



国际信息工程先进技术译丛

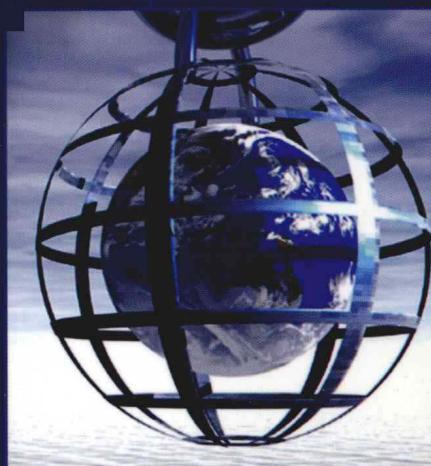
信号处理——模拟与数字 信号、系统及滤波器

原书第3版

**Signal verarbeitung——Analoge und
digitale Signale, Systeme und Filter**

(德) Martin Meyer 著
马晓军 肖晖 熊其求 译

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



国际信息工程先进技术译丛

信 号 处 理

——模拟与数字信号、 系统及滤波器

(原书第3版)



机械工业出版社

本书介绍了有关信号处理经典理论的基本知识，重点阐述数字信号概念，主要内容包括系统理论概念和信号处理的方法概述，模拟信号、系统和滤波器，数字信号、系统和滤波器。为了避免对今后长时间还会存在的基本概念在理解上有失偏颇而造成一叶障目，本书放弃了一些细目。

为了能够使用信号处理程序（例如，MATLAB 学生版）加深理解，书中提供了大量的提示和示例。因此，本书也为那些希望能够把理论与计算机仿真相结合的读者提供了一个很好的示范。本书是作者在对多年用于教学的教案历经多次修改之后编写而成的。

Originally published in the German language by Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, as "Martin Meyer: Signalverarbeitung. 3. Auflage (3rd edition)".

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2003

Simplified Chinese translation edition published by China Machine Press. All rights reserved.

本书中文简体字版授权机械工业出版社出版。未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权所有，侵权必究。

本书版权登记号：图字 01-2004-4551 号

图书在版编目 (CIP) 数据

信号处理：模拟与数字信号、系统及滤波器：第 3 版 / (德) 迈耶尔 (Meyer, M.) 著；马晓军，肖晖，熊其求译。—北京：机械工业出版社，2010.12

(国际信息工程先进技术译丛)

Signalverarbeitung—Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter
ISBN 978-7-111-32041-8

I . ①信… II . ①迈… ②马… ③肖… ④熊… III . ①信号处理
IV . ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 190089 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：牛新国 闻洪庆 责任编辑：闻洪庆

版式设计：霍永明 责任校对：张晓蓉

封面设计：马精明 责任印制：李妍

北京外文印刷厂印刷

2011 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm·16.75 印张·322 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-32041-8

定价：39.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010) 88361066 门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010) 68326294 教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010) 88379649

读者服务部：(010) 68993821 封面无防伪标均为盗版

译者序

本书是（瑞士）阿尔高高等学院通信技术教授 Martin Meyer 博士在多年从事教学工作的过程中对教案历经多次修改之后编撰而成的。按高等学院水平论述了模拟和数字信号处理的基础以及在通信技术、调节技术和测量技术方面的应用所需要的模拟和数字信号处理知识，重点阐述数字信号概念。

信号处理主要研究信号以及由系统执行的算法（例如滤波）的数学表示法。本书为入门性质的著作，主要阐述信号处理的经典理论。

为了能够加深理解，书中提供了大量的提示和示例。因此，本书的重点是传授坚实的基础知识，使人们能够独立地熟悉信号处理新的特殊领域。

书中主要阐述以下三个方面的内容，读者既可以从头到尾逐个章节通读，也可以并行地对模拟部分和数字部分对照着阅读：

- 系统理论概念和信号处理的方法概述
- 模拟信号、系统和滤波器
- 数字信号、系统和滤波器

本书可供通信和电气专业的技术人员使用，同时也可作为高校相关专业师生的参考用书。

本书由西门子电气传动有限公司马晓军、肖晖、熊其求翻译，熊其求校对、统稿。

鉴于译者的专业与外语水平有限，书中的差错在所难免，恳请读者提出宝贵意见。

译者

原书序

本书按高等学院水平论述了模拟和数字信号处理的基础以及在通信技术、调节技术和测量技术方面的应用所需要的模拟和数字信号处理知识，重点阐明数字信号概念。本书源自于本人在瑞士阿尔高高等学院多年从事教学工作的经历。

信号处理主要研究信号以及由系统执行的算法（例如滤波）的数学表示法。本书为入门性质的著作，主要阐述信号处理的经典理论。出于以下几种原因，本书将使用一种抽象的“侧重理论”的表示方式：

- 抽象观察具有更为广泛的通用性，也就是说可以更为广泛地应用；
- 这样就可以在前面章节的基础上采用类似的方式建立理论，因此理论就变得更为坚实；
- 理论的老化速度要比“实践”慢得多。在这里我把“实践”理解为例如使用一个数字信号处理器实施一个系统。因此，只对这种实施以及为此使用的辅助设备进行简单的讨论。

在本书中，没有对模拟信号和系统做过多的叙述，只提供了对于理解数字信号处理所必需的资料。为了避免对今后长时间还会存在的基本概念在理解上有失偏颇而造成一叶障目，本书也放弃了一些细目。但是为了能够加深理解，书中介绍了大量的提示和示例。因此，本书的重点是传授坚实的基础知识，使读者能够独立地熟悉信号处理新的特殊领域。

本书包括“模拟部分”（第2、3和4章）和“数字部分”（第5、6和7章），这两部分具有相同的编排结构：信号、系统、滤波器。可以通过两种方式仔细研读本书：从头到尾逐个章节通读或者模拟部分和数字部分差不多并行对照着阅读，即第2章和第5章、第3章和第6章、第4章和第7章这样对照着阅读。

由于篇幅有限，不得不放弃许多有趣的领域，例如随机信号的理论和应用。此外还缺失了采用状态空间的系统表示法。但是，依我之所见，如果能够在研究专业领域之前先打下一个牢固的基础和加深对基础知识的理解，这会更有益。此外，我不会为了达到“完整”而引入例如相关函数，即使出于“篇幅有限”或者“由于超出范围”也不会使用这些相关函数。

就像任何一门技术学科或者自然科学学科的基础课程所提供的一样，作为能够理解本书的先决条件是读者必须掌握数学知识。具体而言就是有关复数、函数、级数（尤其是傅里叶级数）和微积分计算等方面的知识。掌握电气技术、

电子技术和数字技术的知识是有用的，但不是必不可少的。

目前，利用计算机可以开发一个信号处理系统。但这并不代表着仅仅点一下鼠标就可以代替扎实的理论知识。因为常常只是看起来似乎是已经解决了一项任务。因此，工程师必须能够认识到不同处理方法之间的优点和不足以及理论界限，这样才能够在应用时找到最有利的折中方案，并且优化其系统。真正的计算工作自然是留给计算机去做。为此，可以买到并且也允许使用功能强大的软件包对理论进行可视化并验证。本书中，我使用的是 MATLAB 学生版。该软件包可以在专业商店购得，质优价廉，足以应对教学上的使用。也可以买到一些竞争产品（也是学生版），并且同样可以使用。我强烈推荐，在研读本书的同时也使用一种这样的软件工具。这样做好处在于，首先是能够更加深刻且直观地理解理论知识，其次是读者此后拥有强大的工具去解决新的课题。

本书已是第 3 次再版。读者对先前版本的反馈都具有非常好的积极作用，但大多是期望书中能够提供更多的不同计算实例，并且对随机信号进行讲述。然而，如果扩大篇幅自然就会造成提高售价。因此在第 3 版只做了一些修订。Vieweg 出版社出版了我的另外一本书，来代替对“信号处理”篇幅的增加，这本书的书名为《信息技术基础》。该书包含了另外的 3 个章节以及许多附加的计算实例。

对 Vieweg 出版社的同事们始终如一的友好合作表示衷心的感谢。

Martin Meyer

目 录

| | |
|-------------------------------|-----------|
| 译者序 | |
| 原书序 | |
| 第1章 绪论 | 1 |
| 1.1 系统理论概念 | 1 |
| 1.2 信号处理方法概述 | 3 |
| 第2章 模拟信号 | 11 |
| 2.1 信号分类 | 11 |
| 2.1.1 连续信号与离散信号的区分 | 11 |
| 2.1.2 确定性信号与随机信号的区分 | 12 |
| 2.1.3 能量信号与功率信号的区分 | 13 |
| 2.2 傅里叶级数 (FR) | 14 |
| 2.2.1 引言 | 14 |
| 2.2.2 正弦/余弦表示 | 16 |
| 2.2.3 绝对值/相位表示 | 16 |
| 2.2.4 复数表示 | 17 |
| 2.2.5 功率信号的帕塞瓦尔 (Parseval) 定理 | 19 |
| 2.3 傅里叶变换 (FT) | 22 |
| 2.3.1 幅值密度谱的推导 | 22 |
| 2.3.2 卷积 | 25 |
| 2.3.3 采用 δ 函数计算 | 27 |
| 2.3.4 周期性信号的傅里叶变换 | 30 |
| 2.3.5 傅里叶变换的特性 | 33 |
| 2.3.6 能量信号的帕塞瓦尔 (Parseval) 定理 | 40 |
| 2.3.7 若干傅里叶变换对应关系列表 | 41 |
| 2.4 拉普拉斯变换 (LT) | 42 |

| | |
|----------------------------------|-----------|
| 2.4.1 怎么还有其他的变换 | 42 |
| 2.4.2 拉普拉斯变换的定义及其与傅里叶变换的关系 | 43 |
| 2.4.3 拉普拉斯变换的特性 | 45 |
| 2.4.4 拉普拉斯逆变换 | 49 |
| 2.4.5 若干拉普拉斯变换对应关系列表（单边变换） | 50 |
| 第3章 模拟系统 | 51 |
| 3.1 模拟系统分类 | 51 |
| 3.1.1 线性 | 51 |
| 3.1.2 时不变性 | 53 |
| 3.1.3 因果性系统和确定性系统 | 54 |
| 3.1.4 无记忆系统和动态系统 | 54 |
| 3.1.5 稳定性 | 54 |
| 3.2 脉冲响应 | 55 |
| 3.3 频率响应特性和传递函数 | 56 |
| 3.4 阶跃响应 | 60 |
| 3.5 因果性系统 | 62 |
| 3.6 极点和零点 | 63 |
| 3.6.1 引言 | 63 |
| 3.6.2 幅值响应特性、相位响应特性和群时延 | 64 |
| 3.6.3 伯德图 | 68 |
| 3.6.4 特殊系统 | 70 |
| 3.6.4.1 最小相位系统 | 70 |
| 3.6.4.2 全通滤波器 | 72 |
| 3.6.4.3 二端网络函数 | 74 |
| 3.6.4.4 多项式滤波器 | 74 |
| 3.6.5 时间域中的系统特性 | 75 |
| 3.6.6 各种类型滤波器的 PN 图 | 77 |
| 3.6.6.1 低通滤波器 | 77 |
| 3.6.6.2 高通滤波器 | 77 |
| 3.6.6.3 带通滤波器 | 77 |
| 3.6.6.4 带阻滤波器 | 77 |
| 3.6.6.5 全通滤波器 | 77 |
| 3.6.7 实现可能性 | 78 |
| 3.7 定标 | 78 |

| | |
|--------------------------------------|-----------|
| 3.8 系统描述概述 | 80 |
| 3.8.1 引言 | 80 |
| 3.8.2 “友好的”系统：线性、稳定、时不变并采用集总元件 | 81 |
| 3.8.3 “讨厌的”系统 | 83 |
| 3.8.4 系统方程的确定 | 83 |
| 第4章 模拟滤波器 | 87 |
| 4.1 引言 | 87 |
| 4.2 理想低通滤波器的逼近 | 94 |
| 4.2.1 引言 | 94 |
| 4.2.2 巴特沃斯逼近 | 95 |
| 4.2.3 切比雪夫 - I 逼近 | 97 |
| 4.2.4 贝塞尔逼近 | 99 |
| 4.2.5 切比雪夫 - II 逼近和考尔逼近 | 100 |
| 4.2.6 临界阻尼滤波器 | 100 |
| 4.3 频率变换 | 101 |
| 4.3.1 低通滤波器 | 101 |
| 4.3.2 高通滤波器 | 101 |
| 4.3.3 带通滤波器 | 102 |
| 4.3.4 带阻滤波器 | 106 |
| 4.3.5 全通滤波器 | 106 |
| 4.4 有源滤波器的实际实现 | 107 |
| 4.4.1 采用级联结构表示 | 107 |
| 4.4.2 确定系数 | 108 |
| 4.4.3 标度 | 108 |
| 4.4.4 基本电路 | 110 |
| 4.4.4.1 一阶多项式低通滤波器 | 111 |
| 4.4.4.2 二阶多项式低通滤波器 | 111 |
| 4.4.4.3 一阶高通滤波器 | 111 |
| 4.4.4.4 二阶高通滤波器 | 111 |
| 4.4.4.5 二阶带通滤波器 | 112 |
| 4.4.4.6 二阶带阻滤波器/椭圆基本元件 | 112 |
| 4.4.4.7 一阶全通滤波器 | 112 |
| 4.4.5 多项式低通滤波器的表格 | 113 |
| 4.4.5.1 巴特沃斯低通滤波器 | 113 |

| | |
|------------------------------------|------------|
| 4.4.5.2 贝塞尔低通滤波器 | 113 |
| 4.4.5.3 切比雪夫 - I 低通滤波器 | 113 |
| 4.4.5.4 临界阻尼低通滤波器 | 114 |
| 第5章 数字信号 | 115 |
| 5.1 引言 | 115 |
| 5.2 采样信号傅里叶变换 (FTA) | 117 |
| 5.2.1 引言 | 117 |
| 5.2.2 理想的信号采样 | 118 |
| 5.2.3 采样信号的频谱 | 119 |
| 5.2.4 采样定理 | 122 |
| 5.2.5 带通滤波器信号的采样 | 124 |
| 5.2.6 采样信号的重构 (“D/A 转换”) | 125 |
| 5.3 离散傅里叶变换 (DFT) | 127 |
| 5.3.1 离散傅里叶变换的推导 | 127 |
| 5.3.2 与复数傅里叶级数的关联性 | 129 |
| 5.3.3 离散傅里叶变换的特性 | 132 |
| 5.3.4 快速傅里叶变换 (FFT) | 134 |
| 5.3.5 实数时间序列频谱中的冗余 | 137 |
| 5.4 实用的频率分析方法 | 140 |
| 5.4.1 方法概述 | 140 |
| 5.4.2 采用离散傅里叶变换/快速傅里叶变换的频谱分析 | 140 |
| 5.4.2.1 周期性信号 | 141 |
| 5.4.2.2 准周期性信号 | 142 |
| 5.4.2.3 非周期性稳态功率信号 | 152 |
| 5.4.2.4 非稳态功率信号 | 152 |
| 5.4.2.5 瞬态信号 | 153 |
| 5.4.2.6 小结 | 154 |
| 5.4.3 频率响应特性测量 | 155 |
| 5.5 离散卷积 | 155 |
| 5.6 z 变换 (ZT) | 156 |
| 5.6.1 z 变换的定义 | 156 |
| 5.6.2 与拉普拉斯变换和采样信号傅里叶变换的关系 | 159 |
| 5.6.3 z 变换的特性 | 161 |
| 5.6.4 z 逆变换 | 163 |

| | |
|--------------------------------|------------|
| 5.6.5 若干 z 变换对应关系列表 | 164 |
| 5.7 信号变换概述 | 165 |
| 5.7.1 哪种变换用于哪种信号 | 165 |
| 5.7.2 各种变换的特性 | 166 |
| 第6章 数字系统 | 170 |
| 6.1 引言 | 170 |
| 6.2 差分方程 | 174 |
| 6.3 脉冲响应 | 175 |
| 6.4 频率响应特性和 z 传递函数 | 178 |
| 6.5 阶跃响应 | 181 |
| 6.6 极点和零点 | 181 |
| 6.7 结构和框图 | 183 |
| 6.8 模拟系统的数字仿真 | 188 |
| 6.9 系统概述 | 190 |
| 6.10 幅值量化的影响 | 192 |
| 6.10.1 引言 | 192 |
| 6.10.2 A/D 转换时的量化 | 192 |
| 6.10.3 滤波器系数的量化 | 194 |
| 6.10.4 计算结果的量化 | 195 |
| 6.10.5 矢量量化 | 197 |
| 6.11 数字系统的实现 | 198 |
| 6.11.1 信号放大变换器 | 198 |
| 6.11.1.1 采样 - 保持电路 (S&H) | 198 |
| 6.11.1.2 A/D 转换器 (ADC) | 199 |
| 6.11.1.3 D/A 转换器 (DAC) | 200 |
| 6.11.2 处理单元 | 200 |
| 6.11.2.1 硬件 | 201 |
| 6.11.2.2 微型计算机和微控制器 | 201 |
| 6.11.2.3 数字信号处理器 (DSP) | 201 |
| 6.11.2.4 软件开发 | 203 |
| 第7章 数字滤波器 | 207 |
| 7.1 无限脉冲响应 (IIR) 滤波器 | 207 |
| 7.1.1 引言 | 207 |
| 7.1.2 脉冲不变的设计方案 | 209 |

| | |
|--------------------------------------|-----|
| 7.1.3 采用双线性变换的设计方案 | 215 |
| 7.1.4 z 域中的频率变换 | 220 |
| 7.1.5 z 域中的直接设计方案 | 220 |
| 7.1.6 具有线性相位响应特性的滤波器 | 221 |
| 7.2 有限脉冲响应 (FIR) 滤波器 | 226 |
| 7.2.1 引言 | 226 |
| 7.2.2 线性相位有限脉冲响应滤波器的四种类型 | 227 |
| 7.2.3 时间窗口法 | 230 |
| 7.2.4 频率采样 | 237 |
| 7.2.5 在 z 域中的综合 | 237 |
| 7.2.6 线性相位高通滤波器、带通滤波器和带阻滤波器的综合 | 238 |
| 7.3 一个数字滤波器的实现 | 242 |
| 7.3.1 有限脉冲响应滤波器与无限脉冲响应滤波器的对比 | 242 |
| 7.3.2 滤波器开发方案 | 243 |
| 7.3.3 其他滤波器类型 | 244 |
| 7.4 具有两个采样率的系统 | 244 |
| 7.4.1 引言 | 244 |
| 7.4.2 间取采样 | 245 |
| 7.4.3 内插补 | 247 |
| 7.4.4 采样频率的有理数改变 | 248 |
| 附录 | 250 |
| 附录 A 关于继续工作的提示 | 250 |
| 附录 B 公式中的符号 | 251 |
| 附录 C 中英文缩略语对照 | 252 |
| 参考文献 | 254 |

第1章 絮 论

1.1 系统理论概念

“信号处理”这个专业主要研究信号的描述以及系统的描述、分析与综合。

信号是变化的物理量，例如电压。但是，一条交易行情曲线、一名运动员的脉搏跳动频率、一套传动系统的转速等也都是信号。信号是信息和能量的载体。

系统可以理解为技术、经济、生物学和社会等领域中的一种复杂结构。例如一台车辆的车轮悬架装置、一种生物的消化器官、一台数字滤波器等都属于系统。系统用来对信号并因此也对信息和能量进行处理。

信息是一种知识内容，这种知识的物理体现（知识表示）就是信号。例如，人体体温就是一种信号，并且能够体现健康状况。

为了进行系统研究，需要使用一个数学模型。已经表明，在采用抽象的数学公式进行描述时，许多表面上不同的系统都表现为相同的形式。例如，一个机械弹簧质量摩擦系统就可以采用与一个阻尼振荡电路相同的微分方程加以描述。通过这种方式的观察得出两个结果：第一，很适合将“系统理论”看作是一个独立的学科（因此与实际应用无关）。系统理论的巨大优势就在于这种数学上的抽象概括。因此不同专业领域的代表就可以说同一种语言，并且能够共同地处理一项任务。第二，可以使相同的知识内容（信息）以不同的方式进行物理表示。例如，水压的变化过程就可以采用光学方法（颜色）、力学方法（汞柱的高度）或者也可以采用电压的形式表示出来。传感器技术与测量技术的任务是采用一种理想的物理形式把信息（温度、压力、力、行程、亮度、速度等）表示出来。现在，可以选择任何能够容易传输、处理和存储的信号类型。这些信号当然指的是电信号，对于随着分量增加的传输而言，也包括光学信号。由于这个原因，对于电气工程师来说，系统理论具有中心地位。由执行器来完成转换的任务，也就是把一个电信号转换成另一种物理形式。例如，扬声器、电动机。在调节技术领域是利用执行器对物理系统施加作用的。在测量技术和系统分析方面只是显示出信号处理的结果，如图 1-1 所示。

抽象理论的另外一个优点是，在对系统进行描述时，与系统的实际实现无关。例如，一个数字滤波器可以采用纯硬件实现，也可以作为程序在一台 PC 上运行。但是，也可以在一台微处理器上或者在一个 DSP（数字信号处理器）上

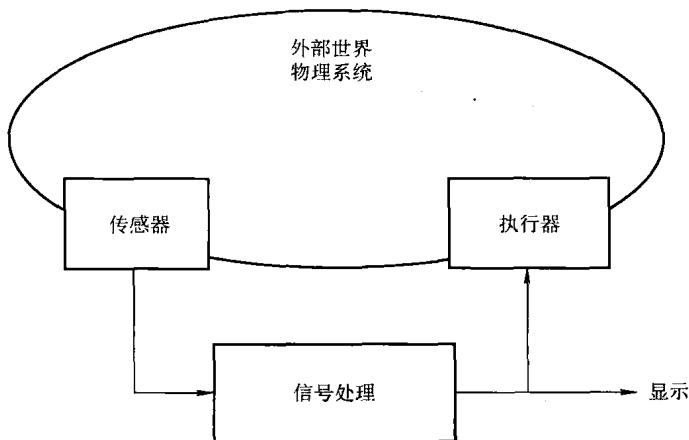


图 1-1 信号处理与外部世界的联系

实施。对于系统理论家们来说，这没有什么区别。第二个例子，CD（Compact Disk，光盘）的理论基础在 1949 年就已经形成，但适用的实现却发生在 30 年之后。

系统理论是一种思想流派，它允许：

- 进行更广义的思考；
- 把外来的解决方案应用到其他问题上。

已经证明，信号和系统是采用相同的方式进行数学描述的，由此可见，绝对不可能再加以区分。因而，系统理论致力于信号和系统的研究。

一维信号是一个变量（在大多数情况下是时间）的函数。多维信号是多个变量的函数（例如，图像处理时的两个位置坐标）。在本书中只对一维信号进行讨论。

一个真实系统的数学模型是一组数学方程。为了能够脱离物理意义而工作，常常是采用定标的、无量纲形式对信号进行记录的。

为了使数学上的工作量保持在可调控的范围内，在模型中只对实际系统中需要关注的主要部分进行映像变换。因此简单化的模型不再与实际样本相符。但是，只要模型能够为真实系统的特性提供有用的理解和预测，这就无关紧要了。否则就必须使模型得到逐步完善。从原则上讲，一个模型应当尽可能简单，而且只有在必要时才是复杂的。例如，在机械学上常常会忽略摩擦作用。这种处理方式由三个步骤组成：

- 1) 将实际系统映像变换到一个模型中（建立方程系统）；
- 2) 对模型进行处理（分析、综合、优化等）；
- 3) 把结果传输到实际系统上。

第2) 点所需要的方程组常常是在一台计算机（过去是模拟计算机，现在是数字计算机）上实施的。由于是统一的观察方法，第2) 点适用于所有的专业领域。基于这个原因，则应当以软件包的形式开发出功能强大的辅助工具。在本书中充分地使用了这种软件包之一——MATLAB。

在应用方面，最为困难的部分是建模（第1) 点）。至于一个模型是否能够足够精确地解决一个具体课题，就只能通过经验回答这个问题了。可以通过仿真对模型的特性与实际系统的特性进行比较。但是为此需要对各种物理关系有深入的认识（这与上面所列出的第3) 点相符）。系统理论作为纯粹的数学学科不能对这种物理诠释提供支持。因此，系统理论也只不过是一种工具（尽管是一种引人入胜的强大工具）而已，而且绝不可能使使用者摒弃其原专业领域坚实的专业知识。系统理论在电气技术方面的主要应用领域是通信技术、调节技术和测量技术。这些专业的典型特征是抽象并侧重理论，但为此也具有通用性。对于应用而言，除了理论之外，在理论应用过程中所获得的经验也是必需的，如图 1-2 所示。

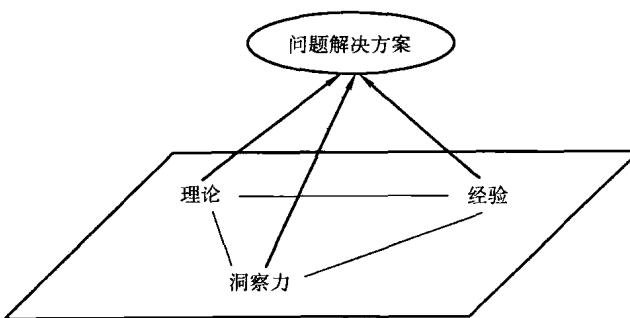


图 1-2 单有理论是不够的，只有通过应用才能获取经验

1.2 信号处理方法概述

本节的目的是，通过对信号处理的方法加以概述为后面章节中的抽象理论部分做好铺垫。如果说这里介绍的原理描绘出的是一片森林，那么后面章节所论述的就是树木。也就是说，不必现在就详细地理解下面的论述。本节中所论述的所有内容随后还会做更准确的讲解。

信号（通过时变函数来表示）是通过系统来处理的。因此，一个系统把一个输入信号 $x(t)$ 映像变换成一个输出信号 $y(t)$ ，如图 1-3 所示。

由系统执行的映像变换可以通过以下两种方式加以描述：

- 函数：
$$y(t) = f(x(t)) \quad (1-1)$$



图 1-3 系统及其输入和输出信号

- 特性曲线，如图 1-4 所示。

图 1-4 中的特性曲线可以通过指数级数进行数学描述：

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + b_4 x^4 + \dots \quad (1-2)$$

式 (1-2) 是式 (1-1) 的一种逼近。这种逼近可以按任意精确度进行。

因此，利用特性曲线或者利用映像变换函数对一个系统进行的描述都是等效的描述方式。到底哪种描述方式更合适，需视具体问题而定。

当除 $i = 1$ 之外的系数 b_i 全部消失时，由式 (1-2) 会得出一种非常重要的特殊情况。式 (1-2) 的简化形式为

$$y = bx \quad (1-3)$$

用式 (1-3) 的方程描述的系统称之为线性系统。另外，如果系数 b 是时不变的，则系统也是时不变的。在技术上，这种系统非常重要，它们被称为线性时不变连续 (Linear Time Invariant, LTI) 系统。实际上本书的全部内容都与这种线性时不变连续系统有关。一个线性时不变连续系统的一种可能的特性曲线如图 1-5 所示。

在数学上，式 (1-4) 形式的函数被称之为线性函数。

$$y = b_0 + b_1 x \quad (1-4)$$

在系统理论中，必须满足附加条件 $b_0 = 0$ ，只有这样才能称之为线性系统。由此可见，特性曲线必须通过坐标零点，如图 1-5 所示。

线性系统一个大的“窍门”是很容易对线性系统进行数学描述。其原因在于叠加定理可适用于线性系统。这表明，可以将一个信号 x 分成若干个相加部分：

$$x = x_1 + x_2$$

可以利用映像变换函数 f 把这些相加部分（部分信号）逐个地发送到系统上，借此产生两个输出信号：

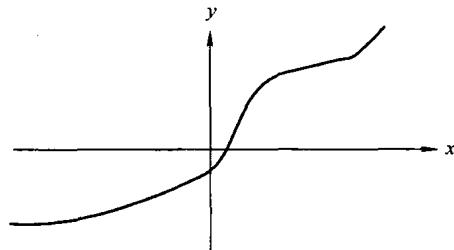


图 1-4 作为系统特性曲线的映像变换规则

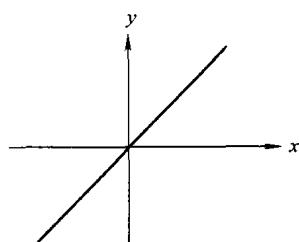


图 1-5 一个静态线性时不变连续系统的特性曲线

$$y_1 = f(x_1) \quad y_2 = f(x_2)$$

这两个输出信号的总和（叠加）产生总信号 y 。当把原始输入信号 x 发送到系统上时，就会产生相同的信号：

$$y = y_1 + y_2 = f(x_1) + f(x_2) = f(x_1 + x_2) = f(x) \quad (1-5)$$

这种叠加定理可以由于加法结合律而扩展到任意多的相加部分：

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = (x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$$

如果一个系统具有按照式 (1-4) 在 $b_0 \neq 0$ 情况下所描述的映像变换函数，则叠加定理无效。这可以通过一个数字示例很容易地进行检验：

系统特性曲线： $y = 1 + x$

输入： $x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x = x_1 + x_2 = 3$

输出： $y_1 = 2 \quad y_2 = 3 \quad y = 4 \neq y_1 + y_2 = 2 + 3 = 5$

联系到线性时不变连续系统，其优势在于，一个复杂信号可以通过简单信号的总和来表示。这种情况称之为级数展开。式 (1-2) 为一个所谓的幂级数的示例，这个幂级数很适合用来描述系统特性曲线。而与之相反，傅里叶级数则更适合用来描述信号。在每次级数展开时，都会出现所谓的系数，在式 (1-2) 中，这些系数是数字 b_0, b_1, b_2 等。因此，如果确定了某种类型的级数展开，例如傅里叶级数，则只要给定系数就足够了。这种所谓的傅里叶系数可以完整地描述信号，但是信号从外形上看却完全不一样。但是，这种新的形式经常是可以直观地进行解释，在傅里叶系数中被称之为频谱。

因此，为了便于掌握线性时不变连续系统，可以将信号分解成简单的基本函数项，也就是谐波函数。按照信号的种类，可以采用傅里叶分解、傅里叶变换、拉普拉斯变换等方法进行分解。但是，所有这些变换相互间紧密相关，而且都以傅里叶变换为基础。在 2.3 节中将会用很大的篇幅对此进行讲述。

就线性时不变连续系统而言，可以由一种特殊情况（例如系统对谐波信号的响应）推断出普遍情况（系统对任何一个输入信号的响应）。

对于图 1-5 中的特性曲线，还必须进行更仔细的研究。只有在输入信号变化非常缓慢时，该特性曲线才适用。例如， $x(t)$ 可以是一个甚低频正弦信号。如果升高频率，输出信号就会由于系统惯性而延迟响应，由特性曲线产生一个椭圆，如图 1-6 所示。

在图 1-5 中特性曲线的斜率所代表的是系统增益的程度。而与之相反，在图 1-6 中系统增益存在于半轴的斜率之中，而离心率则代表相位移

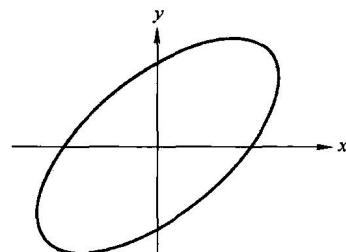


图 1-6 一个动态线性时不变连续系统的特性曲线