德国数学精英传

数学是美学的一个领域，能为许多醉心其中的人们提供对美感、愉悦和激动的体验。醉心其中的数学家也因而有了一颗美丽的心灵。

SHUXUE JINGYING

经典重读

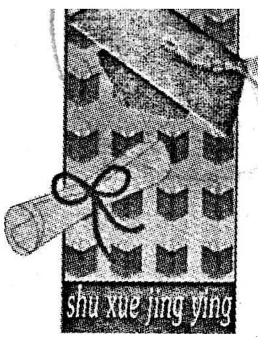
唐明 等/主编

数学精英

远方出版社

经典重读·数 学 精 英

德国数学精英传



唐明 等/主编

远方出版社

责任编辑:王顺义
封面设计:杨　静

经典重读·数学精英

德国数学精英传

主　　编	唐明　等
出　　版	远方出版社
社　　址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮　　编	010010
发　　行	新华书店
印　　刷	北京兴达印刷有限公司
版　　次	2005 年 1 月第 1 版
印　　次	2005 年 1 月第 1 次印刷
开　　本	850×1168　　1/32
印　　张	760
字　　数	4980 千
印　　数	5000
标准书号	ISBN 7-80723-005-3/I·3
总 定 价	1680.00元
本册定价	20.00 元

序　言

有人说:数学是一种文化,同时也是一种标志人类文明程度的指标。数学不仅是一项单纯的工具,而且它本身就是极具魅力而又丰富多彩的。

生活在现在的人们应该已经感受到了数学给我们带来的种种惊喜,"数字化时代"也成为了一个妇孺皆知的新兴名词。数学大有为一种文化要素渗透到人们生活各个领域的汹涌势头。但这种意义上的数学,对于大多数人来说也许只是某种追随时代步伐的印证而已。而对于那些深入其中的人来说数学则具有了另外一种意义。

很多时候都是这样的,对于一件事物,由于深入的程度不同,就会有不同的心理体验。

一直以来都是数学的门外汉,眼中的数学是艰深而又枯燥的,毫无乐趣可言。可是自从去年看了那部火了半边天的《美丽心灵》后,竟然对数学和那些深入其中的人产生了极大的兴趣,很想知道这个令很多人都敬而远之的数学究竟是怎样的一种境界,那些深入其中的人对于数学又有着怎样不同的心理体验。

于是,抱着这样一个猎奇心理,翻开了《数学精英》这本书。书中汇集了若干数学精英的生平及其建树与见解。他们不仅是深入数学领域其中的人群,而且是获得了成功的为数不多的人群。他们对于数学的理解是深刻的,他们都拥有一颗数学的心灵。数学心灵究竟是怎样的心呢?

数学心灵是一个自由的心灵,可以抛却现实的束缚,去自由地探索,自由地创造。数学在一定程度上说是人类思维的自由创

造物，是人类意志的表达，反应极的意愿、深思熟虑的推理以及精美而完善的愿望。数学家发明了数学，数学为数学家们提供了一个自由发挥的舞台。著名数学家康托尔曾为数学作出了这样的说明：数学的本质在于它的自由。数学的自由本质又赋予了数学家们自由的心灵，数学家因数学而获得了自由的心灵。

数学家米尔诺在这本书中有这样一句话："对于数学研究，我最爱的东西是它的不受拘束的无政府状态！这里没有数学沙皇的饬令来告诉我们必须按什么方向工作，我们必须做什么。全世界成千上万的数学家们，每个人都沿着他或她自己的方向前进。"也许是这样的自由使得数学家们可以忘却外物的干扰，醉心于数学这个看似枯燥的领域而乐此不疲。

看罢此书，心中所藏的问题已经得到了答案。确实，数学为不同的人群展现出了不同的风采，对于数学家们而言，数学不仅是他们的事业，更是他们心的依托，数学赋予他们的不仅是外在的成功与荣誉，更多的是赋予了他们一颗自由美丽的数学心灵。

《数学精英》正好能从数学英才涌现的史实以及他们对数学诸领域的重要建树两个方面，展现数学发展的众多信息和特点。显然，这些信息及特点既可供数学史专家进行分析和总结，还可提供给数学教育界人士参考和研究，特别是对广大数学工作者将能带来启示和教益。

现今正处于21世纪的开始年代，我诚挚祝愿这部作品，将会为正在逐步走向数学强国的中国的年轻数学工作者们，带来宝贵的智慧和深刻的启示。

文　宇

2005.4.3 于北京

目　录

卡尔·弗列德里奇·高斯

数学神童

卡尔·弗列德里奇·高斯(Carl Friedrich Gauss,公元1777—1855)是德国18世纪末到19世纪中叶的伟大数学家、天文学家和物理学家,被誉为历史上最有才华的数学家之一。在数学上,高斯的贡献遍及纯粹数学和应用数学的各个领域。特别是在数论和几何学上的创新,对后世数学的发展有着深刻的影响。由于他非凡的数学才华和伟大成就,人们把他和阿基米德、牛顿并列,同享盛名,并尊称他为"数学王子"。德国数学家克莱因这样评价高斯:"如果我们把18世纪的数学家想象为一系列的高山峻岭,那么最后一个使人肃然起敬的顶峰便是高斯——那样一个在广大丰富的区域充满了生命的新元素。"

在距德国柏林约200公里处有一座美丽的城市——

布伦瑞克(Brunswick)。1777 年 4 月 30 日，高斯诞生在这个城中的一个农民家。父亲格布哈特·迪特里希·高斯是一个地道的农夫。早年，他曾从其父那里学得一手好农活，不到 20 岁便在附近庄园从事园艺。他先后做过护堤人、泥水匠和喷泉技师等。据布伦瑞克教堂记事簿中高斯诞生记录的记载，他父亲的职业是屠夫。高斯父亲和第一个妻子共同生活了 10 多年，未生孩子就因病去世了。1776 年，高斯的父亲同石匠赫里斯托夫·宾泽的女儿结婚，也就是高斯的母亲罗捷娜。高斯的母亲读过几年书，认得一些字，但不能写信。她结婚时已经 34 岁，婚后只生了高斯一个孩子。

高斯的父亲性格坚毅而严厉，但母亲却温柔而又聪慧。母亲对他倍加疼爱，因而高斯喜欢母亲胜于父亲。

高斯聪敏早慧，他的数学天赋在童年时代就已显露。高斯的父亲虽是个农夫，但有一定的书写和计算能力。在高斯 3 岁时，一天，父亲聚精会神地算帐。当计算完毕，父亲念出数字准备记下时，站在一旁玩耍的高斯用微小的声音说："爸爸，算错了！结果应该是这样……"父亲惊愕地抬起头，看了看儿子，又复核了一次，果然高斯说的是正确的。

后来高斯回忆这段往事时曾半开玩笑地说："我在学会说话以前，已经学会计算了。"

在高斯启蒙教育中，舅舅弗雷德里希·本茨对他影响较大。本茨是位技术高超的锦缎织工，勤学好思，头脑

机敏。他是高斯家的常客。他十分喜爱高斯，并经常给高斯讲故事，同他做游戏。

一次，高斯与舅舅出去游玩。走到河边时，只见河的上游漂来一根木头。

舅舅问："高斯，你说木头为什么不沉下去？"

"木头轻呗。"高斯回答道。

舅舅弯下腰，捡起一颗石子，又问："这颗石子重还是那段木头重？"

"木头重。"高斯说。

本茨并不吱声，他用力一扔，扑通一声，石子沉到了河底。

本茨用这种方法启发诱导高斯。

为了使高斯更好地成长，舅舅还为他买来不少儿童读物。高斯十分喜欢书里的故事，如饥似渴地读着。父亲对儿子的读书嗜好不以为然。每天，天还没有完全黑下来，就催促儿子上顶楼睡觉，以便节约燃料。顶楼又矮又小，而且还没有灯。高斯急中生智，想出了个好办法。他找来一根芜菁，把里面挖空，塞进油脂，再用粗棉搓一根棉条做灯芯。借着微弱的光亮，贪婪地咀嚼着书里的每一个字。知识的泉水汩汩地滋润着高斯幼小的心田。

1784 年，高斯 7 岁，父亲把他送入耶卡捷林宁国民小学读书。教师是布伦瑞克小有名气的"数学家"比纳特。当时，这所小学条件相当简陋，低矮潮湿的平房，地面凹凸不平。就在这所学校里，高斯开始了正规学习，并

在数学领域里一显他的天才。

1787年，高斯三年级。一次，比纳特给学生出了道计算题：

1＋2＋3＋…＋98＋99＋100＝?

不料，老师刚叙述完题目，高斯很快就将答案写在了小石板上：5050。当高斯将小石板送到老师面前时，比纳特不禁大吃一惊。结果，全班只有高斯一人的答案是对的。

高斯在计算这道题时用了教师未曾教过的等差级数的办法。即在1至100中，取前后每一对数相加，1＋100，2＋99，……，其和都是101，这样一共有50个101，因此，101×50＝5050，结果就这样很快算出来了。

通过这次计算，比纳特老师发现了高斯非凡的数学才能，并开始喜爱这个农家子弟。比纳特给高斯找来了许多数学书籍供他阅读，还特意从汉堡买来数学书送给高斯。高斯在教师的帮助下，读了很多书籍，开阔了视野。

“他已经超过我了，”比纳特不得不承认，“我没有更多东西可以教他了。”

在这所学校里，有一位名叫约翰·马丁·巴蒂尔(1769—1836)的青年。巴蒂尔是比纳特的助手，他的工作是教小学生写字和削鹅翎笔。巴蒂尔后来成了德国数学家。由于对数学有着共同的爱好，两人很快成了好朋友。巴蒂尔买来代数分析书籍成了他们共同的课本。高

斯不但看书，而且开始对数学大师们的某些“证明”不客气地提出挑战。

1788 年，高斯小学毕业了，经过比纳特和巴蒂尔的再三劝说，高斯的父亲才同意儿子继续升学，学费由比纳特和巴蒂尔负担。这一年，高斯以优异的成绩考入布伦瑞克高级文科中学。在这所学校里，他很快地掌握了古德语、拉丁语和希腊语的主要课程。由于他在古典文学上的良好基础和独到之处，他一开始就上了二年级。过了两年，他又升到了高中哲学第一班学习。这时，高斯仍未放弃对数学的爱好。

1788 年，高斯 11 岁时，巴蒂尔买到了他们盼望已久的大数学家欧拉著的《代数的完整介绍》一书。这是公认的代数学的权威著作。高斯对二项式(1＋x)n 定理产生了浓厚的兴趣。欧拉二项式(1＋x)n 的展开式是这样叙述的：当 n 为自然数时，展开式有有限项；当 n 为非自然数时，展开式有无限项。高斯对这一结论颇感兴趣，便尝试对它作出证明。关于这个证明的详细内容现在还没有留下可靠的资料，但即使这个证明是不完善的，至少也反映了高斯治学的严谨。高斯是公认的现代数学中第一个严格证明论者，他对分析的严密性要求影响了整个数学界。

12 岁时，高斯对统治了 2000 多年的欧几里得几何是否是唯一的几何真理产生了怀疑，到 16 岁时，他已清楚地看到非欧几何的曙光。

由于高斯聪明好学，他很快成为布伦瑞克远近闻名的人物。

一天，在放学回家的路上，高斯边走边看书，不知不觉地走到了斐迪南公爵(? —1806)的门口。在花园里散步的公爵夫人看见一个小孩捧着一本大书竟如此着迷。于是叫住高斯，问他在看什么书。当她发现高斯读的竟是欧拉的《微分学原理》时，十分震惊，她把这件事告诉了公爵。

1791年，经卡罗琳学院讲师冯·齐美尔曼介绍，斐迪南公爵召见了高斯。通过简单的交谈，公爵喜欢上了这个略带羞涩的孩子，并对他的才华表示赞赏。公爵同意作为高斯的资助人，让他接受高等教育。

1792年，高斯在公爵的资助下进入了布伦瑞克的卡罗琳学院学习。在此期间，他除了阅读学校规定必修的古代语言、哲学、历史、自然科学外，还攻读了牛顿、欧拉和拉格朗日等人的著作。高斯十分推崇这三位前辈，至今还留有他读牛顿的《普遍的算术》和欧拉的《积分学原理》后的体会笔记。在对这些前辈数学家原著的研究中，高斯了解到当时数学中的一些前沿学科的发展情况。由于受欧拉的影响，高斯对数论特别爱好，在他还不到15岁时，就开始了对数论的研究。从这时起，高斯制定了一个研究数论的程序：确定课题——实践(计算、制表、或称实验)——理论(通过归纳发现有待证明的定律)——实践(运用定律进一步作经验研究)——理论(在更高水平

上表述更普遍的规律性和发现更深刻的联系)。尽管开始研究时并不那么自觉和完善地执行,但高斯始终以极其严肃的态度对待他从小就开始的事业。

1795 年,高斯结束了卡罗琳学院的学习。10 月,进入了哥廷根大学读书。从此,数学神童开始了对数学的研究。

大学生活

哥廷根大学成立于 1737 年,是当时德国一所著名大学。它以藏书丰富和教授的知名誉满全国。1795 年 10 月 11 日,高斯到这所大学报到,开始了大学生活。

18 世纪,德国的启蒙运动波及全国,也影响了哥廷根大学的校内生活。在学校里,民主思潮和自然科学的交流空前活跃。许多进步教师开办了讲座,如:曾创立欧洲语言学校的古典语言学家海涅开设艺术史和考古史课程;历史学家施勒策尔发表了批判专制统治体制的专门演说;才华横溢的物理学家李希腾贝尔举办科学讲座。这些学术活动吸引着无数的学生,对高斯自然也起着强烈的熏陶作用。

高斯虽然是个学生,但他边学习边研究前人未曾解开的数学之谜。1795 年,他对数论中的二次互反定律第一个作出严格的证明。二次互反定律是欧拉首次发现的,这是一个了不起的成就。但是,欧拉没有对它进行证明,只举出几个例子作为验证。勒让德在 1785 年独立宣

布了这一定理，并且先后给出了两个证明。可惜他的证明并不完备，因为他回避了一些重要的难点。高斯运用数学归纳法证明了这个定律，以致凡是见过这证明的数学家无不拍案叫绝。高斯对此十分重视，称它为“黄金定理”。对于这样重要的定理，高斯认为有一个证明还不够。他反复思考多年，先后给出了 6 个不同的证明。他认为“绝不能以为”获得一个证明以后“研究便告结束，或把寻找另外的证明当作多余的奢侈品”。因为，“有时候，你一开始未能得到一个最简单，最美妙的证明，但正是这样的证明才能深入到高等算术真理的奇妙联系中去。这是我们继续研究的活力，并且最能使我们有所发现。”由此可见，高斯对科学的严谨态度。今天，关于这个定律的证明已有 50 多个，但高斯对这个定律的贡献仍是不可低估的。

高斯是一个兴趣十分广泛的学生，他既喜欢自然科学，也喜爱文学、绘画等社会科学。他在语言学方面有着突出的表现，他不仅能阅读拉丁文和希腊文，而且还能用它们来写文章，文字表达能力极强。在上大学的第一学年中，他对自己究竟是研究数学还是专攻古典文学犹豫不决。因为，这些专业他都爱不忍释。但是，1796 年 3 月 30 日，高斯出色地解决了数学史上的一个难题——正 17 边形的尺规作图这件事，终于促使他下定了攻读数学的决心。

尺规作图是古希腊学者提出的数学问题。早在欧几

里得的时候，人们就已经能仅用直尺和圆规作出正三边形、正四边形、正五边形和正12边形。但是，当他们试图用这两种工具作正7边形、正11边形或正17边形时，便遇到了极大的困难。在后来的两千多年间，人们虽曾作过许多努力，却都未能成功。于是，有关这类图形的尺规作图就成了世界难题，向人类的智慧提出了严峻的挑战。当时的许多数学家都认为这个问题是不能解决的。

1796年3月30日这一天，高斯正在故乡布伦瑞克家中休假。清晨起床后不久，他就用圆规和直尺成功地画出了正17边形。之后，他又提出并证明了这种作图的可能性的条件。假期结束后，高斯带着他的结果去见哥廷根大学教授、他的老师克斯特纳。克斯特纳听说高斯正在进行正17边形的作图，并且称自己已经解决了，很不相信。他告诉高斯，关于这个问题的精确解是不可能得出的，得出的只能是近似解。他不相信高斯的成果，把高斯赶出了家门。

事实上，高斯的答案是正确的，他不仅解决了正17边形的尺规作图，而且对这类作图问题的可能性作了一揽子回答。他的结论是："一个正n边形能用尺规作出，仅仅在n可表示为如下形式时才是可能：n＝2m · p1p2…pn；其中p1，p2，…，pn为各不相同之素数，且具有22k+1形式。"特别是，当n为素数时，n具有22k+1形式即为尺、规作正n边形的充分条件。根据这个结论，人们就可以毫不费力地断定，哪些正多边形是可用尺规作出的，

哪些则不可用尺规作出。比如,正 17 边形虽然能用尺规作出,但边数比它少的正 7、9、11、13 边形却不能。这样,困扰了几何学家达 2000 年之久的难题终于被这位 18 岁的德国青年作出了完满的答案。下面是正 17 边形的尺规作法:正 17 边形的完整作法只需一页篇幅;正 257 边形的尺规作图就要占用 80 页纸;而后来数学家盖尔英斯按照高斯方法作出的正 65537 边形的手稿整整装满了一只手提箱。这份手稿至今仍保存在哥廷根大学的图书馆里。

1796 年 6 月 1 日,在《文献汇报》的知识分子专栏中,通过学校一些教授的推荐,高斯发表了他关于成功画出正 17 边形的第一篇论文,并将这一最新发现公诸于世,齐默尔曼教授在推荐文中指出:这是数学上的巨大成果,完成这一成果的是一位年仅 18 岁的大学生,而且他在古典文学上的造诣也不亚于高等数学的成就。

这次成功使高斯大为振奋,从此他下决心把毕生精力奉献给数学科学。他十分珍视这一成果,并希望死后能在他的墓碑上刻上正 17 边形的图案。

从 1795 至 1798 年的大学三年间,是高斯思维的旺盛时期。各种神奇般的想法,像喷泉般地涌流出来,它涉及到数论、代数、分析、几何、概率论等各个方面。高斯后来发表的成果都可以在这个时期里追溯到思想的脉络。

1798 年 9 月 29 日,高斯以优异的成绩结束了在哥廷根大学的学习生活。大学毕业后,高斯没有立即找工

作。他回到家乡布伦瑞克赶写博士论文。

当时，高斯可选择的论文题目有很多，但他选择了代数基本定理的证明这一难度大影响大的论题。论文第二年完成，题目是：《关于每一单变量代表整函数都可分解为一阶或二阶实因子之积的证明》。论文以十分新颖的思考方式对代数方程根的存在作了严格的论证。高斯的方法不是去计算一个根，而是去证明它的存在。他指出 $P(x+iy)=0$ 的复根 $a+ib$ 相当于平面上的点 (a,b)，如果 $P(x+iy)=U(x,y)+iV(x,y)$，那么 (a,b) 必定是曲线 $U(x,y)=0$ 和 $V(x,y)=0$ 的交点。通过对这些曲线作定性的研究，他证明了一条曲线上的一段连续弧连结着两个不同区域上的点，而这两个区域是被另一条曲线隔开的，所以曲线 $U(x,y)=0$ 和曲线 $V(x,y)=0$ 必相交。

高斯的论文除提交给赫尔姆斯塔特大学外，还分发给了当时他认为有资格对其代数基本定理的论证进行专业评价的 37 个人和机构。由于高斯的论文解决了前数学家达朗贝尔、欧拉和拉格朗日试图解决而没有解决的问题，因此，他的论文受到赫尔姆斯塔特大学校务委员会的肯定。在高斯缺席答辩的情况下，通过了论文。论文评定人是该大学著名的数学教授普法夫。他对高斯的评语是："这篇论文具有许多优点，说明作者才华突出，通篇叙述充满了完全合理的推论和令人信服的证明。因此，这篇论文出版以后，高斯博士学位将为我们大学增添无比的荣誉。"因此，高斯获得了博士学位。同年，高斯获得