

普通高等教育“十一五”规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI



北京市教育委员会共建项目专项资助

LILUN LIXUE

理论力学

何 青 主 编
李 斌 副主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

普通高等教育“十一五”规划教材
PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUIHUA JIAOCAI



北京市教育委员会共建项目专项资助

LILUN LIXUE

理论力学

主 编 何 青
副主编 李 斌
编 写 毛雪平 刘静静 张乃强
主 审 王 正



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十一五”规划教材。本书的主要内容包括静力学、运动学、动力学和高等动力学基础四个部分。本书对原有的理论力学课程体系进行了整合优化,删除了部分重叠内容,增加了工程应用实例的分析;在保留经典内容的基础上,力求基本概念与论述简明扼要,易于读者理解与掌握。本书在每章后安排了内容小结、思考题、习题以及习题答案。

本书可作为高等学校工科各专业理论力学课程的教材,也可供高职高专院校师生和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/何青主编. —北京:中国电力出版社, 2010. 8

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5123-0519-9

I. ①理… II. ①何… III. ①理论力学-高等学校-教材
IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 107782 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2010 年 8 月第一版 2010 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19.5 印张 471 千字

定价 32.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前言

为了适应高等学校本科生教学改革的需要,编者在总结多年教学实践经验的基础上,根据教育部制定的《理论力学课程教学基本要求》,参考国内高校理论力学教材编写了本书。书中对理论力学的教学内容进行了适当的改革,积极引入面向新世纪的新内容;在课程体系上进行了较大幅度的改革创新,对原有的理论力学课程体系进行了整合优化,在保留经典内容的基础上,力求基本概念与论述简明扼要,易于读者理解与掌握,为培养适合新世纪要求的高素质复合型人才服务。

为了适应不同专业的需要,本书增加了部分加深加宽的内容和工程实例分析,供不同专业选用。加深加宽内容的讲授务必在确保基本内容教学的基础上进行。作为必要的衔接,对于已经在大学物理中讲授的内容,本书只作简要叙述,侧重于从理论力学课程的性质、任务和要求出发,应用这些内容的理论和方法去分析工程实际中的力学问题,达到巩固、提高和深化的目的。为便于学习,本书为每章安排了学习指导性的内容小结、思考题、习题以及少量的综合题,以培养学生综合运用理论力学知识的能力。

本书由华北电力大学何青任主编,李斌任副主编。编写分工如下:何青(绪论、第11~13章)、毛雪平(第1~3章)、李斌(第4、5章)、刘静静(第6、10章)、张乃强(第7~9章)。全书由何青定稿。

本书由清华大学王正教授主审,他提出了很多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

本书得到了北京市教育委员会共建项目专项资助,在此一并致谢。

限于编者水平,书中难免有不妥或错漏之处,恳请广大读者批评指正。

编者

2010年4月

主要符号表

a	加速度	l	长度
a_a	绝对加速度	L_C	对质心的动量矩
a_r	相对加速度	L_O	对点 O 的动量矩
a_e	牵连加速度	L_z	对 z 轴的动量矩
a_τ	切向加速度	m	质量
a_n	法向加速度	M	质点, 总质量, 动点, 滚阻力偶
a_k	科氏加速度	M_z	对 z 轴的矩
A	振幅	M	力偶矩矢, 主矩
c	阻尼系数	$M_O(F)$	力 F 对点 O 的矩矢
c_{cr}	临界系数	M_g	惯性力系的主矩
C	质心	n	衰减系数, 转速
d	距离	n_{cr}	临界转速
e	偏心率	O	参考坐标系的原点
f	动摩擦系数	p	动量
f_s	静摩擦系数	P	重力, 功率, 速度瞬心
f_d	阻尼固有频率	q	载荷集度, 广义坐标
f_n	固有频率	q_v	体积流量
F	力	r	半径, 特征值
F_R	合力	r	矢径
F'_R	主矢	r_O	点 O 的矢径
F_d	动摩擦力	r_C	质心的矢径
F_s	静摩擦力	R	半径
F_N	约束反力	s	弧坐标
F_g	惯性力	S	面积
F_Q	广义力	t	时间
g	重力加速度	T	动能, 周期
G	万有引力常数, 重力	T_A	传递率
h	高度	v	速度
i	复数符号, $i = \sqrt{-1}$	v_a	绝对速度
i, j, k	x, y, z 轴的单位矢量	v_r	相对速度
I	冲量	v_e	牵连速度
J_z	对 z 轴的转动惯量	v_C	质心速度
J_C	对质心的转动惯量	V	势能
J_{xy}	对 x, y 轴的惯性积	W	力的功, 重力
k	弹簧刚度系数, 曲率, 自由度	x, y, z	直角坐标

z	复数振动	τ	切向
α	角加速度	n	法向
$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \varphi$	角度	b	副法向
β	振幅比, 放大系数		
φ	初相位, 相位差	下角标	
φ_m	摩擦角	a	绝对
δ	滚阻系数, 对数减缩率	r	相对
δr	虚位移	e	牵连
δW	元功, 虚功	k	科氏
ζ	阻尼比	C	质心
η	机械效率, 频率比, 减缩系数	g	惯性力
ρ	密度, 曲率半径	F	主动力
ω	角速度, 圆频率, 角频率	N	约束反力
ω_{cr}	临界角速度	Q	广义力
ω_n	固有圆频率	i	序号
ω_d	阻尼固有圆频率	τ	切向
		n	法向
		b	副法向
上角标		O	点 O , 坐标原点
e	外	x, y, z	直角坐标轴
i	内		

目 录

前言

主要符号表

绪论	1
0.1 研究对象与内容	1
0.2 研究方法 with 学习目的	1

第一篇 静 力 学

第1章 静力学基础	3
1.1 静力学基本概念	3
1.2 静力学基本原理	6
1.3 约束与约束反力	9
1.4 受力分析与受力图	13
1.5 力矩与力偶	15
小结	21
思考题	22
习题	23
第2章 力系的简化	27
2.1 力系的主矢和主矩	27
2.2 力系的简化	29
2.3 平行力系的中心和物体的重心	35
小结	38
思考题	39
习题	41
第3章 力系的平衡	45
3.1 力系的平衡条件与平衡方程	45
3.2 物系的平衡	49
3.3 平面桁架的平衡	53
3.4 考虑摩擦时的平衡	56
3.5 静力学综合应用	63
小结	68
思考题	69
习题	72

第二篇 运 动 学

第4章 运动学基础	78
4.1 点的运动	78
4.2 刚体的平动	86
4.3 刚体的定轴转动	88
小结	93
思考题	94
习题	96
第5章 点的合成运动	100
5.1 点的合成运动的基本概念	100
5.2 点的速度合成定理	101
5.3 点的加速度合成定理	105
小结	111
思考题	112
习题	113
第6章 刚体的平面运动	116
6.1 刚体平面运动的简化和分解	116
6.2 平面图形上各点的速度分析	117
6.3 平面图形上各点的加速度分析	125
6.4 运动学综合应用	128
小结	131
思考题	131
习题	133

第三篇 动 力 学

第7章 动力学基础	137
7.1 动力学基本定律	137
7.2 运动微分方程	139
7.3 质点动力学的两类基本问题	140
小结	141
思考题	142
习题	143
第8章 动量定理	145
8.1 动量与冲量	145
8.2 动量定理与动量守恒定律	147
8.3 质心运动定理	149

8.4 动量定理的应用	151
小结	154
思考题	155
习题	156
第9章 动量矩定理	160
9.1 动量矩与转动惯量	160
9.2 动量矩定理与动量矩守恒定律	164
9.3 动量矩定理的应用	170
小结	172
思考题	173
习题	175
第10章 动能定理	178
10.1 力的功和动能	178
10.2 动能定理	184
10.3 机械能守恒定律	190
10.4 动能定理的应用	193
10.5 动力学综合应用	195
小结	201
思考题	202
习题	203

第四篇 高等动力学基础

第11章 达朗伯原理	207
11.1 惯性力	207
11.2 达朗伯原理	208
11.3 惯性力系的简化	210
11.4 达朗伯原理的应用	214
小结	221
思考题	221
习题	223
第12章 虚位移原理	229
12.1 虚位移和虚功	229
12.2 虚位移原理	233
12.3 虚位移原理的应用	239
小结	242
思考题	244
习题	246

第 13 章 机械振动基础	252
13.1 机械振动及其描述	252
13.2 单自由度系统振动	256
13.3 两自由度系统振动	273
13.4 机械振动在工程中的应用	277
小结	291
思考题	292
习题	294
参考文献	299

绪 论

0.1 研究对象与内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

机械运动是物体在空间的位置随时间的改变,是人们生活和生产实践中最常见、最普遍的一种运动。平衡是机械运动的一种特殊形式。

宇宙间一切物质都在不停地运动。在客观世界中,存在着各种各样的物质运动,例如发热、发光、产生电磁场等物理现象,化合、分解等化学变化,以及人的思维活动等。在物质的各种运动形式中,机械运动是最简单的一种。物质的各种运动形式在一定的条件下可以相互转化,而任何较为复杂的物质运动形式总是与机械运动存在着或多或少的联系。

物体的机械运动都服从某些规律。这些一般规律就是理论力学的研究对象。

理论力学属于**古典力学**的范畴。古典力学的基本定律是由伽利略和牛顿总结归纳的。在全部科学中,古典力学成功地把来自经验的物理理论,系统地表达成数学抽象的简明形式,是人类技术史上的伟大里程碑。实践表明,古典力学的定律有着极其广泛的适用性。这些定律是理论力学的科学依据。

理论力学研究的内容是速度远小于光速的宏观物体的机械运动。至于速度接近于光速的物体和基本粒子的运动,则必须用**相对论力学**和**量子力学**的观点才能完善地予以解释。宏观物体远小于光速的运动是日常生活和一般工程中最常见的,因此古典力学有着最广泛的应用。理论力学所研究的则是这种运动中最一般、最普遍的规律,是各门力学分支的基础。实践表明:工程技术和日常生活中大量的力学问题都可以应用古典力学的理论加以解决,古典力学是研究机械运动既准确又方便的学科。

理论力学中只研究物体平衡问题的部分,称为**静力学**;其余部分结合物理原因研究物体运动的变化,称为**动力学**。在动力学里有一部分把运动原因撇开而只从几何观点出发去描述物体运动的进行方式,这个部分被独立出来后形成了所谓的**运动学**。上述三个部分构成了理论力学的基本研究内容。

静力学:研究物体在力系作用下的平衡规律、力的一般性质、物体受力的分析方法、力系的简化方法等。

运动学:研究物体机械运动的几何性质,包括运动轨迹、速度、加速度等。不涉及引起物体运动的物理原因。

动力学:研究物体机械运动与所受力之间的关系。

0.2 研究方法 with 学习目的

理论力学的研究方法与其他许多学科一样,遵循从实际出发,经过抽象和综合,建立公理,应用数学演绎和逻辑推理而得出定理和结论,再将这些定理和结论应用于实践。首先,通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行多次科学实验,经过分析、综合和归纳,总结

出力学的最基本规律。然后,在对事物观察和实验的基础上,经过抽象化建立力学模型。在建立力学模型的基础上,从基本规律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论,在更高水平上指导实践,推动生产的发展。

理论力学主要有以下几种研究方法。

(1) 理论分析方法。客观事物总是复杂多样的,当获得大量的原始资料之后,必须根据所要研究问题的性质,抓住主要的、决定性的因素,撇开次要的、偶然的因素,才能深入研究现象的本质,了解事物的内在联系。这就是力学研究中普遍采用的抽象化方法。抽象化的力学现象也称为力学的理论模型,对简化模型进行理论分析计算,为工程设计和实际应用提供技术支持。

(2) 实验方法。实验室分析是一项针对所研究问题进行力学分析的基础性工作。通过具体实验,采集数据、整理分析数据,为工程实际提供必要的模型参数,并验证理论分析的可靠性。

(3) 计算机数值模拟。现代计算技术与计算机应用的飞速发展,为数字化模拟客观现实提供了可操作的平台。目前,有限元、离散元、界面元等数值计算方法在工程设计中所起的作用日益重要。例如,大型数值模拟计算分析软件可用来分析实际工程的位移量、应力分布、塑性区分布、黏弹性分析等,为工程决策提供支持。

理论力学中的定理和原理是在分析、综合、抽象、归纳大量原始资料的基础上,再经过严密的数学推演而得到的。但是,应当注意,数学推演是在以往实践证明其正确性的基础上进行的,由此导出的结论还必须回到实践中去验证其正确性。

理论力学是一门理论性较强的技术基础课,是一切力学课程的基础。其学习目的包括以下三点。

(1) 工程专业一般都要接触机械运动的问题。有些工程实际问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决,有些比较复杂的工程实际问题,则需要用理论力学和其他专门知识来共同解决。所以,学习理论力学可以为解决工程实际问题打下坚实的理论基础。

(2) 理论力学是研究力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程,例如材料力学、结构力学、弹性力学、振动力学、流体力学、断裂力学、机械设计等,都要以理论力学为基础,所以理论力学是一系列后续课程的重要基础。

随着现代科学技术的发展,力学的研究内容已经渗透到其他科学领域。例如,固体力学和流体力学理论用于研究人体内骨骼的强度,血液流动的规律,脉搏的传输规律,心、肺、肾及头颅的力学模型,植物营养输送问题等,形成了生物力学;流体力学理论用于研究等离子体在磁场中的运动,形成电磁流体力学;还有爆炸力学、物理力学等都是力学与其他学科结合而形成的边缘科学。为了探索新的科学领域,必须打下坚实的力学基础。

(3) 理论力学的研究方法,与其他学科的研究方法有许多相同之处,因此充分理解力学的研究方法,不仅可以深入地掌握这门学科,而且有助于学习其他科学技术理论,有助于培养辩证唯物主义世界观,培养正确的分析问题和解决问题的能力,为今后解决生产实际问题、从事科学研究工作打下基础。

第一篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的科学。

静力学研究物体平衡时作用在其上的力系所应满足的条件。静力学的研究对象是刚体，因此又称之为刚体静力学。

本篇包括静力学基础、力系的简化和力系的平衡。静力学基础对静力学的基本概念、基本原理、约束及约束反力、受力分析以及力矩与力偶等基本的力学知识进行了归纳介绍。其中，取分离体进行受力分析是研究所有力学问题的最基本和最重要的基础知识。力系的等效和简化通过引入力系的主矢和主矩概念，为分析研究复杂力系问题建立了理论基础，在此基础上以最复杂的空间一般力系为研究对象，进行了简化分析。力系的平衡运用力系的简化结果，研究力系的平衡条件及其平衡方程，并运用平衡方程对物系、平面桁架以及考虑摩擦时的平衡问题进行分析研究。

第1章 静力学基础

静力学的基本概念、基本原理和物体的受力分析是静力学的研究基础。本章将介绍刚体、力、力矩、力偶和平衡等基本概念以及静力学基本原理，分析工程中常见的约束及其约束反力，对取分离体进行受力分析的方法进行研究。

1.1 静力学基本概念

1.1.1 质点与刚体

质点是指只有质量而没有大小和形状的理想物体。例如，研究地球绕太阳的公转，由于地球的直径较其公转运动的轨道直径要小得多，因此地球上各点相对于太阳的运动基本上可视为是相同的，也就是说，可以忽视地球的尺度和形状，把地球当做一个质点。但是在研究地球自转时，如果仍然把地球看做一个质点，显然就没有实际意义。由此可知，一个物体是否可抽象为一个质点，应根据问题的具体性质而定。

一群具有某种联系的质点构成质点系。刚体是一个不变形的质点系，即在力的作用下，质点间的距离始终保持不变的质点系。实际物体在受力时都会产生不同程度的变形，但如果变形很小，不影响所研究问题的性质，就可以忽略变形，将其视为刚体。因此，刚体是对实际物体的抽象和简化。

实际受力时，物体内部各点间的相对距离都要发生改变，其结果是使物体的形状和尺寸发生改变，这种改变称为变形。当物体变形很小时，变形对物体的运动和平衡的影响甚微，因而在研究力的作用效应时，可以忽略不计，这时的物体便可抽象为刚体。

刚体可以是一个抽象的物体，也可以是某个具体的物体，可以是单个的工程构件，也可以是工程结构整体。如图 1-1 所示的建筑工地上常见的塔式吊车，当设计其每一部件、零件时，都不能将之视为刚体，而必须视为变形体，这时的零件或部件就是变形体模型，如图 1-1 (a) 所示。但是，当需要确定保证塔式吊车在各种工作状态下都不发生倾覆所需的配重时，整个塔式吊车又可以视为刚体，如图 1-1 (b) 所示。

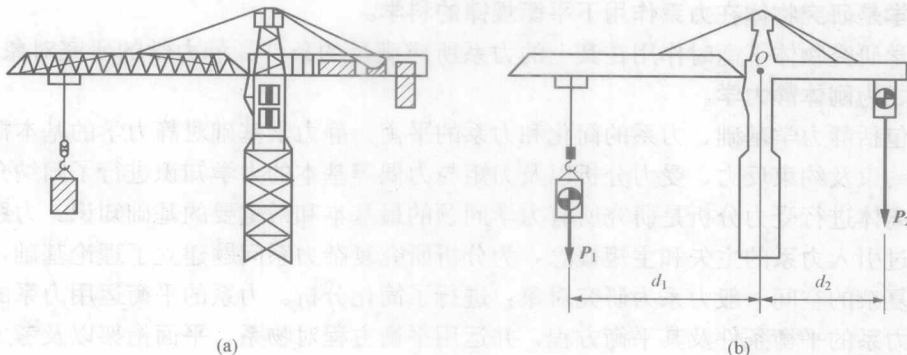


图 1-1

1.1.2 力和力系

力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。例如，人用手推车、蒸汽推动汽缸内的活塞，手与车或蒸汽与活塞之间有相互作用；锻锤压在工件上，其间也有相互作用。引起车、活塞机械运动状态改变和工件变形的这种作用就是力。

物体间力作用的形式很多，因而我们会遇到各种各样的力。大体上可以分为两类：一类是两个物体直接接触作用，如两物体间的压力和摩擦力；另一类是通过“场”对物体的作用，如引力场对物体的引力、电磁场的电磁力等。

力使物体的运动状态发生改变的效应称为运动效应，也称为外效应，例如物体在力的作用下运动速度或方向发生变化；力使物体的形状发生变化的效应称为变形效应，也称为内效应，例如物体在力的作用下发生伸长、缩短或弯曲等变形。在理论力学中，只讨论力的运动效应，力的变形效应将在材料力学中讨论。

力对物体作用的效应取决于力的三要素——力的大小、方向、作用点，所以力是矢量，称为力矢。力的方向包括力作用的方位和指向。

度量力的大小的国际单位制 (SI) 量纲为牛顿 (N)，即使 1kg 质量的物体产生 1m/s^2 加速度的力定义为 1N。

力 F 在直角坐标系中可表示为

$$\mathbf{F} = F_x + F_y + F_z = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \quad (1-1)$$

式中： F_x 、 F_y 、 F_z 分别为力 F 在 x 、 y 、 z 三个坐标轴方向上的分力矢量； $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别为 x 、 y 、 z 轴对应的单位矢量； F_x 、 F_y 、 F_z 分别为力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影，为代数量，如图 1-2 所示。

物体受力一般是通过物体间直接或间接接触进行

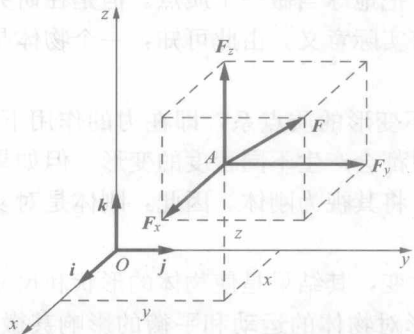


图 1-2

的。在多数情况下接触处不是一个点，而是具有一定尺寸的面积或体积。此时无论是施力体还是受力体，其接触处所受的力都是作用在接触区域上的分布力。在大多数情况下，这种分布力都比较复杂。

为了便于计算和分析，需要对分布力进行适当简化。当力的作用面积小到可以不计其大小时，便抽象为一个点，这个点就是力的作用点，而这种作用于一点的力称为**集中力**。例如，静止的汽车通过轮胎作用在水平桥面上的力，当轮胎与桥面接触面积较小时，即可视为集中力，如图 1-3 (a) 所示；而桥面施加在桥梁上的力则为分布力，如图 1-3 (b) 所示。

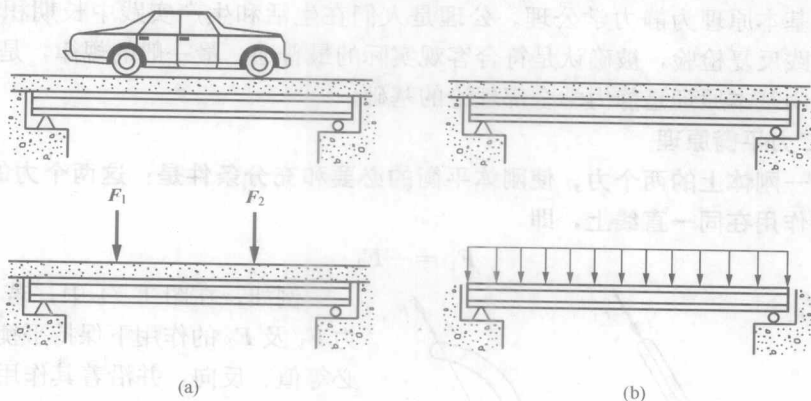


图 1-3

作用在物体上的力的集合称为**力系**。按照力系中各力作用线在空间的分布形式不同，力系可分为以下三类。

(1) **汇交力系**：各力作用线相交于一点。

(2) **平行力系**：各力作用线相互平行。

(3) **一般力系**：各力作用线既不相交于同一点，又不相互平行。

按照各力作用线是否位于同一平面内，上述三种力系又都可再分为**平面力系**和**空间力系**两类，如平面一般力系、空间一般力系等。

1.1.3 平衡

所谓**平衡**，是指物体相对于惯性参考系处于**静止或匀速直线运动**的状态。

平衡是物体机械运动的特殊形式，是物体在特殊力系作用下产生的特殊外效应。物体的平衡是相对于确定的参考系而言的。例如，地球上平衡的物体是相对于与地球固连的参考系的，如果相对于与太阳固连的参考系则不平衡。

在工程实际中，一般取固连于地球的参考系作为近似的**惯性参考系**，其分析计算的结果已具有足够的精确度。因此，如果不特别说明，所讨论的平衡问题一般都以地球作为固定参考系。

一般情况下，刚体受到力系作用时，其运动状态将发生改变。如果作用在刚体上的力系满足一定条件，可使刚体保持平衡。作用于刚体上使刚体处于平衡状态的力系称为**平衡力系**，又称**零力系**。平衡力系应满足的条件称为**力系的平衡条件**。

静力学所研究的平衡问题，可以是单个刚体，也可以是由若干个刚体组成的系统，这种系统称为**刚体系统**。显然，刚体或刚体系统是否平衡，取决于作用在其上的力系。一个刚体

系统平衡时,则组成该系统的每一个刚体或其中的任何局部也是平衡的。

1.2 静力学基本原理

静力学基本原理是牛顿运动定律对平衡问题的科学归纳。这些原理,有的就是牛顿运动定律本身的内容,有的则可由牛顿运动定律导出。作为经过反复观察和实践总结出来的客观规律正确地反映了作用于物体上的力的基本性质,可以认为是真理而不需要证明,因此,也称这些静力学基本原理为静力学公理。公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普通、最一般的规律,是不需要进行证明的。静力学基本原理是静力学全部理论的基础。

1.2.1 二力平衡原理

作用于同一刚体上的两个力,使刚体平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等、方向相反,并作用在同一直线上,即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

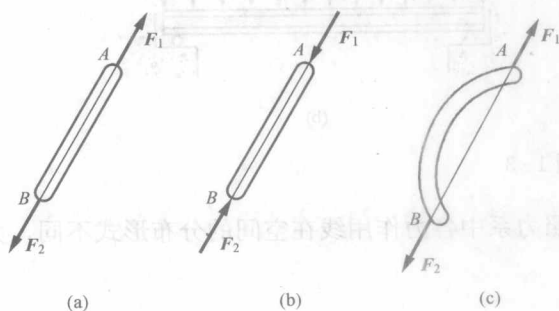


图 1-4

例如,在图 1-4 中,若各刚体均在力 $\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2$ 的作用下保持平衡,则此二力必等值、反向,并沿着其作用点 A、B 的连线,作用在同一物体上。否则,该物体就不能平衡。

在工程中,常把忽略自重,仅在两点受力而平衡的构件称为二力构件,如图 1-4 所示。

二力平衡原理是论证刚体平衡条件的基础。二力平衡原理对于刚体是必要和充分的,但对于变形体则是不充分的。

1.2.2 加减平衡力系原理

在作用于刚体的力系中,加上或减去一个平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效应。

加减平衡力系原理是力系简化的重要依据之一。此原理表明平衡力系对刚体不产生运动效应,其适用条件只是刚体。对变形体,加上或减去一个平衡力系,将会改变变形体上各处的受力状态,因此会引起内效应和外效应的变化。根据此原理可有如下推论。

推论 力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线移动到刚体上的任意点而不改变该力对刚体的作用效应。

证明 设 $\mathbf{F}$ 为作用于刚体上 A 点的已知力,如图 1-5 (a) 所示。在力的作用线上任一点 B 处加上一对沿作用线、大小均为 F 的平衡力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$, 且有 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, 如图 1-5 (b) 所示。根据加减平衡力系原理,新力系 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$ 与原来的力 $\mathbf{F}$ 等效。而 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{F}_1$ 可构成一平衡力系,减去后不改变力系的作用效应,如图 1-5 (c) 所示。于是,力 $\mathbf{F}_2$ 与原力 $\mathbf{F}$ 等效。力 $\mathbf{F}_2$ 与力 $\mathbf{F}$ 大小相等,作用线和指向相同,只是作用点由 A 变为 B。

此推论表明,对于刚体,力的三要素变为力的大小、方向和作用线。

可沿作用线方向滑动的矢量称为滑动矢量。因此,作用于刚体上的力是滑动矢量。作用

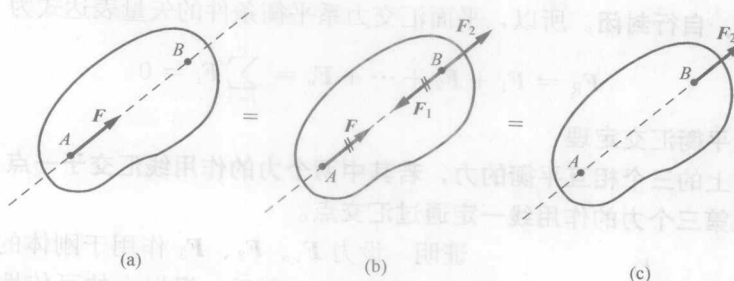


图 1-5

在变形体上的力既不能沿其作用线滑动,也不能绕其作用点转动。因此,作用在变形体上的力的作用线和作用点都是固定的,这时的力为定位矢量。

1.2.3 力平行四边形法则

作用在刚体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力矢为邻边构成的平行四边形的对角线矢量确定,如图 1-6 (a) 所示。或者说,合力矢等于这两个力矢的几何和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-3)$$

力平行四边形法则是复杂力系简化的基础,也是力的分解法则。另外,也可通过作力三角形方法,求两力的合力的大小及其方向,如图 1-6 (b) 所示,称为力三角形法则。在应用力三角形法则求合力时,与分力的先后次序无关。

上述方法可以推广到 n 个力组成的平面汇交力系的合成,如图 1-7 (a) 所示。设刚体上作用有 4 个汇交于 A 点的同平面的力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 、 $\mathbf{F}_4$, 应用力三角形法则,各力依次合成,如图 1-7 (b) 所示。先将 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 合成,则 AC 表示 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的合力矢;再作 CD 表示 $\mathbf{F}_3$, 则 AD 表示 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 和 $\mathbf{F}_3$ 的合力矢;最后作 DE 表示 $\mathbf{F}_4$, 则 AE 即为 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 和 $\mathbf{F}_4$ 的合力矢 $\mathbf{F}_R$ 。多边形 ABCDE 称为力多边形, AE 称为力多边形的封闭边。这种求合力矢 $\mathbf{F}_R$ 的方法称为力多边形法则。因此,可得出如下结论:平面汇交力系合成的结果为一个合力,合力的作用线过力系的汇交点,其大小和方向可用力多边形的封闭边表示,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1-4)$$

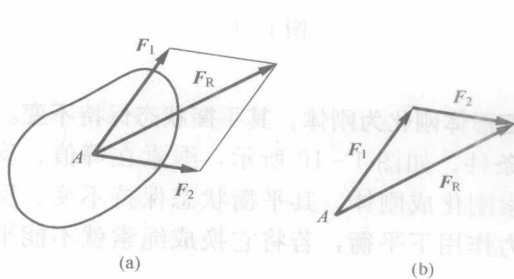


图 1-6

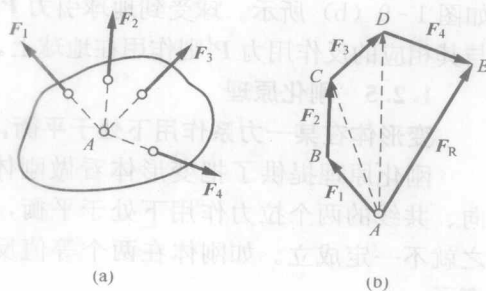


图 1-7

若力多边形的封闭边为零,即最后一个力的末端与第一个力的始端重合,则合力为零,这表示该平面汇交力系为平衡力系。因此,平面汇交力系平衡的必要与充分几何条件是:力