

例 2　(2006,山东) 下列四个命题中,真命题的序号有______.(写出所有真命题的序号)

① 将函数 $y=|x+1|$ 的图象按向量 $\boldsymbol{v}=(-1,0)$ 平移,得到的图象对应的函数表达式为 $y=|x|$;

② 圆 $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x$ 相交,所得弦长为 2;

③ 若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$, $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$,则 $\tan\alpha\cot\beta=5$;

④ 如图 1-1-5,已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$,P 为底面 $ABCD$ 内一动点,P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等,则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.

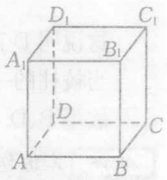


图 1-1-5

【解】 函数 $y=|x+1|$ 按向量 $\boldsymbol{v}=(-1,0)$ 平移后得到的解析式为 $y=|x+2|$,①错;

圆为$(x+2)^2+(y+1)^2=4$,直线 $y=\frac{1}{2}x$ 过圆心$(-2,-1)$,弦长为 4,②错;

对于③,有
$$\begin{cases}\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2},\\ \sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}\Rightarrow\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{3},\end{cases}$$

解得
$$\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta=\frac{5}{12}\\ \cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{12}\end{cases}\Rightarrow\tan\alpha\cot\beta=5,\text{③正确};$$

对于④,P 点到平面 AA_1D_1D 的距离即为 P 点到直线 AD 的距离,P 点到 CC_1 的距离,即为 P 点到点 C 的距离,由抛物线的定义知 P 点的轨迹为抛物线

的一部分，④正确.

故填③④.

点评 本例题目虽小，但涉及向量及函数图象的平移、直线与圆的位置关系、两角和差公式、立体几何与轨迹的交汇等知识. 其中第4个命题涉及抛物线的定义，将在下一章中学到.

自我检测

夯实基础

1. 给出下列语句：

① 太阳是绕着地球转的；　② 禽流感能人传人吗？

③ $\{1,2,3\}\subseteq \mathbf{R}$；　④ $|x+a|$；

⑤ $a+2\sqrt{3}$是有理数；　⑥ 奇数的偶次方是偶数.

其中命题的个数是（　　）.

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

2. (2006，北京，文) 设A、B、C、D是空间四个不同的点，在下列命题中，不正确的是（　　）.

(A) 若AC与BD共面，则AD与BC共面

(B) 若AC与BD是异面直线，则AD与BC是异面直线

(C) 若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD=BC$

(D) 若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD\perp BC$

3. 若A、B是两个集合，则下列命题中是真命题的是（　　）.

(A) 若$A\subseteq B$，则$A\cap B=A$　(B) 若$A\cap B=B$，则$A\subseteq B$

(C) 若$A\subseteq B$，则$A\cup B=A$　(D) 若$A\cup B=B$，则$B\subseteq A$

4. (2005，福建) 已知直线m、n与平面α、β，给出下列三个命题：

① 若$m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，则$m/\!/n$；

② 若$m/\!/\alpha$，$n\perp\alpha$，则$n\perp m$；

③ 若$m\perp\alpha$，$m/\!/\beta$，则$\alpha\perp\beta$.

其中真命题的个数是（　　）.

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

5. (2005，辽宁) 已知m、n是两条不重合的直线，α、β、γ是三个两两不重合的平面. 给出下列四个命题：

① 若$m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则$\alpha/\!/\beta$；

② 若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$;

③ 若 $m\subset\alpha,n\subset\beta,m/\!/n$,则 $\alpha/\!/\beta$;

④ 若 m、n 是异面直线,$m\subset\alpha,m/\!/\beta,n\subset\beta,n/\!/\alpha$,则 $\alpha/\!/\beta$.

其中真命题是(　　).

(A) ①和②　　(B) ①和③　　(C) ③和④　　(D) ①和④

6. (2006,天津,文) 设 l 为一条直线,α、β、γ 为三个互不重合的平面,给出下面三个命题:

① $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma\Rightarrow\alpha\perp\beta$;

② $\alpha\perp\gamma,\beta/\!/\gamma\Rightarrow\alpha\perp\beta$;

③ $l\perp\alpha,l\perp\beta\Rightarrow\alpha/\!/\beta$.

其中正确的命题有(　　).

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

7. 已知函数 $f(x)=|x^2-2ax+b|(x\in\mathbf{R})$,给出下列两个命题:

① 若 $a^2-b\leqslant0$,则 $f(x)$在区间$[a,+\infty)$上是增函数;

② $f(x)$有最小值 $b-a^2$.

其中正确命题的序号是________.

8. 把下列命题改写成"若 p,则 q"的形式.

(1) 平行四边形对角线互相平分;

(2) 垂直于同一平面的两直线平行;

(3) 当 $k<0$ 时,函数 $y=kx+b$ 的值随 x 的增大而减小.

能力提升

9. (2006,天津) 设 m、n 是两条不同的直线,α、β 是两个不同的平面. 考查下列命题,其中正确的命题是(　　).

(A) $m\perp\alpha,n\subset\beta,m\perp n\Rightarrow\alpha\perp\beta$　　(B) $\alpha/\!/\beta,m\perp\alpha,n/\!/\beta\Rightarrow m\perp n$

(C) $\alpha\perp\beta,m\perp\alpha,n/\!/\beta\Rightarrow m\perp n$　　(D) $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=m,n\perp m\Rightarrow n\perp\beta$

10. (2005,江苏) 设 α、β、γ 为两两不重合的平面,l、m、n 为两两不重合的直线,给出下列四个命题:

① 若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$;

② 若 $m\subset\alpha,n\subset\alpha,m/\!/\beta,n/\!/\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$;

③ 若 $\alpha/\!/\beta,l\subset\alpha$,则 $l/\!/\beta$;

④ 若 $\alpha\cap\beta=l,\beta\cap\gamma=m,\gamma\cap\alpha=n,l/\!/\gamma$,则 $m/\!/n$.

其中真命题的个数是(　　).

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

11. 设命题 p：函数 $y=\lg(x^2+2x-C)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 命题 q：函数 $y=\lg(x^2+2x-C)$ 的值域为 $\mathbf{R}$. 若命题 p、q 有且只有一个正确，则 C 的取值范围为(　　).

(A) $\varnothing$　　(B) $(-\infty,-1)$　　(C) $[-1,+\infty)$　　(D) $\mathbf{R}$

12. 设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 是非零向量，下列命题中：

① $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模相等；

② $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同；

③ $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角；

④ $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow|\boldsymbol{a}|\geqslant|\boldsymbol{b}|$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反.

其中真命题的序号是________.（将所有真命题的序号都填上）

13. (2007，江西) 设有一组圆 $C_k:(x-k+1)^2+(y-3k)^2=2k^4(k\in\mathbf{N}_+)$，下列四个命题：

(A) 存在一条定直线与所有的圆均相切

(B) 存在一条定直线与所有的圆均相交

(C) 存在一条定直线与所有的圆均不相交

(D) 所有的圆均不经过原点

其中真命题的代号是________.（写出所有真命题的代号）

1.1.2　四种命题及其相互关系

课程目标三维点击

1. 了解命题的四种形式，会根据已知命题写出逆命题、否命题与逆否命题.

2. 理解并掌握四种命题之间的关系，对给出的命题，会运用四种命题的相互关系来予以处理.

3. 体会逻辑用语在表述和论证中的作用，并能自觉地将这些逻辑用语正确地用于数学学习和日常生活的交流之中.

重点难点疑点突破

1. 四种命题

通常，称“若 p，则 q”为原命题，p 是原命题的条件，q 是原命题的结论. 用 $\neg p$、$\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定，于是又出现另外三种命题. 今以“内错角相等，两条直线平行”为例.

(1) 原命题:内错角相等,两条直线平行(若 p,则 q).

(2) 逆命题:(交换原命题的条件和结论)

两条直线平行,内错角相等(若 q,则 p).

(3) 否命题:(同时否定原命题的条件和结论)

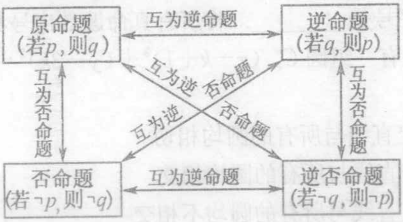
内错角不相等,两条直线不平行(若 $\neg p$,则 $\neg q$).

(4) 逆否命题:(交换原命题的条件和结论,并同时否定)

两条直线不平行,内错角不相等(若 $\neg q$,则 $\neg p$).

2. 四种命题之间的关系

(1) 四种命题的逆、否关系



(2) 四种命题真假性之间的关系

一般地,四种命题的真假性,有且仅有下列四种情况:

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

① 显然,前面"内错角相等,两条直线平行"的四种命题都真.

② 原命题为真,它的逆命题不一定为真.

例如,原命题"若 $a>0$,则 $a^2>0$"是真命题,它的逆命题"若 $a^2>0$,则$a>0$"是假命题.

③ 原命题为真,它的否命题不一定为真.

例如,原命题"若 $a>0$,则 $a^2>0$"是真命题,它的否命题"若 $a\leqslant0$,则$a^2\leqslant0$"是假命题.

④ 原命题为真,它的逆否命题一定为真.

例如,原命题"若 $a=0$,则 $ab=0$"为真命题,它的逆否命题"若 $ab\neq0$,则 $a\neq0$"是真命题.

四种命题的真假性之间的关系应注意两点: