360度细讲精练　全面渗透课标理念

荣德基初中系列

荣德基 总主编

剖析

POUXI

新课标新教材

赠教材习题答案

探究开放创造性学习

九年级数学 上 配北师

内蒙古少年儿童出版社

荣德基初中系列

荣德基 剖析

POUXI

新课标新教材

研究开放创造性学习

九年级数学(上)

(配北师)

总 主 编:荣德基

本册主编:周 静 潘晓茹

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

荣德基剖析新课标新教材:探究开放创造性学习:北师.九年级数学.上/荣德基主编.—4版.—通辽:内蒙古少年儿童出版社,2009.4(2010.4重印)

ISBN 978-7-5312-1986-6

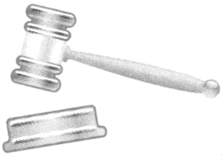
Ⅰ.荣…　Ⅱ.荣…　Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第020526号

你的差距牵动着我的心

责任编辑/巴　木
装帧设计/典点瑞泰
出版发行/内蒙古少年儿童出版社
地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西312号(028000)
经　　销/新华书店
印　　刷/北京世纪雨田印刷有限公司
总 字 数/2606千字
规　　格/880×1240　1/32
总 印 张/83.75
版　　次/2006年3月第1版　2009年4月第4版
印　　次/2010年4月第5次印刷
总 定 价/153.10元(全9册)

梦想拍卖会



中标

咕噜国国王具有神性。为了泽被天下、遴选未来的状元，国王决定把自己心爱的宝贝——“梦想盒”拿出来，在咕噜王国里公开拍卖。闻讯赶来的咕噜王国公民们密密麻麻地坐满了拍卖厅。

拍卖专区

卖　　主： 咕噜国国王
拍卖商品： 梦想盒
商品描述： “梦想盒”是个神奇的物品，它能帮助人们实现自己的梦想。
起 拍 价： 无底价起拍
竞 拍 物： 能够交换梦想的一切东西

买家1号： 华梦妍
竞 拍 物： 决心
竞拍理由： 下定决心，方有勇气排除万难，最终实现梦想。所以我用决心交换梦想。
竞拍结果： 失败
国王意见： 光有决心没有正确的方向会离梦想越来越远的，光有决心没有大量的行动也是无法接近梦想的。

买家2号： 洪璐
竞 拍 物： 勤奋
竞拍理由： 成功源于勤奋，勤奋是一切梦想和成就的先决条件。所以我用勤奋交换梦想。
竞拍结果： 失败
国王意见： 若光勤奋但没有坚强的意志，那勤奋也不会持久；若勤奋不讲究正确的方法，很容易在追逐梦想的路上被别人超越。

……

拍卖会进行了快一个小时了，国王面对一个个毫无新意的竞拍物，不断地摇头叹息。当他表现出倦意的时候，一个声音突然让他精神一振——“12个小目标”。

买家66号： 郁以轩
竞 拍 物： 12个小目标
竞拍理由： 阶段性目标是一个个通往梦想的基石，我设定了12个小目标一步步努力、一点点前进。所以，我用12个小目标来交换梦想。
竞拍结果： 成功中标
国王意见： 成功的过程是一场马拉松，它不是一次冲刺，需要的是综合实力。设置阶段性目标，就是追求梦想的过程。每个阶段性目标的达成，就是向梦想靠近了一步。

CONTENTS

目录

第1章 证明（二）

全章瞭望 …… 1

第 1 节　你能证明它们吗 …… 1

第 2 节　直角三角形 …… 14

第 3 节　线段的垂直平分线 …… 24

第 4 节　角平分线 …… 33

全章总结 …… 42

第2章 一元二次方程

全章瞭望 …… 44

第 1 节　花边有多宽 …… 44

第 2 节　配方法 …… 50

第 3 节　公式法 …… 56

第 4 节　分解因式法 …… 62

第 5 节　为什么是 0.618 …… 68

全章总结 …… 75

第3章 证明（三）

全章瞭望 …… 77

第 1 节　平行四边形 …… 77

第 2 节　特殊平行四边形 …… 91
全章总结 …… 108

第 4 章　视图与投影

全章瞭望 …… 110
第 1 节　视　图 …… 110
第 2 节　太阳光与影子 …… 120
第 3 节　灯光与影子 …… 127
全章总结 …… 135

第 5 章　反比例函数

全章瞭望 …… 137
第 1 节　反比例函数 …… 137
第 2 节　反比例函数的图象与性质 …… 144
第 3 节　反比例函数的应用 …… 157
全章总结 …… 168

第 6 章　频率与概率

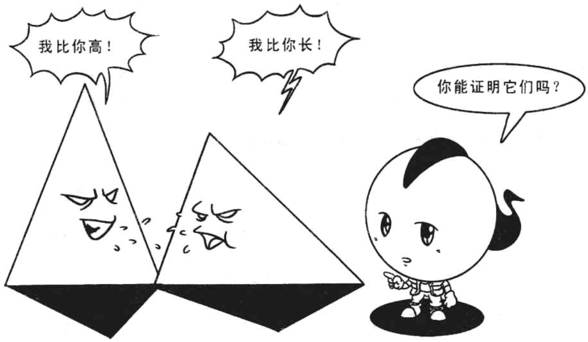
全章瞭望 …… 170
第 1 节　频率与概率 …… 170
第 2 节　投针试验 …… 183
第 3 节　生日相同的概率 …… 190
第 4 节　池塘里有多少条鱼 …… 196
全章总结 …… 200
参考答案及剖析 …… 202

第 1 章 证明(二)

全章瞭望

本章共分 4 节:第 1 节你能证明它们吗;第 2 节直角三角形;第 3 节线段的垂直平分线;第 4 节角平分线.你能证明它们吗是今后学习的基础内容,是推理、运算的重要依据.本章依据全等三角形的性质,完成线段或角的相等的推理,线段与角的计算问题,能运用三角形全等的条件及角的平分线的性质,初步掌握经过一步步的推理,最后证明结论正确的方法.直角三角形在本章讲述了两个定理:即勾股定理和勾股定理的逆定理,以及根据"斜边、直角边"来判定两个三角形全等,直角三角形的性质与判定应用相当广泛.等腰三角形、等边三角形要弄清它们之间的关系,及它们区别一般三角形的特殊性质,比较等腰三角形的判定定理与性质定理,不要把两者混淆.

第 1 节 你能证明它们吗



A.基础篇 研习教材 夯实根本

知识块一:全等三角形的判定方法和性质(重点)

【剖析点 1】 全等三角形的判定方法(掌握)

全等三角形的判定方法有四种,公理 SSS、SAS、ASA 以及推论 AAS,判定两个三角形全等时,应根据已知条件准确地选择判定方法.如果已知两个三角形的两边对应相等,可考虑选择 SSS、SAS,再寻求第三组量是否对应相等;已知两个三角形的两角对应相等,可考虑选择 ASA、AAS,再寻求第三组量是否对应相等.全等三角形的性质是证明两条线段相等、两个角相等的重要方法.

【典例】 如图 1-1-1 所示,在$\triangle ABC$中,点E在BC上,点D在AE上,已知$\angle ABD=\angle ACD$,$\angle BDE=\angle CDE$.求证:$BD=CD$.

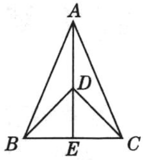


图 1-1-1

证明:因为$\angle BDE=\angle CDE$,所以$\angle ADB=\angle ADC$.又因为$\angle ABD=\angle ACD$,$AD=AD$,所以$\triangle ABD\cong\triangle ACD$(AAS),所以$BD=CD$.

剖析:由题目的条件可得到两角对应相等,因此找出一条边对应相等是本题的解题关键,观察图形发现两个三角形有公共边AD,由此问题得证.

【剖析点 2】 不能正确分析命题的条件和结论,错用"SSA"判定两个三角形全等(了解)

"SSA"即如果两个三角形的两条边及其中一条边的对角对应相等,那么这两个三角形全等.这是一个错误结论,这样的三角形不一定全等.如图 1-1-2 所示,以A为圆心,以大于A到BD的距离为半径画弧,与BD交于点C和C'.显然$AB=AB$,$AC=AC'$,$\angle B=\angle B$,但$\triangle ABC$与$\triangle ABC'$不全等.

【典例】 如图 1-1-3 所示,已知$\triangle ABC$,$AB=AC$.求证:$\angle B=\angle C$.

证明:如图 1-1-3.作$\triangle ABC$的角平分线AD.因为AD平分$\angle BAC$,所以$\angle BAD=\angle CAD$.在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中,因为$AB=AC$,$\angle BAD=\angle CAD$,$AD=AD$,所以$\triangle ABD\cong\triangle ACD$(SAS).所以$\angle B=\angle C$.

剖析:本题易错误地作$\triangle ABC$的边BC上的高,因为在$\triangle ABD$和$\triangle ACD$中,$AB=AC$,$AD=AD$,$\angle ADB=\angle ADC=90°$,所以$\triangle ABD\cong\triangle ACD$(SSA),所以$\angle B=\angle C$.这种证法是不正确的,利用"SSA"不能证明两个三角形全等.

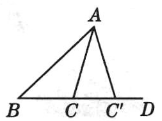


图 1-1-2

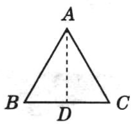


图 1-1-3

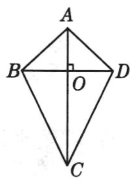


图 1-1-4

【知识块一典例】 如图 1-1-4 所示,已知四边形$ABCD$,AC垂直平分BD于点O.

(1)图中有多少对全等三角形?请把它们都写出来;

(2)任选(1)中的一对全等三角形加以证明.

解:(1)图中共有 3 对全等三角形,$\triangle AOB\cong\triangle AOD$,$\triangle COB\cong\triangle COD$,$\triangle ABC\cong\triangle ADC$.(2)选择$\triangle AOB\cong\triangle AOD$.

证明:因为AC垂直平分BD,所以$BO=OD$,$\angle AOB=\angle AOD=90°$.在$\triangle AOB$和$\triangle AOD$中,$AO=AO$,$\angle AOB=\angle AOD$,$BO=DO$,所以$\triangle AOB\cong\triangle AOD$(SAS).

剖析:要证$\triangle AOB\cong\triangle AOD$,从图中可知有一组公共边,又因为$AC$垂直平分$BD$,所以可得出两个条件,从而使问题得证.

误区警示:在"ASA"中,"边"必须是"两角的夹边",在"AAS"中,"边"必须是其

中一个角的对边.运用这两种方法时要结合已知条件及图形的特征进行选择.

【知识块一基础题练习】☞(202)

1. 下列条件中,能判定$\triangle ABC \cong \triangle DEF$的是(　　)

A. $AB=DE$,$BC=EF$,$\angle A=\angle E$　　B. $\angle A=\angle D$,$AB=DE$,$\angle B=\angle E$

C. $AB=DE$,$BC=EF$,$\angle C=\angle F$　　D. $\angle A=\angle E$,$AB=EF$,$\angle B=\angle D$

2. 如图 1-1-5 所示,$\angle 1=\angle 2$,要根据“AAS”使$\triangle ABD \cong \triangle ACD$,还需要添加的一个条件是________.

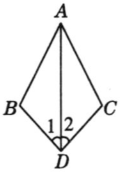


图 1-1-5

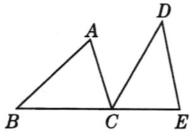


图 1-1-6

3. 如图 1-1-6 所示,B,C,E三点在同一条直线上,$AC \parallel DE$,$AC=CE$,$\angle ACD=\angle B$.求证:$\triangle ABC \cong \triangle CDE$.

知识块二:等腰三角形的性质和推论(重点)

【剖析点 3】 等腰三角形的性质(掌握)

等腰三角形的两个底角相等,即“等边对等角”.一般地,“等边对等角”,即在一个三角形中,如果有两条边相等,那么我们很快地想到它们所对的两个角也是相等的.

【典例】　如图 1-1-7 所示,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,D在BC上,且$AD=BD$,$AC=CD$,求$\angle B$的度数.

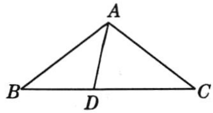


图 1-1-7

解:因为$AB=AC$,$AD=BD$,$AC=CD$,所以$\angle B=\angle C=\angle BAD$,$\angle ADC=\angle DAC$(等边对等角).设$\angle B$为$x$,则$\angle ADC=\angle B+\angle BAD=2x$.所以$\angle DAC=\angle ADC=2x$.于是在$\triangle ABC$中,有$\angle B+\angle C+\angle BAC=x+x+3x=180°$.解得$x=36°$,所以$\angle B=36°$.

剖析:先通过已知条件的等边,找到等角,再利用内角和定理建立方程求解.

【剖析点 4】 教材 P_4,问题:证明“等边对等角”除教材中的方法外,还有其他证明方法吗?与同伴进行交流.

有.如图 1-1-8 所示,作$\angle BAC$的平分线AH,交BC于H点,因为$AB=AC$,$\angle BAH=\angle CAH$,$AH=AH$,所以$\triangle ABH \cong \triangle ACH$(SAS).所以$\angle B=\angle C$(全等三角形的对应角相等).

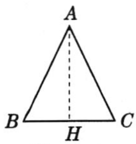


图 1-1-8

【剖析点 5】 等腰三角形的推论(应用)

等腰三角形的推论:等腰三角形顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合,简述为“三线合一”.等腰三角形的推论用途更为广泛,可以用来证明线段相等或垂直、角相等.另外等腰三角形是轴对称图形,底边上的高(顶角平分线或底边上的中线)所在直线是它的对称轴.

秒杀:网购用语.网上竞拍的一种新方式,网络卖家发布一些超低价格的商品,所有买家在同一时间网上抢购的一种销售方式.由于商品价格低廉,往往一上架就被抢购一空,有时只用一秒钟.　Hot点

【典例】 已知:如图 1-1-9 所示,$\triangle ABC$,点 D、E 在$\triangle ABC$ 的边 BC 上,$AB=AC$,$AD=AE$,求证:$BD=CE$.

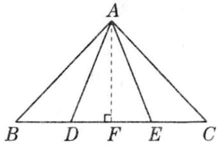


图 1-1-9

证明:如图 1-1-9,过点 A 作 $AF\perp BC$,垂足为 F,则 $AF\perp DE$.因为 $AB=AC$,$AD=AE$,所以 $BF=CF$,$DF=EF$,所以 $BD=CE$.

剖析:因为$\triangle ABC$ 和$\triangle ADE$ 是有公共顶点,且底边在同一直线上的等腰三角形,所以作$\triangle ABC$(或$\triangle ADE$)的高 AF,可同时平分 BC、DE.

【剖析点 6】 教材 P_6,问题:等腰三角形两条腰上的中线相等吗?高呢?还有其他的结论吗?请你证明它们,并与同伴进行交流.

(1)等腰三角形两条腰上的中线相等.如图 1-1-10 所示,在$\triangle ABC$ 中,已知 $AB=AC$,BD,CE 是$\triangle ABC$ 的两条中线.求证:$BD=CE$.

证明:因为 BD、CE 是$\triangle ABC$ 的中线,所以 $CD=\frac{1}{2}AC$,$BE=\frac{1}{2}AB$.又因为 $AB=AC$,所以 $CD=BE$.因为 $AB=AC$,所以$\angle EBC=\angle DCB$.在$\triangle EBC$ 和$\triangle DCB$ 中,$EB=DC$,$\angle EBC=\angle DCB$,$BC=CB$,所以$\triangle EBC\cong\triangle DCB$(SAS),所以 $CE=BD$.

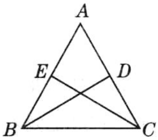


图 1-1-10

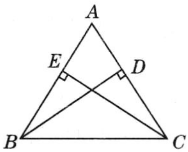


图 1-1-11

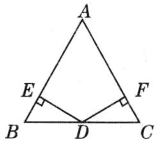


图 1-1-12

(2)等腰三角形两条腰上的高相等.如图 1-1-11 所示,在$\triangle ABC$ 中,已知 $AB=AC$,BD、CE 分别是$\triangle ABC$ 的两条高线.求证:$BD=CE$.

证明:因为 $AB=AC$,所以$\angle EBC=\angle DCB$.因为 BD、CE 分别是$\triangle ABC$ 的两条高线,所以 $BD\perp AC$,$CE\perp AB$,所以$\angle BEC=\angle CDB=90°$,在$\triangle EBC$ 和$\triangle DCB$ 中,$\angle BEC=\angle CDB=90°$,$\angle EBC=\angle DCB$,$BC=CB$,所以$\triangle EBC\cong\triangle DCB$(AAS),所以 $BD=CE$.

(3)等腰三角形底边的中点到两腰的距离相等.如图 1-1-12 所示,在$\triangle ABC$ 中,已知 $AB=AC$,$BD=CD$,$DE\perp AB$,$DF\perp AC$,垂足分别为 E、F.求证:$DE=DF$.

证明:因为 $AB=AC$,所以$\angle B=\angle C$(等边对等角).又因为 $DE\perp AB$,$DF\perp AC$,所以$\angle BED=\angle CFD=90°$.在$\triangle BED$ 和$\triangle CFD$ 中,$\angle BED=\angle CFD$,$\angle B=\angle C$,$BD=CD$,所以$\triangle BED\cong\triangle CFD$(AAS).所以 $DE=DF$.

【剖析点 7】 教材 P_6,问题:议一议

1.(1)相等.理由如下:如图 1-1-13 所示.因为 $AB=AC$,所以$\angle ABC=\angle ACB$(等边对等角).又因为$\angle ABD=\frac{1}{3}\angle ABC$,$\angle ACE=\frac{1}{3}\angle ACB$,所以$\angle ABD=\angle ACE$.在$\triangle ABD$ 和$\triangle ACE$ 中,$\angle A=\angle A$,$AB=AC$,$\angle ABD=\angle ACE$,所以$\triangle ABD\cong\triangle ACE$

Hot 点 火车票实名制:是指公民在购买火车票和乘座火车时,需要登记、核查个人的真实身份的一种实名制度.

(ASA). 所以 $BD=CE$;同理可证:当$\angle ABD=\frac{1}{4}\angle ABC$,$\angle ACE=\frac{1}{4}\angle ACB$ 时,仍有 $BD=CE$. 由此得出结论:在$\triangle ABC$ 中,如果 $AB=AC$,$\angle ABD=\angle ACE$,那么 $BD=CE$.

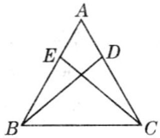


图 1-1-13

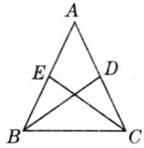


图 1-1-14

(2)相等. 理由如下:如图 1-1-14 所示. 因为 $AD=\frac{1}{2}AC$,$AE=\frac{1}{2}AB$,又因为 $AC=AB$,所以 $AD=AE$. 在$\triangle ABD$ 和$\triangle ACE$ 中,$AD=AE$,$\angle A=\angle A$,$AB=AC$,所以$\triangle ABD\cong\triangle ACE$(SAS),所以 $BD=CE$. 同理可证:当 $AD=\frac{1}{3}AC$,$AE=\frac{1}{3}AB$ 时,仍有 $BD=CE$. 由此得出结论:在$\triangle ABC$ 中,如果 $AB=AC$,$AD=AE$,那么 $BD=CE$.

2. 有两个角相等的三角形是等腰三角形.

【知识块二典例】 如图 1-1-15 所示,$AB=AC$,$BD=CD$,AD 的延长线交 BC 于点 E. 求证:$AE\perp BC$.

证明:在$\triangle BAD$ 与$\triangle CAD$ 中,$\begin{cases}AB=AC,\\AD=AD,\\BD=CD,\end{cases}$ 所以$\triangle BAD\cong\triangle CAD$(SSS),所以$\angle BAE=\angle CAE$. 因为 $AB=AC$,所以 $AE\perp BC$.

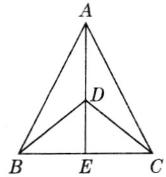


图 1-1-15

剖析:证明线段的垂直问题,借助等腰三角形的性质很方便. 这是证明垂直问题的重要思路和方法.

归纳拓展:由等腰三角形的性质还可以得到等腰三角形的如下性质:(1)等腰三角形两腰上的中线、高分别相等;(2)等腰三角形两底角的平分线相等;(3)等腰三角形底边上的任意一点到两腰的距离之和等于一腰上的高;(4)等腰三角形底边上的高(中线、顶角平分线)上任意一点到两腰的距离相等.

【知识块二基础题练习】☞(202)

4. 如图 1-1-16 所示,$\angle A=15°$,$AB=BC=CD=DE=EF$,则$\angle DEF$ 等于(　　)

A. 60°　　B. 70°　　C. 80°　　D. 90°

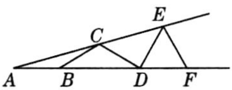


图 1-1-16

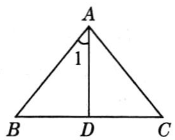


图 1-1-17

5. 如图 1-1-17 所示,在$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,D 是 BC 边的中点,$\angle B=50°$,求$\angle 1$ 和

汽车召回(RECALL):对于投放市场的汽车,按照《缺陷汽车产品召回管理规定》要求的程序,由缺陷汽车产品制造商进行的消除其产品可能引起人身伤害、财产损失的缺陷的过程.

Hot 点

$\angle ADC$ 的度数.

知识块三:等腰三角形的判定(重点)

【剖析点 8】 等腰三角形的判定(掌握)

判定一个三角形是否为等腰三角形,有两种方法:①等腰三角形的定义:有两条边相等的三角形是等腰三角形;②等腰三角形的判定定理:有两个角相等的三角形是等腰三角形(简称为"等角对等边"),此定理是证明两条线段相等的重要定理,它是把三角形中角的相等关系转化为边的相等关系的重要依据.

【典例】 如图 1-1-18 所示,在$\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,点 D,E 分别在 AB,AC 上,且 $DE\parallel BC$,求证:$AD=AE$.

证明:因为 $AB=AC$,所以$\angle B=\angle C$.又因为 $DE\parallel BC$,所以$\angle B=\angle ADE$,$\angle C=\angle AED$,所以$\angle ADE=\angle AED$,所以 $AD=AE$(等角对等边).

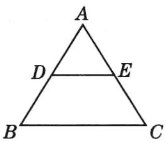


图 1-1-18

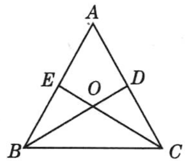


图 1-1-19

【知识块三典例】 如图 1-1-19 所示,在$\triangle ABC$ 中,D、E 分别是 AC、AB 上的点,BD 与 CE 相交于点 O.给出下列四个条件:

①$\angle EBO=\angle DCO$;②$\angle BEO=\angle CDO$;③$BE=CD$;④$OB=OC$.

问题:(1)请从上述四个条件中,任选两个条件判定$\triangle ABC$ 是等腰三角形(用序号写出所有情形);

(2)选择(1)题中的一种情形,证明$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

解:(1)①④;①③;②③;②④. (2)以①④为例证明.

证明:因为 $OB=OC$,所以$\angle OBC=\angle OCB$(等边对等角).又因为$\angle EBO=\angle DCO$,所以$\angle ABC=\angle ACB$,所以 $AB=AC$(等角对等边),即$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

剖析:如要选①③可先证$\triangle EBO\cong\triangle DCO$(AAS),再证$\angle ABC=\angle ACB$;②③方法同①③;②④方法同①③,总之,要证明$\triangle ABC$ 是等腰三角形,要先考虑证明$\angle ABC=\angle ACB$.

误区警示:"等角对等边"只限于在同一个三角形中,若两个三角形中有两个角相等,那么它们所对的边不一定相等.

【知识块三基础题练习】☞(202)

6. 有满足下列条件的三角形:①内角比为 1∶2∶1;②内角比为 2∶2∶5;③内角比为 1∶1∶1;④内角比为 1∶2∶3.其中是等腰三角形的有(　　)

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

7. 如图 1-1-20 所示，$\triangle ABC$ 中，CD 是 $\angle ACB$ 的平分线，$DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E，若 $DE=6$ cm，$AE=4$ cm，则 $AC=$________ cm.

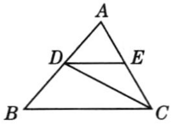


图 1-1-20

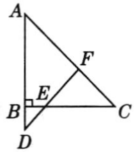


图 1-1-21

8. 如图 1-1-21 所示，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle CBA=90^\circ$，D 是 AB 延长线上一点，E 在 BC 上，连接 DE 并延长交 AC 于点 F，$EF=FC$，求证：$AF=DF$.

知识块四：反证法(难点)

【剖析点 9】 反证法(掌握)

反证法：先假设命题的结论不成立，然后推导出与定义、公理、已证定理或已知条件相矛盾的结果，从而证明命题的结论一定成立，这种证明方法称为反证法. 反证法是一种重要的数学证明方法，在解决某些问题时，它常常会有出人意料的作用. 当一个命题从正面直接推理有困难时，可以从问题的反面入手解决. 利用反证法证明的一般步骤是：①先假设命题的结论不成立；②从假设出发，推导出与定义、公理、已证定理或已知条件相矛盾的结果；③从而肯定命题的结论正确.

【典例】 求证：在三角形的内角中，至少有一个角大于或等于 60°.

解：已知：$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 是 $\triangle ABC$ 的内角.

求证：$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 中至少有一个角大于或等于 60°.

证明：假设所求证的结论不成立，即 $\angle A<60^\circ$，$\angle B<60^\circ$，$\angle C<60^\circ$，则 $\angle A+\angle B+\angle C<180^\circ$，这与三角形三个内角的和等于 180° 矛盾，所以假设不成立，即在三角形的内角中，至少有一个角大于或等于 60°.

剖析：用反证法证明命题时，写出与原命题的结论相反的假设是关键而重要的一步，它决定该题的证明方向. 常用反证法来证明的题型有：命题的结论以“否定”、“至少”或“至多”、“惟一”形式出现的命题；或者否定结论更明显、具体、简单的命题；或者直接证明难以下手的命题，改变其思维方向，从结论入手进行反面思考，问题可能解决得十分干脆. 例如本题“至少有一个角大于或等于 60°”的反面是“所有的角都小于 60°”.

【剖析点 10】 教材 P_6，问题：a_1，a_2，a_3，a_4，a_5 都是实数，且 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$，那么这五个数中至少有一个大于或等于 $\frac{1}{5}$. 如何证明这一结论呢？

假设这五个数没有一个大于或等于 $\frac{1}{5}$，即都小于 $\frac{1}{5}$，那么你能推出什么结果？这一结果与已知条件是否矛盾？

假设这五个数没有一个大于或等于 $\frac{1}{5}$，即都小于 $\frac{1}{5}$，则 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5<\frac{1}{5}$

$+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=1$,即 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5<1$,这与已知 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$ 相矛盾,所以假设不成立,原命题成立.

【知识块四典例】 求证:等腰三角形的底角都是锐角.

解:已知△ABC 中,$AB=AC$,求证:$\angle B$,$\angle C$ 都是锐角.

证明:假设$\angle B$ 和$\angle C$ 都不是锐角.

(1)若$\angle B$ 和$\angle C$ 都是直角.因为 $AB=AC$,所以$\angle B=\angle C=90°$,所以$\angle A+\angle B+\angle C>180°$.这与三角形内角和定理矛盾,所以$\angle B$ 和$\angle C$ 不可能都是直角.

(2)若$\angle B$ 和$\angle C$ 都是钝角.因为 $AB=AC$,所以$\angle B=\angle C>90°$,所以$\angle A+\angle B+\angle C>180°$.这与三角形内角和定理矛盾.所以$\angle B$ 和$\angle C$ 不可能都是钝角.故$\angle B$ 和$\angle C$ 都是锐角.

剖析:注意考虑问题要全面,不是锐角,可能是直角或钝角,必须把这二者都否定才行.

【知识块四基础题练习】☞(202)

9. 求证:在同一个三角形中,如果两条边不相等,那么它们所对的角也不相等.

10. 用反证法证明:一个三角形中不能有两个角是直角.

知识块五:等边三角形的判定(重点)

【剖析点 11】 等边三角形的判定(掌握)

等边三角形的判定方法:①由等边三角形的性质可得,三个角都相等的三角形是等边三角形;②有一个角为 60°的等腰三角形是等边三角形,其中 60°的角可以是顶角,也可以是底角;③三条边都相等的三角形是等边三角形.在证明三角形是等边三角形时,若已知三边关系,则先选用定义法;若已知三角关系,则选用判定方法①;若已知等腰三角形,则选用判定方法②.

【典例】 如图 1-1-22 所示,已知△ABC 是等边三角形,D 为 BC 的延长线上的一点,CE 平分$\angle ACD$,$CE=BD$.求证:△ADE 是等边三角形.

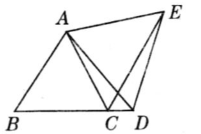


图 1-1-22

证明:因为△ABC 是等边三角形,所以$\angle B=\angle ACB=\angle BAC=60°$,$AB=BC=AC$.所以$\angle ACD=180°-\angle ACB=120°$.因为 CE 平分$\angle ACD$,所以$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACD=60°$.又因为 $BD=CE$,所以△ABD≌△ACE,所以$\angle BAD=\angle CAE$,$AD=AE$.又因为$\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD$,$\angle CAE=\angle DAE+\angle CAD$,所以$\angle DAE=\angle BAC=60°$.所以△$ADE$ 是等边三角形.

剖析:利用“有一个角是 60°的等腰三角形是等边三角形”来证明.

【知识块五典例】 如图 1-1-23 所示,已知△ABC 为等边三角形,$DE\perp BC$,垂足为 D,$EF\perp AC$,垂足为 E,$FD\perp AB$,垂足为 F,则△DEF 是等边三角形吗?为什么?

解:△DEF 是等边三角形.理由如下:

因为$\triangle ABC$是等边三角形，所以$\angle B=60^\circ$，$\angle C=60^\circ$，$\angle A=60^\circ$. 又因为$DE\perp BC$，$EF\perp AC$，$FD\perp AB$，所以$\angle EDC=90^\circ$，$\angle DFB=90^\circ$，$\angle FEA=90^\circ$，所以$\angle DEC=30^\circ$，$\angle EFA=30^\circ$，$\angle BDF=30^\circ$，所以$\angle EDF=60^\circ$，$\angle DFE=60^\circ$，$\angle FED=60^\circ$，所以$\triangle DEF$是等边三角形.

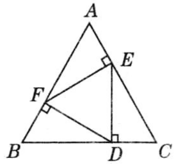


图 1-1-23

剖析：三个角都相等的三角形是等边三角形.

误区警示：等边三角形的判定方法①是在一般三角形的前提下判断，判定方法；②是在等腰三角形的前提下判断.

【知识块五基础题练习】☞(203)

11. 若三角形三边a,b,c满足$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，则$\triangle ABC$的形状为(　　)

A. 等腰三角形　B. 等边三角形　　C. 不等边三角形　　D. 无法确定

12. 如图 1-1-24 所示，P,Q是$\triangle ABC$中BC边上的两点，且$BP=PQ=QC=AP=AQ$，则$\angle BAC$的度数为________.

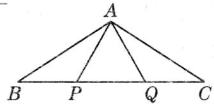


图 1-1-24

知识块六：含 30°角的直角三角形的性质(重点)

【剖析点 12】　含 30°角的直角三角形的性质(灵活运用)

在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半. 即在$Rt\triangle ABC$中，若$\angle C=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，则$BC=\frac{1}{2}AB$，反之也成立，这一性质在处理许多几何问题时都有广泛的应用.

【典例】　如图 1-1-25 所示，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AE\perp AB$交BC于E，$\angle BAC=120^\circ$，$AE=5$ cm，求BC的长.

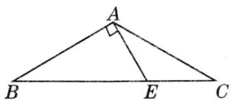


图 1-1-25

解：因为$AB=AC$，所以$\angle B=\angle C$(等边对等角). 所以$\angle BAC=120^\circ$，所以$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=30^\circ$. 又因为$AE\perp AB$，所以$\angle BAE=90^\circ$，$\angle EAC=\angle BAC-\angle BAE=120^\circ-90^\circ=30^\circ$. 所以$\angle C=\angle EAC$. 所以$AE=EC=5$ cm. 在$Rt\triangle ABE$中，$\angle B=30^\circ$，所以$BE=2AE=10$ cm，所以$BC=BE+EC=10+5=15$(cm).

剖析：本题中$\triangle ABC$和$\triangle AEC$都是等腰三角形，而且在$Rt\triangle ABE$中，$\angle B=30^\circ$. 这些特点建立了线段AE、BE、EC的关系，利用好这些关系此题便易解了.

【知识块六典例】　如图 1-1-26 所示，已知在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，D是BC的中点，$DE\perp AB$于E. 求证：$EB=3EA$.

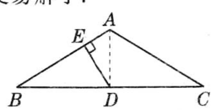


图 1-1-26

哈皮：网络用语. happy 的中文谐音，高兴、快乐的意思.

证明:连接 AD.因为 $AB=AC$,D 是 BC 的中点,$\angle BAC=120°$,所以 $AD\perp BC$,$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=60°$,$\angle B=30°$.又因为 $DE\perp AB$,所以$\angle EDA=30°$.在 Rt$\triangle ADB$ 中,$AD=\frac{1}{2}AB$.在 Rt$\triangle AED$ 中,$AE=\frac{1}{2}AD$.所以 $AE=\frac{1}{4}AB$,所以 $BE=3AE$.

剖析:连接 AD.利用等腰三角形的性质,需要构造出含 30°角的直角三角形,这样可找出线段间的倍数关系.

【知识块六基础题练习】☞(203)

13. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,CD 是斜边 AB 上的高,$\angle B=30°$,$AD=2$ cm,则 AB 等于(　　)

A. 16 cm　　B. 8 cm　　C. 4 cm　　D. 2 cm

B.运用篇 学以致用 快乐学习

一、课本素材创新题

【典例 1】 (P_{10},习题 1.2,5 题)如图 1-1-27 所示,一艘船从 A 处出发,以 18 节的速度向正北航行,经过 10 时到达 B 处.分别从 A,B 望灯塔 C,测得$\angle NAC=42°$,$\angle NBC=84°$.求 B 处到灯塔 C 的距离.

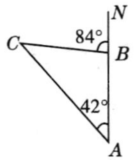


图 1-1-27

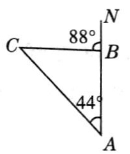


图 1-1-28

变式:上午 8 时,一船从 A 处出发以 20 海里/时的速度向正北方向航行,上午 11 时到达 B 处,从 A、B 望灯塔 C,分别测得$\angle NAC=44°$,$\angle NBC=88°$,求 B 处到灯塔 C 的距离.

解:如图 1-1-28 所示.因为$\angle C=\angle CBN-\angle A=88°-44°=44°$,所以$\angle C=\angle A$,所以 $BC=BA=20\times(11-8)=60$(海里).

答:从 B 处到灯塔 C 的距离是 60 海里.

剖析:计算相关角度可判断出$\triangle ABC$ 为等腰三角形.原题和变式都是利用三角形的外角等于不相邻的内角和来求出$\triangle ABC$ 是等腰三角形,只是原题中给出了时间的具体值,而变式中的时间需要求出来,比原题更有深意,所以同学们做题时一定要注意.

二、综合运用题

【典例 2】 (节内综合题)如图 1-1-29 所示,点 C 是线段 AB 上任意一点(C 点与 A,B 点不重合),分别以 AC,BC 为边在直线 AB 的同侧作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE,AE 与 CD 相交于点 M,BD 与 CE 相交于点 N,连接 MN.

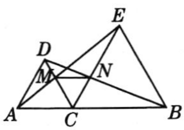


图 1-1-29

求证:(1)$\triangle ACE\cong\triangle DCB$;(2)$MN/\!/AB$.

证明:(1)因为$\triangle ACD$和$\triangle BCE$都是等边三角形,所以$AC=DC$,$BC=EC$,$\angle ACD=\angle BCE=60°$.因为$\angle ACD+\angle DCE+\angle ECB=180°$,所以$\angle DCE=60°$,所以$\angle ACE=\angle DCB=120°$.

在$\triangle ACE$与$\triangle DCB$中,$\begin{cases}AC=DC,\\ \angle ACE=\angle DCB,\\ EC=BC,\end{cases}$所以$\triangle ACE\cong\triangle DCB$(SAS).

(2)由(1)得$\triangle ACE\cong\triangle DCB$,所以$\angle EAC=\angle BDC$.在$\triangle ACM$与$\triangle DCN$中,$\begin{cases}\angle EAC=\angle BDC,\\ AC=DC,\\ \angle ACM=\angle DCN,\end{cases}$所以$\triangle ACM\cong\triangle DCN$(ASA).所以$CM=CN$.又因为$\angle MCN=60°$,所以$\triangle CNM$为等边三角形,所以$\angle NMC=60°$.所以$\angle NMC=\angle ACM=60°$.所以$MN/\!/AB$.

剖析:解决第(2)问时,要注意利用好第(1)问中的结论.通常情况下,当一个题有多个小问题时,前面的小问题对后面的小问题有提示、辅助作用.

三、实际应用题

【典例 3】(日常生活应用题)如图 1-1-30 所示,一轮船由西向东航行,在A处测得小岛P的方向是北偏东75°,又航行10海里到达B后,在B处测得小岛P的方向是北偏东60°,若小岛周围4.8海里有暗礁,问该轮船是否能一直向东航行?

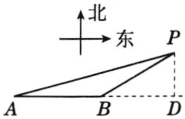


图 1-1-30

解:如图 1-1-30 所示,延长AB,过P作$PD\perp AB$,垂足为D.由已知可得$\angle PAB=15°$,$\angle PBD=30°$.因为$\angle PBD=\angle PAB+\angle APB$,所以$\angle APB=15°$,所以$AB=PB=10$海里.在$\text{Rt}\triangle PBD$中,$\angle PBD=30°$,所以$PD=5$海里(30°的角所对的直角边等于斜边的一半).因为$PD=5$海里>4.8海里,所以轮船没有触礁的危险,可以一直向东航行.

剖析:解答本题的关键是弄清方向角的含义,然后利用三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角和得出$\angle PAB=\angle APB$,再根据"等角对等边"求出PB的长.最后根据30°的角所对的直角边等于斜边的一半,使问题解决.

C. 拔高篇　剖析新型题　学好新课标

一、探究题

【典例 1】如图 1-1-31 所示,将$\triangle BOD$绕点O旋转180°后得到$\triangle AOC$,再过点O任意画一条与AC、BD都相交的直线MN,交点分别为M和N.

试问:线段$OM=ON$成立吗?若成立,请进行证明;若不成立,请说明理由.

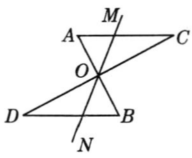


图 1-1-31