高教版考试用书
www.eduexam.com.cn

华杰MBA培训 指定教材

2012年
MBA、MPA、MPAcc联考
数学完全攻略

● 主编 华杰MBA考前培训
张凯 刘智 朱伟

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

2012年
MBA、MPA、MPAcc联考
数学完全攻略

华杰MBA考前培训
张凯 刘智 朱伟

2012 NIAN MBA、MPA、MPACC LIANKAO SH

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

2012年 MBA、MPA、MPAcc联考数学完全攻略/张凯，刘智，朱伟主编. —北京：高等教育出版社，2011.4

ISBN 978-7-04-032104-3

Ⅰ.①2… Ⅱ.①张… ②刘… ③朱… Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.①O1

中国版本图书馆 CIP数据核字（2011）第 042373号

策划编辑 刘 佳 责任编辑 张耀明 封面设计 王凌波 责任绘图 黄建英
版式设计 余 杨 责任校对 姜国萍 责任印制 田 甜

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	北京宏伟双华印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787×1092 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	10.25	版　　次	2011年4月第1版
字　　数	270 000	印　　次	2011年4月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	24.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号 32104-00

前　　言

MBA、MPA、MPAcc 联考中的数学科考试是研究生入学考试中的一个很特别的例子，广大考生需要用专门的方法去迅速提高。

特点在于：

（1）联考中的数学试题只考初等数学与概率初步，看起来是初中与高中的知识，但是真正的联考题目很多带有明显的竞赛色彩，难度与出题点与其他任何科目不同。

（2）联考中数学知识的各个部分衔接不是很密切，也就是说考的是一些“点”，而不是“线”。联考不要求系统学习数学知识，只需要按照大纲的考点与要求掌握就可以。这点很重要，一些考生学了很多根本不考的数学知识，南辕北辙，浪费了时间，提高不了成绩，实在可惜。

（3）联考对考生的做题速度、准确度、迅速判断能力要求很高。数学目前是 25 道题，考试需要 70 多分钟，也就是说解每道题平均不到 3 分钟，所以如果方法不对、技巧性不够，是很难取得好成绩的。

（4）联考中独有的题型：条件充分性判断。这个题型估计 60% 以上的考生会将因果搞混淆，将充分变成必要，将结果搞成条件。而目前市面上很多书对此类题型分析得很模糊，更增加了考生的迷惑。

面对纷繁无序的备考，很多考生要么在一大堆资料中找不到重点与方向，要么在题海中苦苦地挣扎而不得其解，成绩几乎提高不了多少，既浪费精力，又打击士气。根据多年的教学经验，笔者认为，考生应在充分理解考试大纲的基础上，对联考内容、题型的各种变化能很好地把握，从而保证所做的每道题都是有的放矢、富有成效的。

本书力图根据考生的上述特点，科学有效地快速提高考生的成绩。本书每一章的主要内容如下：

（1）对本考试独有的新题型——条件充分性判断题目做详细的解析，并通过典型例题让读者一目了然。

（2）严格依据大纲对所有考点涉及的概念、原理、知识点做全面系统的入门讲解，同时对各类基本命题类型、考试的经常出题点进行系统的分析，以便考生在最短的时间对联考的范围、内容、特点有充分的认识，从而基本能应付考试中遇到的问题。

（3）主要对考试中可能出现的各类题型、热点做更进一步的讲解。本部分尤其重视对解题技巧的剖析，以便更快、更准、更好地解题，使考生的应试技巧进一步提高。

（4）主要是对历年真题的解析，以便使考生对命题人员的思路、重点、方向有更深刻的了解，从而在考场上做到游刃有余，所向披靡！

（5）对数学考试的思想、思维模式进行展开，以利于考生更系统、更宏观地掌握数学实质，提高分数。

总之，联考的数学考试不是大家想象的那么简单，更不是一些人所说的那么难，只要用力、用心、用巧，一切皆有可能！

本书难免会有疏漏之处，热诚欢迎各位老师、考生及读者批评并提出宝贵意见，同时感谢国内 MBA、MPA、MPAcc 考前培训名牌华杰培训与高等教育出版社编辑对本书写作过程中给予的支持。

为满足不同阶段、不同程度考生的需求，编者将不断补充相关的资料信息，详见中国教育考试在线 www.eduexam.com.cn 及编者博客所在网站 www.mba600.com。

编者

2011 年 2 月

于北京海淀

目　　录

第一章　充分条件与充分性判断

考试要求:考试中有10道条件充分性判断的考题,每题3分,共30分.这30分是所有新手最为害怕的30分,原因是题型太陌生,没有直接的选项,与传统的选择题相差很大,这也是MBA联考数学最大的特点.

一、充分条件

定义　由条件 A 成立,就可以推出结论 B 成立(即 $A\Rightarrow B$ 是真命题),则说 A 是 B 的充分条件.

若 A 是 B 的充分条件,也可以说:A 具备了使 B 成立的充分性.若 $A\nRightarrow B$,则说 A 不是 B 的充分条件,也可以说:A 不具备使 B 成立的充分性.

例如,A 为 $x=3$;B 为 $x\geqslant3$.　当 $x=3$ 时,必有 $x\geqslant3$ 成立.

因为 $x\geqslant3$ 就是 x 不小于3.故 A 是 B 的充分条件,或说,对于 B 的成立,A 具有充分性.显然,对于 A 为 $x=3$ 的成立,B 为 $x\geqslant3$ 不具有充分性.

又如,$x-1>2$ 不是 $3<x<7$ 的充分条件,同样 $x+2<9$ 也不是 $3<x<7$ 的充分条件,但 $x-1>2$ 与 $x+2<9$ 联合起来,即 $x-1>2$ 且 $x+2<9$,对于 $3<x<7$ 的成立具有充分性.

二、解题说明

条件充分性判断题要求判断所给的条件能否充分支持题中陈述的结论.能否充分支持,就是能否推出.如果条件成立时,结论也成立,即条件能够推出结论,则称条件充分,反之则不充分.

标准选项:(A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分

(B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分

(C) 条件(1)和条件(2)单独都不充分,但联合起来充分

(D) 条件(1)充分,条件(2)也充分

(E) 条件(1)和条件(2)单独都不充分,联合起来也不充分

三、题型分析

条件充分性判断是一种单项选择题,有(A),(B),(C),(D),(E)五个选项.但这种题型与一般选择题有区别:

1. 每一道条件充分性判断题的选项都相同.
2. 在一道具体的条件充分性判断题的后面不带选项.

这种题型的结构如图1-1所示:

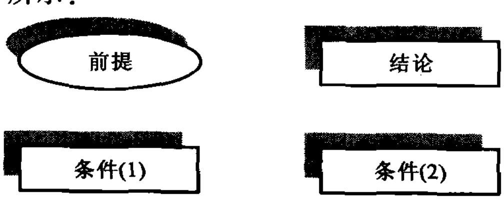


图1-1

条件充分性判断题的前提是非必要部分，有些题中有，有些题中没有，有些题中是隐含的. 要注意前提在条件中可以放心使用.

四、经典例题

【例1】 要使$\frac{1}{a}>1$成立.

(1) $a<1$;

(2) $a>1$.

【解题思路】 由于$a=-1$满足条件(1)，但$\frac{1}{a}=-1$不大于1，即题干不成立，所以条件(1)不充分.

由条件(2)，当$a>1$时，$\frac{1}{a}$的分母大于分子(分子、分母均为正数)，应有$\frac{1}{a}<1$成立，故$\frac{1}{a}>1$不成立，条件(2)也不充分.

【参考答案】 (E).

【例2】 $a\geqslant 3$.

(1) $a=3$;　　　(2) $a>3$.

【解题思路】 $a\geqslant 3\Leftrightarrow a>3$或$a=3\Leftrightarrow a$不小于3.

对条件(1)，$a=3\Rightarrow a$不小于3，故条件(1)充分.

对条件(2)，$a>3\Rightarrow a$不小于3，故条件(2)也充分.

【参考答案】 (D).

【例3】 方程$x^2-5x+6=0$成立.

(1) $x=2$;

(2) $(x-3)^2\leqslant 0, x\in\mathbf{R}$.

【解题思路】 由条件(1)知$x=2$，$x-2=0$，所以$(x-2)(x-3)=0$，即$x^2-5x+6=0$成立，所以条件(1)充分.

由条件(2)得$x=3$，所以$x-3=0$，即$x^2-5x+6=0$成立，所以条件(2)也充分.

【参考答案】 (D).

【例4】 实数a,b,c满足$ab^2<b^2c$.

(1) $a+b+c=0$;　　　(2) $a<b<c$.

【解题思路】 显然条件(1)不充分，取$a=-1,b=0,c=1$就可以说明.

对条件(2)，虽然有$a<c$，但不能确定b的符号，若$b=0$，则结论不成立，故条件(2)不充分.

联合时，依然不能确定b的符号，故联合时也不充分.

【参考答案】 (E).

【例5】 录入一篇MBA论文，录入员刘军比录入员江敏打字慢.

(1) 录入员刘军与录入员乙合作，需2小时录完;

(2) 录入员乙与录入员江敏合作，需1小时30分钟录完.

【解题思路】 条件(1)与条件(2)显然单独均不具备使录入员刘军比录入员江敏效率低的充分性.

下面考虑条件(1)和条件(2)联合:

由于刘军、乙合作所需时间大于乙、江敏合作所需时间，所以刘军比江敏录入速度慢，即刘军的效率比江敏低.

也可以用如下的计算方法：

设刘军单独录入需 x 小时录完，江敏单独录入需 y 小时录完.

由条件(1)，乙每小时录入量为$\frac{1}{2}-\frac{1}{x}$，再由条件(2)得

$$\frac{1}{y}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3},$$

所以

$$\frac{1}{y}=\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{6}>\frac{1}{x},$$

即刘军每小时完成的工作量小于江敏每小时完成的工作量，即刘军的效率比江敏的低. 故此题应选(C).

【参考答案】 (C).

五、考试技巧

1. 从选项和解题说明可以看出，要做一道条件充分性判断题，需要做三件事：

(1) 判断条件(1)是否充分.

(2) 判断条件(2)是否充分.

(3) 有必要时判断条件(1)和条件(2)联合起来是否充分.

2. 如何说明一个条件充分？如何说明一个条件不充分？

要说明一个条件充分，唯一的方法是通过计算或推导，说明当条件成立时，结论也成立. 要说明一个条件不充分，唯一的也是最实用的方法，就是举反例，或取特殊值，使条件成立，但结论不成立.

(1) 应注意的是，小范围$\Rightarrow$大范围，但大范围$\nRightarrow$小范围.

(2) 如果结论中有字母作分母，首先考虑条件能不能保证结论有意义，如果不能保证，就不充分.

(3) 如果条件与结论没有联系，或者结论中的要素在条件中没有出现，条件不充分.

(4) 如果结论比较复杂，或不好判断，先化简一下.

(5) 如果两个条件是互补的，要说明条件(1)不充分，就取特殊值，使条件(1)成立，条件(2)不成立，看结论是否成立.

(6) 如果取特殊值，使条件(1)成立，条件(2)也成立，但结论不成立，选(E).

第二章　算　　术

考试要求：

1. 整数

(1) 整数及其运算

(2) 整除、公倍数、公约数

(3) 奇数、偶数

(4) 质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比与比例

4. 数轴与绝对值

历年考题分布：

考试日期	2007年10月	2008年1月	2008年10月	2009年1月	2009年10月	2010年1月	2010年10月	2011年1月
考题个数	11	6	8	4	7	9	3	4

第一节　整数(基础)

一、整数及其运算

任何一个有理数都可以写成分数$\frac{m}{n}$的形式(m,n均为整数,$n\neq0$).

无理数,即非有理数之实数,不能写成分数$\frac{m}{n}$的形式(m,n均为整数,$n\neq0$).

【例1】 下列各式中正确的是(　　).

(A) 两个无理数的和是无理数　　(B) 两个无理数的乘积是无理数

(C) 两个无理数的乘积是有理数　　(D) 一个有理数和一个无理数的乘积是无理数

(E) 一个有理数和一个无理数相加减,其结果是无理数

【解题思路】 两个无理数的和或差不一定是无理数. 例如,$a=2-\sqrt{3}$,$b=2+\sqrt{3}$,则$a+b=4$是有理数;两个无理数的乘积或商不一定是无理数,例如,$a=2-\sqrt{3}$,$b=2+\sqrt{3}$,则$ab=2^2-3=1$是有理数;两个无理数的乘积或商也不一定是有理数,例如,$a=3-\sqrt{3}$,$b=2+\sqrt{3}$,则$ab=3+\sqrt{3}$是无理数. 因此(A),(B),(C)都不正确.

一个有理数和一个无理数的乘积可能是有理数,也可能是无理数. 例如$a=0$,$b=2+\sqrt{5}$,则$ab=0$是有理数,若$a\neq0$,a为有理数,b为无理数,则ab一定是无理数. 因此(D)不正确.

一个有理数和一个无理数相加减,其结果一定是无理数. 即(E)是正确的.

【参考答案】 (E).

【例2】 若x,y为有理数,且满足方程$\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}\right)y-4-\pi=0$,那么$x-y$的值等于(　　).

(A) 10　　(B) 12　　(C) 14　　(D) 16　　(E) 18

【解题思路】 整理原方程,得$\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4\right)+\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1\right)\pi=0$.

因为 x,y 为有理数,所以$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4$,$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1$ 和 0 都是有理数,而 π 为无理数,所以

$$\begin{cases}\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4=0,\\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1=0,\end{cases}$$

解得 $x=12,y=-6$,即 $x-y=18$.

【参考答案】 (E).

【例 3】 $m=n=0$.

(1) $m,n\geqslant0,\left(\frac{1}{2}\right)^{m-n}=1$;

(2) m,n 都是有理数,α 是无理数,且 $m+n\alpha=0$.

【解题思路】 条件(1)$\left(\frac{1}{2}\right)^{m-n}=1=\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\Rightarrow m=n$,不充分;条件(2)$m,n$ 是有理数,α 是无理数,且 $m+n\alpha=0$,根据有理部与有理部相等,无理部与无理部相等,有 $m=0,n=0$,条件(2)充分.

【参考答案】 (B).

【例 4】 把无理数$\sqrt{5}$记作 a,它的小数部分记作 b,则 $a-\frac{1}{b}$等于(　　).

(A) 1　　(B) −1　　(C) 2　　(D) −2　　(E) 3

【解题思路】 因为 $4<5<9$,所以 $2<a<3$,故$\sqrt{5}$的整数部分是 2,即 $b=a-2$,所以

$$a-\frac{1}{b}=a-\frac{1}{a-2}=\frac{a^2-2a-1}{a-2}=\frac{5-2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}=\frac{-2(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2}=-2.$$

【参考答案】 (D).

【例 5】 设$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$的整数部分为 a,小数部分为 b,则 $ab-\sqrt{5}=$(　　).

(A) 3　　(B) 2　　(C) −1　　(D) −2　　(E) 0

【解题思路】 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$,而 $2<\frac{3+\sqrt{5}}{2}<3$,因此

$$a=\left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]=2,b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}-2=\frac{-1+\sqrt{5}}{2},$$

即 $ab-\sqrt{5}=2\times\frac{-1+\sqrt{5}}{2}-\sqrt{5}=-1$.

【参考答案】 (C).

解题技巧:

若$(m,n)=1$,则称$\frac{m}{n}$为既约分数.

整数和分数统称为有理数.

两个有理数的和、差、积、商(分母不等于零)仍然是一个有理数.

对于任意实数 x,用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数;令 $\{x\}=x-[x]$,称 $[x]$ 是 x 的整数部分,$\{x\}$ 是 x 的小数部分.

由定义可得出下列简单性质:

1. $x=[x]+\{x\}$.　　2. $0\leqslant\{x\}<1$.

二、数的整除

定理　设 a,b 是两个整数,其中 $b>0$,则存在整数 q,r 使得

$$a=bq+r$$

成立,而且 q,r 都是唯一的.

a 叫做被除数. b 叫做除数. q 叫做 a 被 b 除所得的不完全商. r 叫做 a 被 b 除所得到的余数,且 $0\leqslant r<b$,若余数 $r=0$,意味着 b 可以整除 a,或者说 a 可以被 b 整除.

【例6】　若一整数 n 既能被6整除,又能被8整除,则它还可以被(　　)整除.

(A) 10　　(B) 12　　(C) 14　　(D) 16　　(E) 18

【解题思路】　$6=2\times3$,$8=2\times4$,整数 n 既可被3整除,又可被4整除,那么一定可以被12整除.

【参考答案】　(B).

【例7】　当正整数 k 被12除时,其余数为3,下列(　　)被12除时,其余数等于6.

① $2k$　　② $6k$　　③ $4k+6$

(A) ①　　(B) ②　　(C) ③　　(D) ①②　　(E) ①②③

【解题思路】　设该正整数 $k=12m+3$,

$2k=12\cdot2\cdot m+6$,$6k=12\cdot6\cdot m+12+6$,$4k+6=12\cdot4\cdot m+12+6$.

【参考答案】　(E).

解题技巧:

1. 整除的性质

(1) 如果 a,b 都能够被 c 整除,那么它们的和与差也能够被 c 整除.

(2) 如果 b 与 c 的积能整除 a,那么 b 与 c 都能整除 a.

(3) 如果 c 能整除 b,b 能整除 a,那么 c 能整除 a.

(4) 如果 b 与 c 都能整除 a,且 b 与 c 互质,那么 b 与 c 的乘积能整除 a.

2. 数的整除特征

(1) 零能被任意非零自然数整除.

(2) 能被2整除的数个位数字是0,2,4,6,8.

(3) 各位数字之和能被3(或9)整除的数必能被3(或9)整除.

(4) 末两位数能被4整除的数必能被4整除.

(5) 末位数是0或5的数能被5整除.

(6) 两个相邻自然数中,必有一个是偶数,另一个是奇数.

三、最大公约数、最小公倍数

(一) 公约数

公约数:设 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$ 是 n 个正整数,若 d 是它们中每一个数的约数,则称 d 为这 n 个整数的公约数(或公因数).

最大公约数:n 个正整数 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$ 的公约数中最大的一个,叫做这 n 个正整数的最大公约数.

(二) 公倍数

公倍数:设 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$ 是 n 个正整数,若 a 是它们中每一个数的倍数,则称 a 为这 n 个正整数的公倍数.

最小公倍数:n 个正整数 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$ 的公倍数中最小的一个,叫做这 n 个正整数的最小公倍数.

互质:若 n 个正整数的最大公约数是 1,则称这 n 个正整数互质.

【例 8】 甲数和乙数的最大公约数是 6,最小公倍数是 90,如果甲数是 18,那么乙数等于(　　).

(A) 26　　(B) 30　　(C) 90　　(D) 92　　(E) 98

【解题思路】 因为甲数和乙数的最大公约数是 6,故可设这两数分别为 $6k_1,6k_2(k_1,k_2$ 互质$)$,$90=6k_1\cdot k_2\Rightarrow k_1\cdot k_2=15$,由于 $6k_1=18$,则 $k_2=5$,乙数为 $6k_2=30$.

【参考答案】 (B).

【例 9】 两个数的最大公约数是 21,最小公倍数是 126,则这两个数的和等于(　　).

(A) 105　　(B) 147　　(C) 105 或 147　　(D) 105 或 145　　(E) 145

【解题思路】 因为两个数的最大公约数是 21,故可设这两数分别为 $21k_1,21k_2(k_1,k_2$ 互质$)$,$126=21k_1\cdot k_2\Rightarrow k_1\cdot k_2=6$,则有 $\begin{cases}k_1=1,\\k_2=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k_1=2,\\k_2=3,\end{cases}$ 故这两个数的和等于 $1\times21+6\times21=147$ 或 $2\times21+3\times21=105$.

【参考答案】 (C).

四、奇数与偶数

能被 2 整除的自然数都是偶数;不能被 2 整除的自然数都是奇数. 偶数都可以表示成 $2k$(k 为整数)的形式;奇数都可以表示成 $2k+1$(k 为整数)的形式.

【例 10】 若 n 为任意自然数,则 n^2+n(　　).

(A) 为偶数　　(B) 为奇数

(C) 当 n 为偶数时是偶数,当 n 为奇数时是奇数　(D) 不能确定

(E) 以上结论均不正确

【解题思路】 因为 $n^2+n=n(n+1)$,n 与 $n+1$ 是两个相邻的自然数,其中必有一个是偶数,所以 n^2+n 能被 2 整除,故它是偶数.

【参考答案】 (A).

【例 11】 正整数 x 是偶数.

(1) x 被 3 除时,其余数为 2;

(2) x 被 5 除时,其余数为 2.

【解题思路】 根据条件(1)设 $x=3k_1+2$,当 k_1 为奇数时,x 为奇数,当 k_1 为偶数时,x 为偶数. 根据条件(2)设 $x=5k_2+2$,当 k_2 为奇数时,x 为奇数,当 k_2 为偶数时,x 为偶数. 联合条件(1),(2)$x=3k_1+2=5k_2+2$,$k_1=\dfrac{5k_2}{3}$,无法确定 x 是偶数.

k_2	3	6	9	12	15	18	21
k_1	5	10	15	20	25	30	35
x	17	32	47	62	77	92	107

【参考答案】 (E).

解题技巧:

奇数±奇数=偶数　　奇数×奇数=奇数

奇数±偶数=奇数　　奇数×偶数=偶数

偶数±偶数=偶数　　偶数×偶数=偶数

如果两个整数的和为奇数,那么这两个数一定是一奇一偶;

如果两个整数的积为奇数,那么这两个数一定都是奇数.

五、质数、合数

若一个正整数只有1和它本身两个约数,则称这个正整数为质数.

若一个正整数有除1和自身以外的约数,则称这个正整数为合数.

【例12】 两个质数的和是49,那么这两个质数的乘积等于(　　).

(A) 90　(B) 92　(C) 94　(D) 96　(E) 不能确定

【解题思路】 49为奇数,两个数的和为奇数,必定一个数为奇数,一个数为偶数,而2是唯一的一个偶质数,故其中一个数必定为2,则另一个数为47,这两个质数的乘积等于$2\times47=94$.

【参考答案】 (C).

【例13】 一个整数a与1080的乘积是一个完全平方数,则a的最小值等于(　　).

(A) 2　(B) 6　(C) 10　(D) 15　(E) 30

【解题思路】 $1080=2\times2\times2\times3\times3\times3\times5=2\times2\times3\times3\times2\times3\times5=2^2\times3^2\times2\times3\times5$,因此只需$a=2\times3\times5$,使得$1080a=2^2\times3^2\times2\times3\times5\times2\times3\times5=2^2\times3^2\times2^2\times3^2\times5^2$.

【参考答案】 (E).

【例14】 3个素数之积恰好等于它们和的5倍,这3个素数之和为(　　).

(A) 12　(B) 14　(C) 15　(D) 18　(E) 20

【解题思路】 设这3个素数为x,y,z,依题意有$xyz=5(x+y+z)$,所以xyz必能被5整除.又因为5是素数,所以x,y,z中必有一个是5.不妨设$x=5$和$y\leqslant z$,则有$yz=5+y+z$,所以$(y-1)(z-1)=6$,从而

$$\begin{cases}y-1=1,\\ z-1=6\end{cases}\text{或}\begin{cases}y-1=2,\\ z-1=3,\end{cases}$$

所以素数$y=2,z=7$,从而$x+y+z=14$,故本题正确选项为(B).

【参考答案】 (B).

解题技巧:

1既不是质数,也不是合数.

2是最小的质数.

除2以外的质数都是奇数.

4是最小的合数.

第二节　分数、循环小数、百分数

一、分数

【例 1】 有四个分数$\frac{12}{25},\frac{11}{24},\frac{19}{39},\frac{11}{29}$,其中最大的分数与最小的分数的差等于(　　).

(A) $\frac{122}{1131}$　　(B) $\frac{3}{104}$　　(C) $\frac{7}{975}$　　(D) $\frac{55}{696}$　　(E) 以上结论均不正确

【解题思路】 将这四个分数从大到小排序有$\frac{19}{39},\frac{12}{25},\frac{11}{24},\frac{11}{29}$,则

$$\frac{19}{39}-\frac{11}{29}=\frac{19\times29-11\times39}{29\times39}=\frac{122}{1131}.$$

【参考答案】 (A).

二、循环小数

循环小数可分为有限循环小数和无限循环小数,前者是有理数,后者是无理数.

从小数点后某一位开始不断地重复出现前一个或一节数码的十进制无限小数.如 2.1666…, 35.232323…等,被重复的一个或一节数码称为循环节.循环小数的缩写法是将第一个循环节以后的数码全部略去,而在保留的循环节首末两位上方各添一个小点.

例如:

2.166666…缩写为 $2.1\dot{6}$(读作"二点一六,六循环").

0.34103103…103…缩写为 $0.34\dot{1}0\dot{3}$(读作"零点三四一零三,一零三循环").

【例 2】 一位同学计算小数乘法时,把一个因数 $1.2\dot{3}$ 错看成了 1.23,使计算结果少了 0.3,则正确的计算结果是(　　).

(A) 90　　(B) 95　　(C) 101　　(D) 106　　(E) 111

【解题思路】 设另一个因数为 x,则

$x(1.2\dot{3}-1.23)=0.00\dot{3}\cdot x=\frac{3}{9}\cdot\frac{1}{100}x=\frac{1}{300}x=0.3\Rightarrow x=90\Rightarrow 90\cdot 1.2\dot{3}=90\cdot\left(1.23+\frac{1}{300}\right)=111.$

(设 $0.\dot{1}=x$, $1.\dot{1}=10x$, $1.\dot{1}=10\times0.\dot{1}=10x$, $10x-x=9x=1.\dot{1}-0.\dot{1}=1$, $x=\frac{1}{9}$,同理:$0.1\cdots1\cdots=0.\dot{1}=\frac{1}{9}$, $0.01\cdots01\cdots=0.\dot{0}\dot{1}=\frac{1}{99}$, $0.001\cdots001\cdots=0.\dot{0}0\dot{1}=\frac{1}{999}$.) $1.2\dot{3}=1.23+0.003\cdots3\cdots=1.23+\frac{1}{100}\cdot0.3\cdots3\cdots=1.23+\frac{1}{100}\cdot0.\dot{3}=1.23+\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{3}=1.23+\frac{1}{300}$, $1.2\dot{3}=1.23+0.00\dot{3}=1.23+\frac{3}{999}=1.23+\frac{1}{333}$(错误).

【参考答案】 (E).

三、百分数

【例 3】 (1998 年 10 月)

某种商品降价 20% 后,若欲恢复原价,应提价(　　).

(A) 20%　　(B) 25%　　(C) 22%　　(D) 15%　　(E) 24%

【解题思路】 原价设为 a,降价 20%后为 $a(1-20\%)=0.8a$,若欲恢复原价,则

$$0.8a(1+x)=a\Rightarrow x=25\%.$$

【参考答案】 (B).

【例4】 (1999年1月)

一批图书放在两个书柜中,其中第一个书柜中书占55%,若从第一个书柜中取出15本放入第二个书柜内,则两个书柜中的书各占这批图书的50%,这批图书共有(　　).

(A) 200本　(B) 260本　(C) 300本　(D) 360本　(E) 600本

【解题思路】 $\frac{15}{55\%-50\%}=300$(本).

【参考答案】 (C).

【例5】 (2006年10月)

仓库中有甲、乙两种产品若干件,其中甲占总库存量的45%,若再存入160件乙产品后,甲产品占新库存量的25%.那么甲产品原有件数为(　　).

(A) 80　(B) 90　(C) 100　(D) 110　(E) 以上结论均不正确

【解题思路】 设甲产品原有件数为 x,则

$$\frac{x}{\frac{x}{45\%}+160}=25\%\Rightarrow x=90(\text{件}).$$

【参考答案】 (B).

第三节 比与比例

【例1】 (2007年10月)

某产品有一等品、二等品和不合格品三种,若在一批产品中一等品件数和二等品件数的比是5:3,二等品件数和不合格件数的比是4:1,则该产品的不合格率约为(　　).

(A) 7.2%　(B) 8%　(C) 8.6%　(D) 9.2%　(E) 10%

【解题思路】 设一等品、二等品和不合格的件数分别为 a,b,c,由已知

$$\frac{a}{b}=\frac{5}{3},\frac{b}{c}=\frac{4}{1},$$

因此

$$\frac{c}{a+b+c}=\frac{\frac{1}{4}b}{\frac{5}{3}b+b+\frac{1}{4}b}=\frac{3}{35}\approx 8.6\%.$$

【参考答案】 (C).

【例2】 (1997年1月4日)

甲仓存粮30吨,乙仓存粮40吨,要再往甲仓和乙仓共运去粮食80吨,使甲仓粮食是乙仓粮食数量的1.5倍,应运往乙仓的粮食是(　　).

(A) 15吨　(B) 20吨　(C) 25吨　(D) 30吨　(E) 35吨

【解题思路】 设应运往乙仓的粮食为 x 吨,则

$$\frac{30+(80-x)}{40+x}=1.5\Rightarrow x=20(\text{吨}).$$

【参考答案】（B）.

【例 3】（2000 年 1 月）

一本书内有 3 篇文章，第一篇的页数分别是第二篇页数和第三篇页数的 2 倍和 3 倍，已知第 3 篇比第 2 篇少 10 页，则这本书共有（　　）.

（A）100 页　（B）105 页　（C）110 页　（D）120 页

【解题思路】设第一篇的页数为 $6x$，则第二篇页数为 $3x$，第三篇页数为 $2x$，则

$$3x-2x=10\Rightarrow x=10\Rightarrow 6x+3x+2x=110(\text{页}).$$

【参考答案】（C）.

解题技巧：

在解比和比例的题时，要选对基准量，注意折扣的变化与利润的关系.

$$\text{利润率}=\frac{\text{售价}-\text{进价}}{\text{进价}}.$$

第四节　数轴与绝对值

一、绝对值的定义

代数意义：实数 a 的绝对值记作 $|a|$，规定

$$|a|=\begin{cases}a, & a>0,\\ 0, & a=0,\\ -a, & a<0.\end{cases}$$

几何意义：数轴上对应 a 的点到原点的距离，如图 2-1 所示.

$|a-b|$ 的几何意义：点 a 到点 b 的距离.

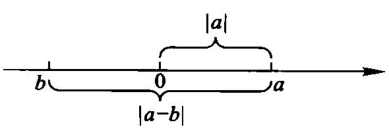


图 2-1

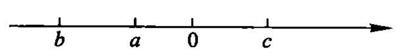


图 2-2

【例 1】实数 a,b,c 在数轴上的位置如图 2-2 所示. 则 $\sqrt{a^2}-|a+b|+\sqrt{(c-a)^2}+|b+c|$，化简的结果为（　　）.

（A）a　（B）$-a$　（C）0　（D）$a+b$　（E）都不对

【解题思路】原式 $=|a|-|a+b|+|c-a|+|b+c|$.

化简就是要将绝对值符号去掉，必须要知道绝对值符号中数的符号.

因为 $a<0, a+b<0, c-a>0, b+c<0$，所以

$$\begin{aligned}\text{原式}&=-a-[-(a+b)]+c-a-(b+c)\\&=-a+a+b+c-a-b-c\\&=-a.\end{aligned}$$

【参考答案】（B）.

【例 2】已知 $a<0, ab<0$，那么 $|a-b-3|-|4+b-a|$ 的结果是（　　）.

（A）-1　　（B）1　　（C）7　　（D）-7　　（E）不能确定

【解题思路】　$a<0, ab<0, b>0$，则 $|a-b-3|-|4+b-a|=-a+b+3-(4+b-a)=-1$.

【参考答案】　（A）.

【例3】　已知 $x<0<z, xy>0, |y|>|z|>|x|$，那么 $|x+z|+|y+z|-|x-y|$ 的值等于（　　）.

（A）$x+2y$　　（B）$y-z$　　（C）0　　（D）$2(x+y)$　　（E）$y-z$

【解题思路】　由已知，$x<0, y<0, z>0, x+z>0, y+z<0, x-y>0$，则

$$|x+z|+|y+z|-|x-y|=x+z-y-z-x+y=0.$$

【参考答案】　（C）.

二、实数的绝对值的性质

1. 非负性：$|a|\geqslant 0$，$|a|=0 \Leftrightarrow a=0$.
2. 对称性：$|a|=|-a|$（如图2-3所示，可以根据需要改变绝对值符号中的代数式的符号）.
3. 自比性 $-|a|\leqslant a\leqslant |a|$.
4. $|ab|=|a||b|$，$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}(b\neq 0)$.

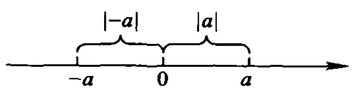
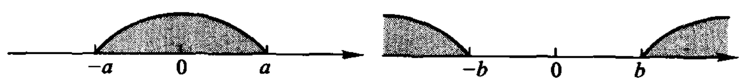


图 2-3



(a)　　(b)

图 2-4

5. $|x|<a \Leftrightarrow -a<x<a$（如图2-4(a)）；$|x|>b \Leftrightarrow x>b$ 或 $x<-b$（如图2-4(b)）.
6. 三角不等式

$|a+b|\leqslant |a|+|b|$，等号成立当且仅当 $ab\geqslant 0$；

$|a+b|\geqslant ||a|-|b||$，等号成立当且仅当 $ab\leqslant 0$.

7. 等价性：$\sqrt{a^2}=|a|$，$|a|^2=a^2$.

（一）非负性

$$\begin{cases}|a|\geqslant 0,\\(a)^2\geqslant 0,\\\sqrt{a}\geqslant 0\Rightarrow a\geqslant 0.\end{cases}$$

【例4】　已知实数 x,y 满足 $(2x-1)^2+|3x-2y|=0$，则 $x+y=$ ________.

【解题思路】　因为 $x,y\in\mathbf{R}$，所以 $(2x-1)^2\geqslant 0$，$|3x-2y|\geqslant 0$.

又因为 $(2x-1)^2+|3x-2y|=0$，所以 $\begin{cases}2x-1=0,\\3x-2y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2},\\y=\dfrac{3}{4},\end{cases}$ 所以 $x+y=\dfrac{5}{4}$.

【例5】　已知 $|x-y+1|+(2x-y)^2=0$，求 $\log_y x$.

【解题思路】　因为 $|x-y+1|\geqslant 0$，$(2x-y)^2\geqslant 0$，又因为

$$|x-y+1|+(2x-y)^2=0,$$

所以

$$\begin{cases}x-y+1=0,\\2x-y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$$