◆人教版

学法大视野

XUEFA DASHIYE

KAOYIBEN

考一本

课程基础导练

SHUXUE

数学

高中必修4

海豚出版社

DOLPHIN BOOKS

CIPG

中国国际出版集团

责任编辑：范劲松　潘　丽
责任校对：吴小燕　谭著名
装帧设计：张　维　蒋　慧

拥有《考一本》　圆你一本梦

考一本

KAOYIBEN

课程基础导练

长郡雅礼 联袂打造
一线名师 担纲编写

语文·高中必修 1，2，3，4，5(人教版)
数学·高中必修 1，2，3，4，5(人教版)
英语·高中模块 1，2，3，4，5(译林版)
物理·高中必修 1，2(人教版)
化学·高中必修 1，2(人教版)
历史·高中必修 1，2，3(人教版)
地理·高中必修 1，2，3(湘教版)
生物·高中必修 1，2，3(人教版)
思想政治·高中必修 1，2，3，4(人教版)

语文·高中选修·文章写作与修改(人教版)
语文·高中选修·中国古代诗歌散文欣赏(人教版)
语文·高中选修·新闻阅读与实践(人教版)
语文·高中选修·中国文化经典研读(人教版)
语文·高中选修·外国小说欣赏(人教版)
数学·高中选修 1-1，1-2，2-1，2-2，2-3(人教版)
数学·高中选修 4-1，4-4，4-5，4-7(人教版)
英语·高中模块 6，7，8，9，10，11(译林版)
物理·高中选修 1-1，3-1，3-2，3-4，3-5(人教版)
化学·高中选修 1，4，5(人教版)
生物·高中选修 1，3(人教版)
历史·高中选修 1，3(人教版)
地理·高中选修 3，5(湘教版)

百校联盟
BiSCHOOL

本丛书由 www.acpub.com(中国学术出版网)提供数字出版支持
欢迎访问 www.baishibaile.com，查询学科资讯，参与在线互动

ISBN 978-7-5110-0373-7

定价：14.00 元

考一本

课程基础导练

数学

高中必修4（人教版）

组编单位：长沙市教育科学研究院

编写指导：王　旭　卢鸿鸣　刘维朝

（按姓氏笔画）陈来满　雷建军　黎　奇

本册主编：陈　峰　杨　科

本册编者：陈　峰　华接春　赵攀峰　唐　亮　曾卫国

张志忠　王平波　高　李　谭泽阳　朱同彪

王小伟　李生根　饶金伟　王　毅　郭丽君

本册审读：戴国良　龚德军

海豚出版社

DOLPHIN BOOKS

CIPG 中国国际出版集团

图书在版编目（CIP）数据

考一本·课程基础导练. 数学. 4：必修 / 陈峰，杨科主编. —北京：海豚出版社，2010.8
ISBN 978-7-5110-0373-7

Ⅰ. ①考… Ⅱ. ①陈… ②杨… Ⅲ. ①数学课—高中—习题 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 170902 号

书　　名：考一本·课程基础导练　数学(必修 4)
作　　者：陈　峰　杨　科

责任编辑：范劲松　潘　丽
责任校对：吴小燕　谭著名
装帧设计：张　维　蒋　慧

出　　版：海豚出版社
网　　址：http://www.dolphin-books.com.cn
地　　址：北京市百万庄大街 24 号　　邮　编：100037
客服电话：0731-84322947　84313942　82254875
传　　真：0731-84322947　82322805
印　　刷：湖南版艺印刷有限公司
开　　本：16 开(880 毫米×1230 毫米)
印　　张：7
字　　数：190 千字
版　　次：2010 年 8 月第 1 版　2010 年 8 月第 1 次印刷
标准书号：ISBN 978-7-5110-0373-7
定　　价：14.00 元

PREFACE

编者寄语

积经年之底蕴，凝教学之精华。全新呈现在您面前的《考一本·课程基础导练》是由湖南省四大名校之长郡中学、雅礼中学联手倾力打造，经校内众多长年奋战在教学一线上的特、高级教师潜心编写而成的。长郡、雅礼两校此番在教辅用书上的联袂合作，尚属首次，而由各学科带头人牵头的作者队伍，也都是教育界的精兵强将。作为编者，我们有足够的理由相信，《考一本·课程基础导练》这套新型教辅用书必将给广大师生带来福音。

本套丛书立足于学业水平考试，跟踪服务新高考，以最新教材为依托，彰显教育教学新理念，整体来说，具有权威、同步、联动、实用等几大特色。

权威 本套丛书的编写团队，不仅具有扎实的教学功底，丰富的教学经验，而且深谙高中教育教学的规律和特点，由学科带头人领队的编写更是有力地保证了该套丛书的权威性。

同步 教与学一体，知识与能力同步，将"怎么学"与"怎么教"放在一起同步设计，以方法为主线实施教学，使学生不仅能轻松地掌握基础知识，而且能尽快地提高综合应用能力。本套丛书以全新的视角向广大师生介绍这种符合教学规律的立体化学习方案。

联动 教与学联动，相互促进，涵盖全部知识点的教法学法设计，抓住重难点的讲练结合编排，使这个主体充满鲜活而翔实的内容。

实用 本套丛书注重基础，突出实用、好用，并充分照顾到不同层次、不同阶段的学生学习时的实际需要，在知识和能力的安排上循序渐进，难易有度。书中例题和习题的选取充分考虑最新命题趋势，既博采众长，又自成系统。各分册体例相对统一，但又根据模块特点和各年级教学实际有所不同，各具特色。

踏破铁鞋无觅处。但愿《考一本·课程基础导练》正是您苦苦寻觅中的教辅用书，并祈求它的上乘品质能带给您成功的好运。

本套丛书的编辑与出版，得益于教育界、出版界众多知名人士的热情帮助和大力支持，他们提出了诸多很好的建议，在此谨表衷心感谢。恳切希望广大师生和教育专家在这套丛书问世后，多提宝贵意见，以便我们进一步修订完善。

编 者

2010 年 7 月

目录

CONTENTS

目录 CONTENTS

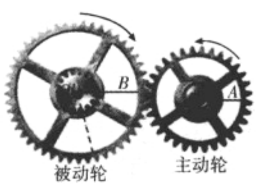
第一章　三角函数

第1课时　任意角

发现问题

情景导思

右图是两个齿轮旋转的示意图,被动轮随着主动轮的旋转而旋转,而且被动轮与主动轮的旋转方向相反.这样,OA 绕 O 旋转所成的角与 $O'B$ 绕 O'旋转所成的角就会有不同的方向.因此,要准确地描述这些现象,不仅要知道角形成的结果,而且要知道角形成的过程,即既要知道旋转量,又要知道旋转方向.这就需要对角的概念进行推广.



互动课堂

知识清单

1. 角的概念的推广

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.旋转开始时的射线 OA 叫做角的始边,旋转终止时的射线 OB 叫做角的终边,射线的端点 O 叫做角的顶点.

(1)正角:按逆时针方向旋转形成的角叫做正角;

(2)负角:按顺时针方向旋转形成的角叫做负角;

(3)零角:如果一条射线不旋转,那么称它形成了一个零角,即零角的始边与终边重合.

2. 象限角与轴线角

在直角坐标系中,我们使角的顶点与原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,那么角的终边落入第几象限,就说这个角是第几象限角,落在坐标轴上,则称这个角是轴线角,也叫象限界角.它是不属于任何象限的特殊角.

3. 终边相同的角的集合

(1)研究终边相同的角的前提条件是:角的顶点在坐标原点,角的始边与 x 轴的非负半轴重合.

(2)所有与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成 α 与整数个 360°的和.

(3)明确以下几点:①k 为整数;②α 为任意角;③$k\cdot360°$ 与 α 之间用"+"号连接,如 $k\cdot360°-30°$ 应看成是 $k\cdot360°+(-30°)$;④终边相同的角不一定相等,但相等的角终边一定相同;⑤终边相同的角有无数多个,它们相差 360°的整数倍.

学法指导

1. 正确理解角的相关概念

【例1】①第一象限角一定不是负角;②小于 90°的角为锐角;③锐角一定是第一象限角;④第二象限角是钝角,其中不正确的命题的个数是　(　　)

A. 0个　　B. 1个

C. 2个　　D. 3个

【解析】第一象限角为 $k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}$;第二象限角为 $k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$,取 $k=-1$,即知①④不对,一切负角均小于 90°,故②不对,选 D.

【点评】角的概念推广后,我们在讨论象限角、区间角等时应区别对待,注意因初中知识而产生的先入为主的知识"负迁移"的影响.

变式训练:钟表经过 10 分钟,分针转了多少度?若将钟表拨慢 10 分钟,分针转了多少度?

2. 运用象限角与终边相同的角的表示解题

【例2】已知 $\alpha=-1\ 910^\circ$,

(1)把 α 写成 $\beta+k\cdot 360^\circ(k\in \mathbf{Z},0^\circ\leqslant\beta<360^\circ)$ 的形式,并指出它是第几象限角;

(2)求 θ,使 θ 与 α 的终边相同,且 $-720^\circ\leqslant\theta\leqslant 0^\circ$.

【解析】(1)$\because -1\ 910^\circ=-6\times 360^\circ+250^\circ$,而 250° 为第三象限角,故 $\alpha=-6\times 360^\circ+250^\circ$ 是第三象限角.

(2)令 $\theta=250^\circ+k\cdot 360^\circ(k\in \mathbf{Z})$,取 $k=-1,-2$ 得到适合 $-720^\circ\leqslant\theta\leqslant 0^\circ$ 的角.

$250^\circ-360^\circ=-110^\circ,250^\circ-720^\circ=-470^\circ$.

【点评】判定任意角 α 的象限,可把 α 写成 $k\cdot 360^\circ+\beta$,其中 $0^\circ\leqslant\beta<360^\circ,k\in \mathbf{Z}$ 的形式,由 β 的象限确定 α 的象限.

变式训练:写出与 15° 角终边相同的角的集合,并写出该集合中适合不等式 $-1\ 080^\circ<\alpha<360^\circ$ 的所有元素 α.

3. 涉及角的范围,通常将负角化为正角,并注意轴线角

【例3】若 α 为第三象限角,那么 $-\alpha,2\alpha$ 的终边在第几象限?

【解析】$180^\circ+k\cdot 360^\circ<\alpha<270^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in \mathbf{Z}$ ①

$\therefore -270^\circ-k\cdot 360^\circ<-\alpha<-180^\circ-k\cdot 360^\circ,k\in \mathbf{Z}$ ②

即 $90^\circ-(k+1)\cdot 360^\circ<-\alpha<-180^\circ-k\cdot 360^\circ,k\in \mathbf{Z}$.

$\therefore -\alpha$ 是第二象限角,即终边落在第二象限.

再由①式知

$(2k+1)\cdot 360^\circ<2\alpha<180^\circ+(2k+1)\cdot 360^\circ,k\in \mathbf{Z}$,

故 2α 的终边在第一、二象限内或在 y 轴的正半轴上.

【点评】为了考察 $-\alpha$ 的终边,我们将②式中负角化成与其终边相同的正角,对于 2α,要十分注意它的终边有可能在 y 轴上(称轴线角).

变式训练:写出终边落在直线 $y=-x$ 上的所有角的集合.

自主成长

夯实基础

1. 终边在 x 轴上的所有角可表示为 ( )

A. $n\times360^\circ+180^\circ(n\in\mathbf{Z})$　B. $n\times360^\circ(n\in\mathbf{Z})$

C. $(n+1)\times180^\circ(n\in\mathbf{Z})$　D. $n\times90^\circ(n\in\mathbf{Z})$

2. 设 $A=\{$第一象限角$\}$，$B=\{$锐角$\}$，$C=\{$小于 90° 的角$\}$，则下列关系中正确的是 ( )

A. $A=B=C$　B. $A\subsetneqq C$

C. $A\cap C=B$　D. $B\cup C\subseteq C$

3. 设 $k\in\mathbf{Z}$，下列终边相同的角是 ( )

A. $(2k+1)\cdot180^\circ$ 与 $(4k\pm1)\cdot180^\circ$

B. $k\cdot90^\circ$ 与 $k\cdot180^\circ+90^\circ$

C. $k\cdot180^\circ+30^\circ$ 与 $k\cdot360^\circ\pm30^\circ$

D. $k\cdot180^\circ+60^\circ$ 与 $k\cdot60^\circ$

4. 若 $90^\circ<-\alpha<180^\circ$，则 $180^\circ-\alpha$ 与 α 的终边 ( )

A. 关于 x 轴对称　B. 关于 y 轴对称

C. 关于原点对称　D. 以上均不对

5. 与 -960° 终边相同的最小正角为________.

6. β 为第二象限角，则 2β 的终边落在________.

7. 已知集合 $M=\{x\mid x=(2n+1)\times180^\circ,n\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=(4k\pm1)\times180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，则 M 与 N 的关系为__________.

能力提升

8. 写出终边在 y 轴上的角的集合.

9. 已知 α 是第二象限角，求 $\dfrac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

挑战自我

10. 圆周上点 A 按逆时针方向做匀速圆周运动,已知 1 分钟经过 $\theta(0°<\theta<180°)$,2 分钟到达第三象限,14 分钟回到原来位置,求角 θ 的大小.

第2课时 弧度制

发现问题

情景导思

18世纪以前，人们一直是用线段的长来定义三角函数的.瑞士数学家欧拉(Leonhard Euler，1707－1783)在他于1748年出版的第一部划时代的著作《无穷小分析概论》中，提出三角函数是对应的三角函数线与圆半径的比值，并令圆的半径为1，使得对三角函数的研究大为简化，这是欧拉在数学史上的重要功绩之一.其次，欧拉在上述著作的第八章中提出弧度制的思想.他认为，如果半径取1个单位长度，那么半圆的长就是π，所对圆心角的正弦是0，即$\sin\pi=0$.同理，圆的$\frac{1}{4}$周长是$\frac{\pi}{2}$，所对圆心角的正弦是1，即$\sin\frac{\pi}{2}=1$.这一思想将线段与弧的度量单位统一起来，大大简化了某些三角公式及计算.

互动课堂

知识清单

1.弧度制的概念

(1)定义：长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角；用弧度作为单位来度量角的单位制叫做弧度制，在弧度制下，1弧度记作1 rad.

(2)角度制与弧度制的互化：因为我们用不同的单位制来度量同一个角，则这些单位制间就存在着内在的换算关系.

周角$=360°=\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ rad.

从而$180°=\pi$ rad.

因此，$1°=\frac{\pi}{180}$ rad≈0.01745 rad，

1 rad$=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx57.30°=57°18'$.

2.弧长与扇形面积

(1)在角度制下，半径为r，圆心角为$n°$的弧长为$\frac{n\pi r}{180}$，扇形面积为$\frac{n\pi r^2}{360}$.

(2)在弧度制下，半径为r，圆心角为α rad的弧长为$l=|\alpha|r$，扇形面积为$S=\frac{1}{2}|\alpha|r^2=\frac{1}{2}lr$.

学法指导

1.角度制与弧度制的互化

【例1】(1)把$-1480°$写成$\alpha+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$的形式，其中$0\leqslant\alpha\leqslant2\pi$；

(2)若$\beta\in[-4\pi,0)$，且β与(1)中α终边相同，求β.

【解析】(1)$\because -1480°=-\frac{74\pi}{9}=-10\pi+\frac{16\pi}{9}$，$0\leqslant\frac{16\pi}{9}<2\pi$，

$\therefore -1480°=\frac{16\pi}{9}-2\times5\pi=\frac{16\pi}{9}+2\times(-5)\pi$.

(2)$\because\beta$与α终边相同，$\therefore\beta=2k\pi+\frac{16\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$，

又$\beta\in[-4\pi,0)$，

$\therefore k=-1$时，$\beta_1=-\frac{2\pi}{9}$；

$k=-2$时，$\beta_2=-\frac{20\pi}{9}$.

【点评】1.π rad$=180°$，$1°=\frac{\pi}{180}$ rad；

2.在弧度制中，常用出现π的形式表示角，无特别要求，应保留π，即不能写成小数；

3.两种单位表示角不能出现在同一式子中，如$k\cdot360°+\pi$写法不规范.

变式训练：用弧度制表示终边在坐标轴上的角的集合.

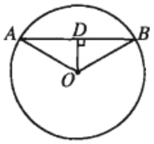
2. 弧度制下扇形的弧长公式和面积公式的应用

【例2】 一条弦的长度等于半径 r 的$\sqrt{3}$倍，求：

(1)这条弦所对的劣弧长；

(2)这条弦和劣弧所围成的弓形的面积.

【解析】 (1)如图，因为半径为 r，作 $OD\perp AB$ 于 D，



则 $AD=DB=\frac{\sqrt{3}}{2}r$，

$\therefore \sin\angle AOD=\frac{AD}{OA}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle AOD=\frac{\pi}{3}$，故$\angle AOB=\frac{2\pi}{3}$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\frac{2\pi}{3}r$.

(2)$\because S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB\cdot OD=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}r\cdot\frac{1}{2}r=\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$，

$S_{扇形OAB}=\frac{1}{2}|\alpha|r^2=\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{3}r^2=\frac{\pi}{3}r^2$.

$\therefore S_{弓形}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}=\frac{\pi}{3}r^2-\frac{\sqrt{3}}{4}r^2=\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2$.

【点评】 注意我们用弧制度下弧长和扇形面积公式时，一定要把扇形中心角化成弧度.

变式训练： 一个半径为 R 的扇形，它的周长是 $4R$，求这个扇形所含弓形的面积.

3. 凸多边形内角和公式的应用

【例3】 有两种正多边形，其中一正多边形的一内角的角度数与另一正多边形的一内角的弧度数之比为 $144°:\pi$，探求适合的正多边形的边数.

【解析】 设符合条件的正多边形的边数分别为 $m,n(m,n\geqslant3,m,n\in\mathbf{N})$，则它们对应的正多边形的内角分别为 $\frac{(m-2)\cdot180°}{m}$ 和 $\frac{(n-2)\pi}{n}$ rad.

由题意知$\frac{(m-2)\times180°}{m}:\frac{(n-2)\times\pi}{n}=144°:\pi$，

整理得 $m=10-\frac{80}{n+8}$.

$\because m\in\mathbf{N}^*$，$\therefore\frac{80}{n+8}$是自然数，$\therefore n+8$ 是 80 的约数.

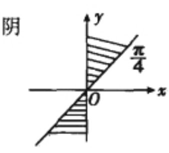
$\because m\geqslant3$，$\therefore\frac{80}{n+8}\leqslant7\Rightarrow n+8\geqslant\frac{80}{7}$，则 $n+8=16,20,40,80$.

所以$\begin{cases}n=8,\\m=5\end{cases}$或$\begin{cases}n=12,\\m=6\end{cases}$或$\begin{cases}n=32,\\m=8\end{cases}$或$\begin{cases}n=72,\\m=9.\end{cases}$

故所求正多边形有四组，分别是正五边形和正八边形；正六边形和正十二边形；正八边形和正三十二边形；正九边形和正七十二边形.

【点评】 凸 k 边形内角和为$(k-2)\pi$ $(k\geqslant3,k\in\mathbf{Z})$，本题最后讨论含有两个未知整数的方程整数解的探求，分类讨论后获得全部解.

变式训练： 如图，写出终边落在图中阴影区域内的角的集合(不包括边界).



自主成长

夯实基础

1. 把$-72°$化成弧度为 ( )

A. $-\frac{\pi}{5}$　B. $\frac{\pi}{5}$　C. $-\frac{2\pi}{5}$　D. $\frac{2\pi}{5}$

2. 把$\frac{13\pi}{12}$化成角度为 ( )

A. 165°　B. 175°　C. 185°　D. 195°

3. 已知集合$M=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则 ( )

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\cap N=\varnothing$

4. 扇形的周长为6,面积为2,则中心角大小为 ( )

A. 1或2　B. 1或4　C. 2或4　D. 1或5

5. 若将时钟拨慢5分钟,则时针转了________度,分针转了________弧度.

6. $\frac{\pi}{8}$ rad的圆心角所对弧长为3 cm,则该圆半径为________.

7. 若$2\pi<\alpha<4\pi$,且角α与$-\frac{2\pi}{3}$的角的终边垂直,则满足条件的角α的集合是________.

能力提升

8. 已知$\frac{\alpha}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,求$\frac{\alpha}{2}$,并指出$\frac{\alpha}{2}$的终边所在的位置.

9. 扇形周长为10,圆半径为r.

(1)写出扇形面积S与半径r的函数关系式$S=f(r)$,并求定义域;

(2)求出该函数$S=f(r)$的最大值.

挑战自我

10. 有人说,钟的时针和分针一天内会重合 24 次,你认为这种说法是否正确?请说明理由.

第3课时 任意角的三角函数

发现问题

情景导思

在初中,我们在直角三角形中定义了锐角的三角函数,前面我们把角的概念推广到了任意正角、零角及负角,那么,我们如何研究任意角 α 的三角函数值呢?为此,运用象限角的概念把任意角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合,终边会落在象限内(或坐标轴上),设 $P(a,b)$ 为角 α 终边上任意一点,点 $P(a,b)$ 到原点的距离 $|PO|=r>0$,借助于初中知识我们能否用 a,b 及 r 表示 $\sin\alpha,\cos\alpha$ 及 $\tan\alpha$ 呢?回答是肯定的.

互动课堂

知识清单

1. 三角函数的概念理解

(1)三角函数值是比值,是一个实数,这个实数的大小和点 $P(x,y)$ 在终边上的位置无关,只是 P 在单位圆上时,这个比值可能恰好为 P 点的横坐标或纵坐标;

(2)对于确定的角 α,其终边的位置也唯一地确定了.因此,三角函数是角的大小的函数.

2. 三角函数的定义域

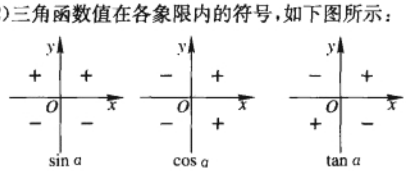
函数的定义域是函数概念的三要素之一,三角函数的定义域如下表所示:

三角函数	定义域
$\sin\alpha$	$\{\alpha\mid\alpha\in\mathbf{R}\}$
$\cos\alpha$	$\{\alpha\mid\alpha\in\mathbf{R}\}$
$\tan\alpha$	$\left\{\alpha\,\middle\vert\,\alpha\in\mathbf{R}\text{ 且 }\alpha\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$

3. 三角函数定义式及各象限三角函数值符号

(1)在角 α 的终边上任取一点 $P(x,y)$,设 $|OP|=r(r>0)$,则 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$;$\cos\alpha=\frac{x}{r}$;$\tan\alpha=\frac{y}{x}$.

(2)三角函数值在各象限内的符号,如下图所示:



学法指导

1. 利用三角函数的定义求三角函数值

【例1】 若角 θ 的终边过点 $P(-4t,3t)(t\neq0,t\in\mathbf{R})$,则 $2\sin\theta+\cos\theta$ 的值是 ( )

A. $\frac{2}{5}$ B. -1 或 1

C. $-\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{5}$

【解析】 由题设有 $x=-4t,y=3t$,

故 $r=\sqrt{(-4t)^2+(3t)^2}=5|t|$,

当 $t>0$ 时,$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{3}{5}$,$\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{4}{5}$,

$\therefore 2\sin\theta+\cos\theta=2\times\frac{3}{5}-\frac{4}{5}=\frac{2}{5}$;

当 $t<0$ 时,$\sin\theta=-\frac{3}{5}$,$\cos\theta=\frac{4}{5}$,

$\therefore 2\sin\theta+\cos\theta=2\times\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{4}{5}=-\frac{2}{5}$.故选D.

【点评】 求出 $|OP|=r=5|t|$ 后,必须针对参数 t 取不同值讨论.即表示角 θ 终边会在不同的象限.

变式训练: 已知角 α 的终边在直线 $y=3x$ 上,则 $\sqrt{10}\sin\alpha+2\tan\alpha=$________.

2. 根据三角函数值的符号法则推断角的象限位置

【例2】 已知 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha<0$,$\sin\alpha\cdot\tan\alpha<0$.

(1)$\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限角;

(2)$\frac{\pi}{2}-\alpha$ 是第几象限角.

【解析】 (1)由 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha<0$,知 α 为第二或第四象限角;

又由 $\sin\alpha\cdot\tan\alpha<0$,知 α 为第二或第三象限角;

综上所述,α 为第二象限角,即 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi$,$k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore k\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$.

$k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 为偶数时,$2n\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<2n\pi+\frac{\pi}{2}$,即 $\frac{\alpha}{2}$ 为第一象限角.

$k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 为奇数时,$2n\pi+\frac{5\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<2n\pi+\frac{3\pi}{2}$,即 $\frac{\alpha}{2}$ 为第三象限角.

(2)由(1)知 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi$,

则 $-2k\pi-\pi<-\alpha<-2k\pi-\frac{\pi}{2}$.

$\therefore -2k\pi-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}-\alpha<-2k\pi, k\in\mathbf{Z}$.

故$\frac{\pi}{2}-\alpha$为第四象限角.

【点评】解答中,确定$\frac{\alpha}{2}$的象限时,必须分奇偶讨论,否则无法确定.

变式训练:求函数 $y=\sqrt{\sin x}+\lg\tan x$ 的定义域.

3. 三角函数式定义域的求法

【例 3】求函数 $y=\tan\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{1-|x|}$的定义域.

【解析】由已知有

$$\begin{cases}2x+\frac{\pi}{3}\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z}),\\1-|x|\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z}),\\-1\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$$

$\Rightarrow -1\leqslant x<\frac{\pi}{12}$或$\frac{\pi}{12}<x\leqslant 1$.

故所求函数的定义域为$\left\{x\middle|-1\leqslant x<\frac{\pi}{12}\text{或}\frac{\pi}{12}<x\leqslant 1\right\}$.

【点评】本题从复合函数角度考查函数有意义的条件,由于考查的是三角函数,需注意从三角函数的定义域上考虑通解(即一般解).

变式训练:求函数 $f(x)=\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$的定义域.

自主成长

夯实基础

1. 已知 $P(3,-2)$为角 α 终边上的一点,则 $\cos\alpha$ 的值为 ( )

A. $-\frac{2}{3}$　B. $-\frac{3}{5}$　C. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$　D. $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$

2. 已知 $\cos\theta\tan\theta>0$,那么 θ 是 ( )

A. 第一或第二象限角　B. 第二或第三象限角

C. 第三或第四象限角　D. 第一或第四象限角

3. $x\in(0,2\pi)$,使 $\sin x>\cos x$ 成立的 x 的取值范围是 ( )

A. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\pi,\frac{5\pi}{4}\right)$　B. $\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$　D. $\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)\cup\left(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$

4. 若 $\alpha=\frac{\pi}{8}$, $\frac{3\pi}{8}<\beta<\frac{\pi}{2}$,则下列不等式成立的是 ( )

A. $\sin\beta>\sin\alpha>\cos\alpha>\cos\beta$

B. $\cos\alpha>\cos\beta>\sin\beta>\sin\alpha$

C. $\sin\beta>\cos\alpha>\sin\alpha>\cos\beta$

D. $\sin\beta>\cos\beta>\cos\alpha>\sin\alpha$

5. 若$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sin\theta}>1$,则 θ 的取值范围是________.

6. 设 A,B,C 是锐角$\triangle ABC$三内角,则点 $P(\cos A-\sin B,\sin A-\cos B)$在第______象限内.

能力提升

7. 已知角 α 的终边上有一点 $P(x,5)$,且 $\cos\alpha=\frac{x}{13}(x\neq 0)$, $90^\circ<\alpha<180^\circ$,求 $\sin\alpha+\tan\alpha$ 的值.