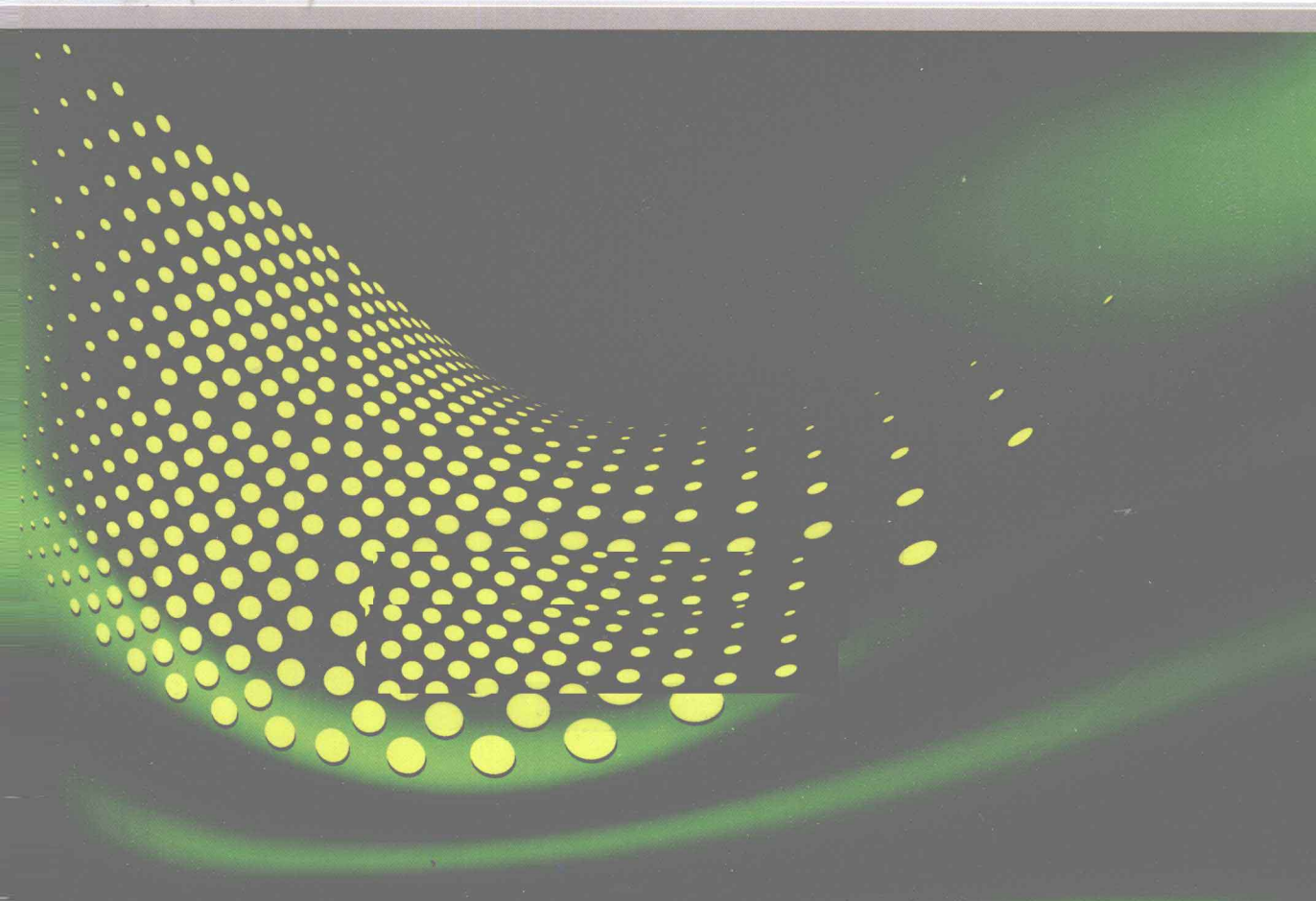


新世纪教育系列丛书

教育统计学及其Excel方法

(上册)

杨 威 林文卿 编著

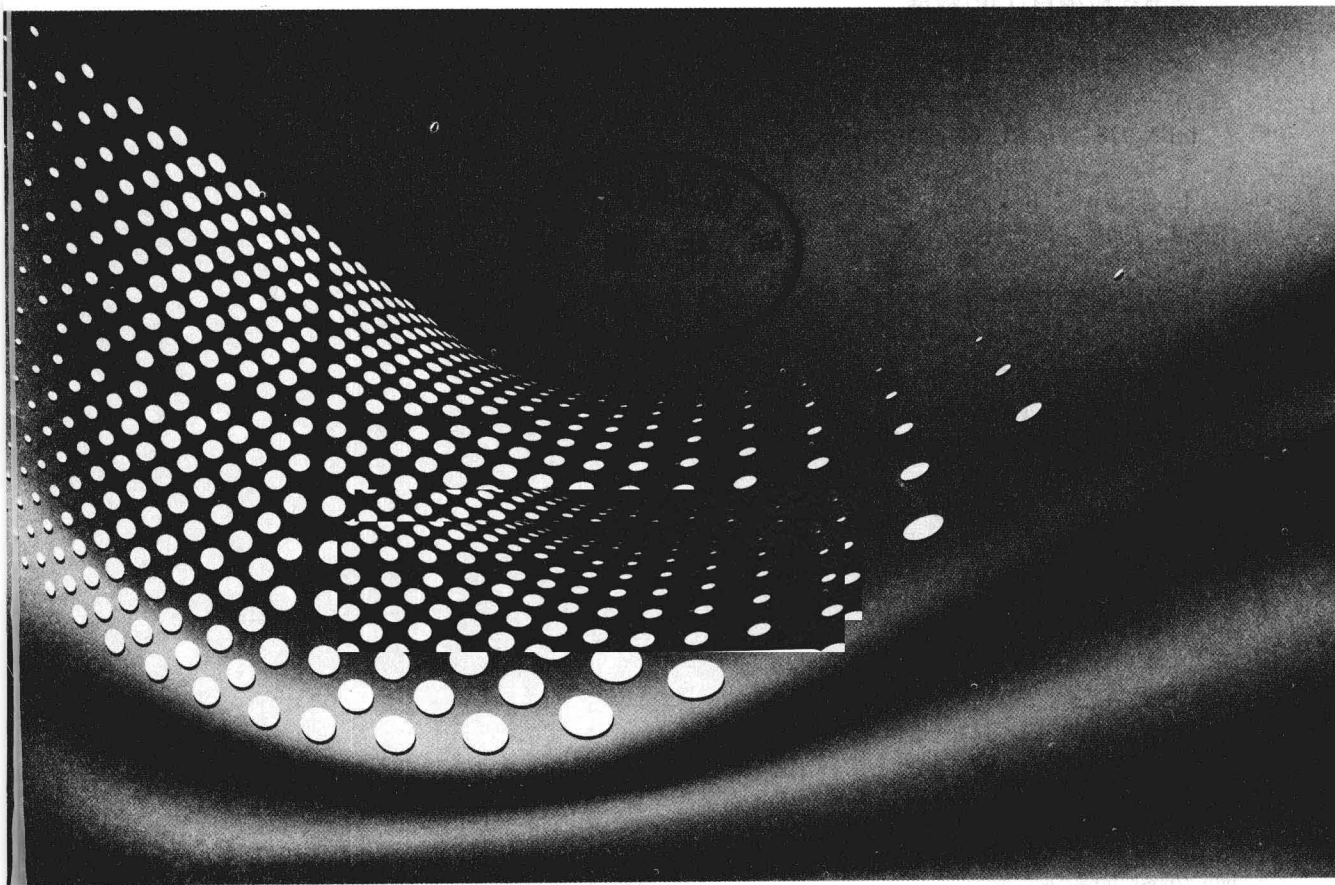


新世纪教育系列丛书

教育统计学及其Excel方法

(上册)

杨 威 林文卿 编著



HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

内 容 简 介

本书主要包括:绪论、Excel 简介、数据整理与表达、集中量数、差异量数、相对量数、相关量数、概率分布及应用、参数估计、参数检验、方差分析、回归分析、计数数据分析方法、非参数检验、多元统计分析方法等,涵盖了现代教育统计学的主要内容。本书的特点是在讲清楚教育统计学基本方法基础上,充分结合广泛使用的 Excel 软件,对每种统计分析方法都给出了具体实例和较为详尽的操作方法。本书在写作时力求概念清楚、公式推导详尽,语言通俗易懂,实例分析透彻。目的是透过本书的学习,可以使教师、教育管理工作尽快掌握教育统计学理论和方法,无需掌握高深的专业软件如 SPSS, SAS 等,即可将教育统计学方法熟练地应用于教育研究实践,以提高教育教学研究和教学管理的水平。

本书适用于师范院校在校学生、高校教师 and 高校教学管理工作者教学或参考。

图书在版编目(CIP)数据

教育统计学及其 Excel 方法.上册/杨威,林文卿
编著. — 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2010.6
ISBN 978 - 7 - 81133 - 771 - 6

I . ①教… II . ①杨… ②林… III . ①电子表格系统,
Excel - 应用 - 教育统计 - 统计学 IV . ①G40 - 051

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 098274 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451 - 82519328
传 真 0451 - 82519699
经 销 新华书店
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 787mm × 1 092mm 1/16
印 张 12.5
字 数 300 千字
版 次 2010 年 6 月第 1 版
印 次 2010 年 6 月第 1 次印刷
定 价 21.00 元

<http://press.hrbeu.edu.cn>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

时至今日,我国各级各类教育获得了前所未有的大发展,特别是高等教育已进入大众化教育阶段,与之相应的教育质量问题引起了社会各界的广泛关注。教育质量的普遍提升离不开教育科学研究的普及与深入,作为教育教学科学研究利器之一的教育统计学的重要性日益显现。作为工作在教育教学第一线的基层教学管理工作者和广大教师,由于其自身学科背景的缘故,很多人对教育统计学方法了解的还不够深入,具体应用起来还不能做到得心应手。造成这种局面的原因多种多样,一个十分重要的原因是教育统计学的计算十分繁杂,大部分内容手工计算既繁杂又极易出错;而且对于多元统计分析的计算手工操作几乎是不可可能的。有鉴于此,我们几位作者结合自己的多年工作实践和体会,编写了此书。

本书涵盖了教育统计学的绝大部分内容,特别是教育教学管理与研究中常用的内容和方法。既包括经典教育统计学中的描述统计和推断统计,又包含目前发展较快、应用渐广的多元统计分析的基本内容。本书在编写时注重繁简得当,对某些重要的公式作了详尽的推导,同时对过于复杂的内容又给予适当的简化。本书还十分注重教育统计学方法的实际应用,给出很多具体的实例,特别是对绝大多数实例都给出了利用 Excel 软件求解的详细过程,以方便读者移植使用。“删繁就简三秋树,领异标新二月花”,但愿这种编写方式能够对读者掌握并运用教育统计学方法有所裨益。

本书上册由杨威、林文卿编写,下册由刘春清、孙宇冰编写,其中刘春清编写第 2, 11, 14, 15 章;杨威编写第 1, 4, 5, 6, 7, 10 章;林文卿编写第 3, 8, 9 章;孙宇冰编写 12, 13, 16 章及附录。全书最后由刘春清统稿。本书在编写过程中得到了哈尔滨理工大学教务处领导的大力支持和帮助,编者向他们表示由衷地感谢。

由于编者水平能力所限,本书定有诸多缺陷甚至谬误,还望读者及专家不吝赐教。

编著者

2010 年 1 月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 统计学与教育统计学	1
1.2 教育统计学发展简史	3
1.3 教育统计学的发展特点	4
1.4 学习教育统计学的意义	5
1.5 预备知识	7
第2章 统计数据的整理及表达	13
2.1 数据的搜集	13
2.2 数据的整理	13
2.3 数据的表达	15
2.4 Excel 应用实例	19
第3章 集中量数	29
3.1 算术平均数	29
3.2 中位数	32
3.3 众数	34
3.4 几何平均数和调和平均数	36
3.5 Excel 应用实例	40
第4章 差异量数	46
4.1 方差与标准差	46
4.2 其他差异量数	51
4.3 差异量数的比较与应用	52
4.4 Excel 应用实例	53
第5章 相对量数	61
5.1 原始分数缺陷	61
5.2 相对地位量数	62
5.3 相对差异量数	66
5.4 Excel 应用实例	67
第6章 相关量数	69
6.1 相关与相关系数	69
6.2 积差相关	73
6.3 等级相关	75
6.4 质与量的相关	80
6.5 Excel 应用实例	83
第7章 概率分布及其应用	94

7.1	概率基础	94
7.2	二项分布	97
7.3	正态分布及其应用	100
7.4	Excel 应用实例	105
第 8 章	抽样分布与参数估计	107
8.1	抽样分布	107
8.2	统计推断的有关问题	110
8.3	参数估计的原理	111
8.4	总体平均值的期间估计	114
8.5	其他总体参数的估计	117
8.6	Excel 应用实例	119
第 9 章	参数的假设检验	123
9.1	假设检验的原理与方法	123
9.2	总体平均数的显著性检验	128
9.3	两个均数间差异的显著性检验	131
9.4	其他统计量的检验	138
9.5	Excel 应用实例	143
第 10 章	方差分析	162
10.1	方差分析的基本原理	162
10.2	单因素完全随机设计的方差分析	167
10.3	单因素随机区组设计的方差分析	172
10.4	平均数间的多重比较	176
10.5	双因素方差分析	180
10.6	Excel 应用实例	186

第1章 绪 论

1.1 统计学与教育统计学

1.1.1 统计与统计学的含义

统计是总括起来计算之意,是对某一现象或事物的有关资料进行搜集、整理、计算、分析的工作过程。统计有三层含义:一是统计资料,即反映各种现象的数据资料;二是统计工作,即具体搜集、整理、分析统计资料的工作过程;三是统计学,即研究统计原理与方法的科学。统计工作属于统计实践的过程,统计学则是为这种实践提供理论与方法的学问,因此二者存在着密切的关系。统计工作需要统计学的指导,而统计学则要为统计实践服务。

统计学的分类标准因时代不同而不同。从传统的分类来看,统计学因作用不同而分为两类:一是应用统计学,它是与研究对象的特征密切结合的各科专门统计,属经济学的范畴。如:人口统计学、医药统计学、经济统计学、工业统计学、体育统计学、生物统计学,等等。这些统计学都是以本学科范畴现象的数量形式为基础,对它们的规律性进行数量上的分析研究,它们是各相应学科的有机组成部分。教育统计学亦属应用统计学的范畴;二是数理统计学,它是为各门应用统计学提供数理方法论基础的一门学科,其内容主要是运用概率论的知识来解释统计数据数量关系的模式,属数学的一大分支。

1.1.2 教育统计学

教育统计亦有教育统计学和教育统计工作之分。教育统计学是专门研究如何搜集、整理、分析在心理和教育方面由实验或调查所获得的数据资料,如何根据这些资料所传递的信息,进行数学推论,找出客观规律的一门学科。简言之,教育统计学是运用统计学的一般原理和方法研究教育科学领域数量关系的一门科学。教育统计工作则是各级教育行政部门的教育统计报表和相应制度,它作为教育行政部门管理系统的一部分,着重于统计数据的搜集和管理工作。

1.1.3 统计学的内容及特性

1. 统计学的内容

统计学的内容是随历史的发展而不断发展起来的。过去根据统计学的理论和应用的主要范围而分为描述统计和推断统计两部分,之后增加了实验设计而形成三部分。

描述统计是对实验或调查所获得的数据加以整理(如制表、绘图),并计算其各种代表量数(如集中量数、差异量数、相关量数等)。其基本思想是平均,如在集中量数中将原始数据进行平均,在差异量数中将离均差进行平均,在相关量数中将积差进行平均,等等。通过

描述统计的工作,我们可以把大量零散的、杂乱无章的资料加以简化、概括,从而更加清晰地明确地显示出这些数据的分布特征。在教育实践中,应用描述统计的机会是非常多的。譬如,各级教育部门统计各级各类学校在校学生人数及质量,学校绘制本校历年的发展状况图表,教师要了解所教学生的平均成绩,平均差异或各等级学生的百分比,等等。

推断统计又称抽样统计,它是根据对部分个体进行观测所得到的信息,通过概括性的分析、论证,在一定可靠程度上去推测相应的总体。换言之,就是根据已知情况推测未知的情况。推断统计主要用于两个方面:一是从单一样本得到的统计量去推断较大总体的有关特征,我们称之为统计估计或参数估计;二是比较多个样本或总体的差别情况,评价一项实验的结果,我们称之为假设检验。假设某校要进行某种实验教材是否提高学生学习水平的实验,需要随机抽取各方面条件基本一致的两个平行班,其中一个班采用实验教材,另一个班采用原有教材,经过一段时间后发现两个班的平均成绩有 5 分之差。尽管两组所接受的处理相同,但是这 5 分之差,究竟是不同的教材所产生的效应,还是随机选择中偶然因素(即误差)的影响呢?如果符合一定的前提条件,统计理论可以提供回答这一问题的基础。假如实验者分析发现他所得到的 5 分之差属于误差的可能性更大一些,就可以推断有偶然因素在起作用;反之,假如实验程序的检验表明差异的产生除了实验因素以外,再无可解释的其他原因,则可以推断是教材的不同在起作用。

描述统计和推断统计均是针对数据进行计算的分析方法,因此,只要有数字我们就可以进行计算和分析。然而,要使这些数据真实、可靠地反映客观现实,首先要保证其本身的可靠性和有效性,因此仅靠分析方法是远远不够的,还需要一种获得准确数据的理论与方法,即实验设计。实验设计是研究如何更加合理、有效地获得观测资料,怎样更正确、更经济、更有效地达到实验目的,以揭示实验中各种变量关系的实验计划。实验设计的具体内容包括怎样选择被试,控制那些无关因素,提出什么样的假设,观察哪些实验内容,如何安排实验步骤,采取何种统计方法来处理和分析实验结果等。

统计学的内容之间既互相区别,又互相联系。从统计学发展的历史来看,先有描述统计,后有推断统计,再有实验设计,因此描述统计为前驱,推断统计为核心,实验设计为后衍。但是从实验研究进程来说,则应先进行实验设计,再进行描述统计和推断统计。

2. 统计学的特性

了解统计学的特性有助于人们对统计学思想的理解。统计学的特性主要有概率性、二元性和归纳性。

数理统计学是应用统计学的理论基础,而数理统计学又是运用概率论来解释统计数量关系的,因此统计学具有概率性的特征,这一点在推断统计中尤为突出。统计学除了有它的理论渊源以外,还有一套源自实践的资料,也就是说统计学并不是一门纯粹的数学,因此使其具有了“二元”的特性。不过,这里的“二元”并无哲学上二元性的含义。统计学的主要功能是从现实的某些资料中归纳出一般的原理或规律,并把归纳出来的这些原理或规律应用于更大的范围之内。从逻辑上讲这是由特殊到一般的过程,从统计上看则是由样本特征推论总体特征的过程,因而具有归纳的特性。

1.1.4 教育统计学的学科性质

教育统计学是数理统计学与教育科学的结合,更准确地说,它是数理统计学、现代数学

与教育科学的结合,所以其性质是一门边缘学科。但是教育统计学究竟是哪几门学科的结合与合流,人们的看法却不尽相同,目前有两种比较典型的观点。第一种观点认为教育统计学是教育学和数理统计学的相互结合和渗透,因为它们分别代表了社会科学和自然科学,是这两门科学的相互交叉。第二种观点认为教育统计学是自然科学-数学与社会科学-教育科学(教育学、心理学)的结合。这两种观点都有一定的道理,但也有不妥和矛盾之处。第一种观点将教育统计学限制在教育学与数理统计学这两门学科之中,看法显然有些狭隘。因为从教育统计学的产生来看,它首先是应用在心理学的研究之中,因此将心理学排除在外是很不应该的。第二种观点虽比第一种观点前进了一步,将心理学纳入教育科学,而且自然科学以数学为代表,但仍强调数理统计学,仍有矛盾之处。将心理学归入教育科学还说得过去,但由此将其视为社会科学则是矛盾的,因为心理学本身也是一门边缘学科。

1.2 教育统计学发展简史

和其他学科一样,教育统计学的产生与发展都是社会历史发展的客观需要。19世纪中叶,随着数学学科的发展,各门学科纷纷寻求科学的方法。这样,统计方法开始被采用,并获得了较好的效果,如生物学、遗传学、农业科学中的一些发现,就是在统计方法的协助下得出的。同时,这些学科的研究又对统计方法的发展作出了贡献,数理统计就是这样为解决科学研究中提出的各种问题而发展起来的。数理统计的发展又促进了各个学科领域中研究的进步,心理与教育统计就是在这种形势下产生和发展起来的。19世纪末,一些心理学家、数学家开始把数理统计方法引用到心理与教育的研究中。

最初将统计学应用到心理与教育领域的是英国的人类学家、生物学家高尔顿。高尔顿精于遗传学的研究工作,并擅长数学与其他学科,也是19世纪对统计学理论的新发展作出较大贡献的统计学家之一。他在应用统计方法研究生物学的基础上创造了相关分析法、回归分析法及其相关系数的计算;此外,中数、四分位数、百分位数、百分位差等也是由他发明的。在研究遗传学时,他以统计方法作为工具,研究人类智力、体力的遗传问题。高尔顿的学生皮尔逊与其导师一样,不仅在统计学理论上作出了突出的贡献(譬如建立了以正态分布为基础的大样本理论,研究从样本中导出统计结论时的抽样误差问题,提出了 χ^2 检验法,并将相关和回归的理论扩展到很多领域),而且努力将其在统计上的发展应用到心理学与教育学中。

20世纪初,统计学传入美国,桑代克为了达到“极力以心理学与统计学为工具而研究教育学,使教育科学化”的目的,于1904年撰写了社会统计学应用手册《心理与社会测量导论》,这是世界上第一本有关教育与心理统计学的专著。随后,美国的一些大学先后开设了心理与教育统计学的课程,并出版了专著、教材。我国当时在大学的教育系和中等师范学校中把教育与心理统计作为必修课程,许多从事这门课程讲授的学者纷纷撰写专著、教材,但其内容大都局限于描述性统计。

20世纪40年代以后,欧美各国比较普遍地应用数理统计的方法研究心理与教育问题,从此,心理与教育统计学进入了以推断统计为主要内容的新阶段。这时的心理与教育统计

学教材增加了小样本理论、统计估计、统计检验等内容。随后,统计学家发现统计假设检验所涉及的假定问题,例如总体的基本分布形态为正态分布不能满足或者根本不知道分布形态,于是又引入了一种与分布形态无关的统计方法——非参数法,使教育统计学的内容更为充实和丰富,使用范围更加广泛。

20 世纪 70 年代以后,由于电子计算机的迅猛发展,使以往因为计算繁杂而使应用受到限制的统计方法,变得简单易行;同时在教育与心理的理论与方法方面,不但充实了描述统计学、推断统计学的内容和方法,而且还发展了多元统计分析和现代数学在教育与心理研究和实验中的应用。对于大量的、复杂的数据处理,已有了专门的统计软件包(如 SPSS, SAS, MINTABE 等),基本上包含了各种常用的统计方法。时至今日,教育统计学的应用变得更加普遍与广泛。

1.3 教育统计学的发展特点

从发展趋势看,由于近年来电子计算机的普及,使得教育统计学领域出现了不少的革新措施,这些措施对教育统计学的内容也产生了影响,其具体表现在四个方面。

1.3.1 为适应“机算”而简化程序

过去许多教育统计学教材,都列有各种统计量的定义式和计算式,注重定义式的使用,然而,定义式计算过程较为繁杂,且会损失一定的信息量,使得计算结果欠精确。为了提高计算效率和精度,普遍采用计算机进行处理,因而为计算机所接受的计算式受到越来越多的重视和运用。因此,在现行的教材中,定义式主要用于帮助学生理解统计的思想,计算式则成为实际应用的公式。

1.3.2 取消所谓的“简捷法”

过去教材中大都用相当多的篇幅专门介绍分组次数分布的所谓简捷的统计处理法(如平均数、标准差以及相关的简捷算法)。这在过去的手工计算时代确有一定的简化作用。但是与今天的计算机相比,其计算手续并不简捷,更重要的是其计算结果也不准确。现在使用计算机直接处理数据,不但计算上迅速准确,而且还可直接编制频数分布表,不必再对全部数据逐一作简化的准备工作。

1.3.3 多元分析法日益受重视

过去由于计算工作繁琐的缘故,教育统计学的教材对于回归分析,方差分析等内容往往限制在一元或二元之内,对于三元以上的统计分析最多只作一些理论上的介绍,对于实际应用很少谈及。这对于“要根据多种有关变量所造成的效果”的教育和心理问题进行预测显然是不够的。如今,随着计算机在教育统计学中的推广应用,多元统计的方法日渐占主导地位,国际上许多有关心理与教育问题的研究大多采用多元分析的方法。

1.3.4 教育统计学内容日渐丰富

随着社会的发展,科学的进步,教育与心理研究的需求,心理与教育统计学的基本内容

也在不断地更新与充实,仅从分析方法上看,大致包括以下几个方面的内容。

1. 描述统计学

这一部分内容主要是研究如何缩减数据和描述这些数据,其任务是在大量的观测数据中,用恰当的统计方法来简缩数据,计算其有代表性的量数,以描述事物的典型性、波动范围以及相互关系等,揭示事物的内部规律。如计算平均数、中数和众数等以反映观测数据的集中趋势,计算方差、标准差等来反映观测数据的离散趋势,计算积差相关系数、等级相关系数等来反映观测数据之间的相互关系。同时,描述统计学还可以对观测数据进行整理归类,并用相应的表格、图形来表示其主要分布特点或特征。

2. 推断统计学

它是主要研究如何利用数据去作出决策的方法,在心理与教育的研究和实验中涉及面非常大,因为我们不可能对全体对象进行研究和实验,只能从中抽取部分具有代表性的样本进行研究和实验,推断统计学正是一种依据部分数据去推测全体特征的科学方法,是对教育与心理研究或实验作出预测和规划的有力工具。推论统计学的主要内容分为参数统计法(含参数估计和假设检验)和非参数统计法。

3. 多元统计分析

进行教育或心理的研究和实验,常会受到多种因素的影响,而寻找主要的影响因素,把相近或相关的因素合并或归类则是多元统计分析的主要任务。多元分析增强了心理与教育研究和实验的可靠性与准确性,使研究更贴近客观实际,但是多元分析的理论深奥,计算复杂,因此在很长一段时间其应用受到限制。直到计算机技术发展普及的今天,有了专门成熟的软件包,才使得多元统计分析法获得广泛地应用。多元统计分析的主要内容有主成分分析、因素分析、聚类分析、多元方差分析、多元回归分析,等等。

4. 模糊统计学

教育、心理现象的不确定性,不仅表现为随机性,而且更多地表现为模糊性。因此,对心理与教育现象进行模糊性的描述也是必然的,不可缺少的。

1.4 学习教育统计学的意义

1.4.1 学习教育统计学的意义

1. 为教育科学研究工作提供科学方法

从宏观上说,科学是一种知识体系,科学研究的对象就存在于现实世界各个领域的客观事实中,科学研究的任务则在于对客观事实进行观测和分类,从而揭示出蕴涵在客观世界中的种种因果关系。

要提高对客观事实的观测及分析研究的能力,就必须运用科学的方法。所谓科学方法就是那些把科学据以取得特殊地位的程序,延用于搜集材料和记录资料方面去,这并不是偶然、随意的知觉积累,而是经常运用测量仪器组织好的观察。要经过训练,学习如何进行观察,这里涉及到许多技巧问题。不同的科学要有不同的技巧,但共同的要求是要尽可能地精确而清楚地观察,要有认真遵守的标准程序。标准程序的重要性在于,能再次消除观

测者个人的特征。如果我们要做的观察是要尽量揭示自然界某一特殊方面,那么资料最好不要受观察者个人的特性和癖好的影响。统计学正提供了这样一种科学方法,是工作科学研究不可缺少的一种工具。而教育统计学则为教育科学的研究提供了这种方法。

从微观上看,教育统计学能提高教育科学研究工作的效率和科学性。在教育科学研究中,除了调查研究的方法之外,还有许多问题需要进行实验的研究,在这些研究中,对于诸如:如何设计实验,怎样选择被试,选择多少被试,怎样安排实验因素,如何整理数据资料,分析实验结果,进行推断,以及如何表述、说明、解释研究成果等工作,都必须借助统计方法。

2. 为学校实施科学管理提供有效工具

所谓“科学管理”,基本上就是基于精确数字资料的管理。这种管理借助于统计学的帮助,实现其有效管理。在强调科学管理日益增加的同时,对于教育管理的科学要求也在不断增加。实践证明,学校管理是否科学,其效果大不一样。学校教育的科学管理,一定是在教育科学和管理科学的理论指导下,是理论与学校实际相结合。当今社会实现科学管理,不能只停留在过去的经验和现有的水平上,而是把现代的科学成果和技术手段应用于管理工作之中,更充分地发挥学校中的人力、物力、财力的最大效能。教育统计就是现代教育科学管理的有效工具之一。通常,在管理中所运用的系统分析、回归预测和决策,各种数学模型的使用等方法,都可以通过学习教育统计而获得。具体来说,教育统计在管理中的应用和作用主要是制订教育事业发展规划,检查督导和评价教育教学工作等。

此外,在教育管理中,有关的日常教务工作、课堂教学、学制的制订、各级各类学校的设置、每年招生的人数、学生成绩的比较,录取就业方案的制订、教育经费的分配,对学生健康状况某项指标的普查,课程分量的规定、各种教育教学方法的比较,等等,只有使用科学的统计方法,才能提高工作效率和科学性。

3. 顺利阅读教育或心理研究文献

教育、心理的研究报告,基本上是运用统计的方法进行表述和说明的。因此,不了解统计学的专门术语及术语所表示的统计过程和意义,就无法从别人的研究报告中获得间接的知识。

1.4.2 辨证对待教育统计学

虽然教育统计学对教育科学研究和教育管理工作有着极重要的作用,也是进行这些工作的科学工具,但却要对它有一个正确的认识。在学习教育统计学的过程中,下列两种观点都是错误的。

1. 统计无用论。通过以上介绍可知,忽视教育统计对工作无益,离开了教育统计,就不是完备的教育科学研究了。因此,教育工作者不懂得教育统计学的知识,也就不能称其为教育科学家。

2. 统计万能论。统计方法虽然是科学研究的工具,但它并不等于科学研究,也不能代替科学研究。这是因为,科学研究的内容总是属于一定的知识领域,并且来自于这些领域的知识。因此,教育统计学主要是统计方法在教育研究和教育工作中的具体应用,而教育规律的探讨应是教育学的任务。统计,只能帮助我们阐明规律,却不能改变事物的本来面貌,创造规律。所以以主观意愿出发,滥用或乱用统计方法去迎合我们预定的结果,是非常

错误的。

统计方法应用不当,会造成极大的错误。可以说统计在一个外行人的手里,是一个不可靠的工具。统计方法在一个不负责任的宣传家手里,是一个危险的工具。教育科学研究的对象是人而非物品。如果因统计方法影响了工农业产品的质量,受的损失还可弥补的话,对人造成的影响,却是难以弥补的。所以统计的应用要特别慎重,千万不可滥用和乱用。

1.5 预备知识

1.5.1 数的概念

统计学中的数的概念与数学中的数的概念不完全一样,其意义有别,主要表现在以下四个方面。

1. 数的精确度

统计学中研究的数字,无论是测量得到的数,还是计算得到的数,几乎都是近似值,因此,统计学中的数大多只有相对的精确度。当然,也有一些数是精确的,如对 25 个人进行某项实验,可以说,这个 25 是精确数,但实验后的测量分数又是近似数。又如,学校在校学生人数的统计,也属于精确数值,但是平均人数却是近似数。

2. 有效数字

数学中的数都是精确的,统计中的数大多是近似的,因此 18 和 18.00 在数学中只是写法的不同而已,其意义是一样的。但是在统计中,18 和 18.00 的意义却有不同。18 指的是在 17.5 ~ 18.5(不包括 18.5 本身)之间值,而 18.00 则是在 17.995 ~ 18.005(不包括 18.005 本身)之间的值。这样就产生了统计中的有效数字问题。对于 18 和 18.00 来说,因 18 有两位,其有效数字为 2,而 18.00,有四位,其有效数字为 4。所谓有效数字是指能影响测量准确性的数字。从这一意义上说,确定一个数是不是有效数字或有几位有效数字,只要看它是不是能够告诉我们它包含了多少个测量单位即可,测量单位的个数就是有效数字的个数。

可见,只要找出基本测量单位以及测量单位的个数,就可以确定表示测量结果的有效数字。但这种方法较复杂,有效数字的简单判断法则如下:

- (1) 所有非零数字都是有效数字;
- (2) 介于非零数字之间的 0 是有效数字;
- (3) 有小数部分的数,其非零数之后的数都是有效数字;
- (4) 用小数表示的数的左边出现的 0 不是有效数字;
- (5) 整数后的 0,可能是也可能不是有效数字。

3. 科学记位法

科学记位法又称标准记位法,它是统计中对以上有效数字专门的一种表示方法。其方法是把每一位的小数点移到首位数的后面,小数点后写出其他的有效数字,然后再乘以 10 的幂还原为原数。例如,3 800 写为 3.8×10^3 , 3.8×10^3 和 3.800×10^3 所表示的有效数字是不同的。

4. 数的修约

统计中的“四舍五入”与数学中的基本一致,即大于 5 就进位,小于 5 就舍掉。但是也有区别,当被舍去的数恰好为 5 时,则需分两种情况进行处理,若 5 之前的数为奇数时,则进 1 舍 5;若 5 之前的数为偶数时,则保持不变,即直接舍去 5。例如,7.165 完整成三位有效数字时为 7.16,6.135 完整成三位有效数字时为 6.14。

统计中有关小数后保留位数的问题,是根据统计中近似数的计算法则进行的,目的是防止计算误差的增加。但是教育统计学一般没有严格按照统计的方法处理。

1.5.2 连加和及其运算法则

1. 连加和的缩写式

在统计运算中,把一群数据全部相加或部分相加是最常用的运算方法。但在数学学习的不同阶段,其表示方法有所不同。在初等代数中,一群数据相加求和的表达形式为 $X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ 。而在统计学中,则采用缩写式来表达,即以 $\sum_{i=1}^n X_i$ 表示,是求“从 $i=1$ 到 n 为止的 X_i 的总和”,上下标表示计算总和的起点和止点,即连加的界限。如果起止点从上下文来看已十分清楚,就可以将连加界限省略,简单地写为 $\sum X_i$,甚至写成 $\sum X$ 。

2. 连加和的几个运算法则

(1) 设 C 为常数, X 为变量,则常数与变量乘积的连加和等于变量的连加和与常数的乘积,即

$$\sum CX_i = C \sum X_i \quad (1.1)$$

证明:

$$\sum CX_i = CX_1 + CX_2 + \cdots + CX_n = C(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = C \sum X_i$$

(2) 设 C 为常数,则常数的连加和就等于常数与其个数 N 的乘积,即

$$\sum C = NC \quad (1.2)$$

证明:

$$\sum C = C + C + \cdots + C = NC$$

(3) 设 X 和 Y 都是变量,则各变量和的连加和等于每一变量连加和的和,即

$$\sum (X + Y) = \sum X + \sum Y \quad (1.3)$$

这一关系可以推广到任何个数变量的情形。

证明:

$$\begin{aligned} \sum (X + Y) &= (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + \cdots + (X_n + Y_n) \\ &= X_1 + X_2 + \cdots + X_n + Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n \\ &= \sum X + \sum Y \end{aligned}$$

1.5.3 变量与数据

1. 变量的定义

变量又称随机变量,变量的定义在不同的学科有着不同的定义方法。数学中把不断变化的,可取不同值的量称为变量。统计学则是根据观测数据的特性来定义的。从观察所得的数据具有三个特性:一是离散性,即数据是以一个个分散的数字形式出现的;二是变异性,即分散着的数据总是在一定的时空范围内不断变化着,具有变异性;三是规律性,这些变化并非杂乱无章的,而是在一定的范围内呈现一定的规律。正因为观测数据的这些特性,统计学才能通过研究这些离散而变异的数据,寻找其中的规律性。例如测量一个班学生的身高,有高有矮,不尽相同,但总会在一定的范围内变化,有规律可循。统计学中则因观测所得数据具有变异性的特点而称为变量。简言之,变量是具有变异性的数据。

当然,我们说的变量,也并不是每一个观测值都必须与其他的观测值完全不同,而只是说所有变量必然有着差异的可能性。譬如抽取三个学生测量身高,结果一样高,这时我们说身高的测量值是变量仍然是恰当的,因为有可能抽到身高不同的学生。

2. 变量与数据的区别

数据与变量既相互联系又相互区别,一般情况下可以通用。但严格来说,在统计学中把在取值之前不能预料到取什么值的量称为变量(随机变量);如果一旦某个数值被取定了,成这个数值为随机变量的一个观察值,即数据。

3. 变量和数据的分类

在统计中,变量或数据的类型不同,其统计方法也不同。因此,掌握各种变量类型及其特点对正确选择统计方法是十分重要的。根据变量间的关系不同,变量有各种分类方法。

(1) 根据变量性质的划分

测量个体的质量后,我们常说 40 kg 是 20 kg 的两倍;10 kg 与 20 kg 之差,同 60 kg 与 70 kg 之差相同。可是如果按竞赛成绩排列名次,则决不会有人认为第 2 名比第 1 名差两倍,也不会认它们之间的差距与第 3 与第 4 之间的差距相同。这是因为,这两种情形下数字的性质是不同的。变量从性质上可分为名称变量、顺序变量、等距变量和比率变量四种。

①名称变量。也有称为称名变量的。名称变量是指某一事物与其他事物在属性上的不同或类别上的差异。如:性别、颜色等。如果其属性或类别只有两种结果,则为二分名称变量,如性别分为男与女、成绩分为及格与不及格或合格与不合格。

名称变量所属的数据形式是计数数据,即计算人或物的个数所获得的数据。如学校数、学生数、教师数、人口数、图书册数、桌椅数等。名称变量有时也用数字表示事物间的不同,如用 1 表示男,0 表示女,但这里的 1,0 并不说明事物间差异的大小,只是分类的符号而已,即名称变量不说明事物之间差别的大小,作比较时,只能说明被比事物相同,还是不同。名称变量的统计方法主要有次数计算、百分比、 χ^2 检验、 ϕ 相关等。

②顺序变量。顺序变量是指可以按事物某一属性的多少或大小顺序排列起来的变量。如教师按能力大小或成绩高低排列等级:1,2,3,...,这一系列数据表明“大于”某某,即第 1 高于第 2,第 2 高于第 3......,而相邻两个等级的间隔是不等距的,即 1 与 2 和 2 与 3 之间并不等距。所以说它们只有等级上的差别,是一种既无相等单位又无绝对零点的变量。顺序变量的常用统计方法有中位数、百分位数、等级相关、秩次检验等。

③等距变量。等距变量是指变量之间具有相同的距离。在能力测验或知识测验中,甲生得 80 分,乙生得 60 分,进行比较时我们可以说甲生比乙生多 20 分,但却不能以倍数来表示。这是因为这类数据只具有相等的单位,而没有绝对的零点。这类变量虽然有 0 分,但是

这个 0 分是人为确定的。譬如某一个学生在数学测验中得了 0 分,我们并不能说他没有一点数学能力或知识,这就像摄氏温度一样,0 度并不意味着没有温度。等距变量常用的统计方法有平均数、标准差、 t 检验、 F 检验、积差相关等。

④比率变量。比率变量是一种既有相等单位,又有绝对零点的变量,又称等比变量,如人的身高、体重、距离、时间、教育投资、学校固定资产金额等均属于这种变量。譬如一个人的身高 180 cm,另一个人的身高是 90 cm,比较时我们不仅能说甲比乙高 90 cm,而且还可以说甲的身高是乙的身高的两倍。比率变量常用的统计方法除上述方法外,还有几何平均数,相对差异量数等。

顺序变量、等距变量和比率变量统称度量数据,这是因为它们是用一定的测量工具或测量标准测量时所获得的数据。

(2) 根据变量的连续性划分

①连续变量。连续变量是指取值可以是某区间内任一数值的随机变量,它是指测量单位之间可以划分成无限多个细的小单位,其数字形式多取小数。如长度单位可划分为光年、千米、分米、厘米、毫米、微米,等等。质量单位可划分为吨、千克、克、毫克等。连续变量以量尺的直观性来看,在量尺上任何两点之间都有取值的可能性。应当注意的是,单位是否可以分成无限多个细小的单位,是由单位所标志的客观事物本身固有特性所决定的,而不是由使用上的需要和习惯而决定的。

②离散变量。离散变量是指测量单位之间不能再细分的数字资料,其数字形式常取整数。

离散变量和连续变量在数轴上的意义分别为,离散变量是数轴上的一个点,连续变量是数轴上的一段距离。如连续变量的 1, 2, 3, 分别是用数值的中央点来表示它们所包括的一段距离的数,因此不管是整数或是小数,其实际意义是用一个单位的中央点表示在它上下各有一段距离。这种数据意义在数据整理中是十分重要。

(3) 根据变量之间的关系划分

根据变量的关系分为自变量和因变量。自变量是在实验中由实验者操纵控制的因素,因变量则是在实验中由自变量所引起并被测量的变化量。

1.5.4 统计术语初步

在统计学中有许多专门的术语,对初学者而言既陌生又难记。为此,我们将在不同的章节进行介绍和说明。此处仅对最基本、最常用的术语进行介绍。

1. 总体与个体

总体是指客观存在的,并在同一性质的基础上结合起来的许多个别单位的整体,即具有某一特性的一类事物的全体,又叫母体或全域。简单地说,总体也就是我们所研究的性质相同个体的总和。统计总体具有同质性、大量性和差异性的特征,只有同时具备这三个特征才能形成真正意义上的统计总体。统计总体不限于指人、动物或东西,还可以指个体特征、心理反映、活动形式等。个体是构成总体的基本单位或单元,又称元素或个案。

根据总体所包含的个体数量,又有有限总体和无限总体的区分。若总体包含的个体数目是有限的称有限总体,如研究本学期高等数学成绩。若总体包含的个体数目是无限的,则为无限总体,如研究历年来高校毕业生的质量等。无限总体和有限总体是相对的,教育

统计学所涉及的总体常常可看做是无限的。

2. 样本与样本容量

样本是指从总体中抽出的一部分个体。样本中所包含的个体数目称样本容量或含量,用符号 N 或 n 表示。样本有大小之分,大样本的容量一般在 30 以上或 50, 100 以上,小样本的容量在 30 以下。因为样本越大从总体中提取的信息就越多,对总体的代表性就越好,因此一般情况都抽取大样本进行研究。但有时因所研究的问题限于各种条件,也抽取小样本进行研究,不过小样本对总体推断的可靠性会较低。样本大小的不同,在统计处理方法上也有一定的不同。

总体与样本也是相对的,可大可小,其大小是根据研究目的而确定的。一般来说,总体内的个体数目远远大于样本内的个体数目。

3. 参数与统计量

参数是表示总体特征的量数。统计量则是直接从样本计算出的量数,代表样本的特征。参数与统计量各有一套符号表示方法。如样本平均数用 $\bar{X}$ 表示,总体平均数则用 μ 表示;样本标准差用 S 表示,总体标准差则用 σ 表示;样本相关系数用 r 表示,总体相关系数则用 ρ 表示。前者一般为英文字母,后者为希腊字母。

4. 标志与指标

标志是指统计总体中各个个体共同具有的属性和特征,它是说明个体属性和特征的名称。如个体的性别、文化程度、年龄、职业、民族等是人这一总体中每一个个体都具有的属性,又如个体的记忆力、思维力、想象力等是心理现象总体中每一个人都具有的特征。标志按特征的不同分为品质标志和数量标志。品质标志是表明个体属性特征的,不能用数量说明,只能用文字说明。譬如,人的性别是品质标志,只能用“男”或“女”来表示。数量标志是表明个体数量特征的标志,是用数值表示的。譬如,儿童的年龄、年级都是数量标志。

指标是表明总体数量特征的概念和具体数值,又称统计指标,它是把各个个体的特征加总起来的综合结果,必须用数量表示。作为一个统计指标必须具备五个要素,一是指标名称,二是计量单位,三是时间,四是地点,五是数量。如某大学 2004 年本科生招生人数 6 000 人。其中,指标名称是本科生招生数,计量单位是人,时间是 2004 年,地点是某大学,数量是 6 000。

标志与指标既有密切的联系,又有明显的区别。指标与标志的区别主要表现在三个方面:第一,指标是说明总体数量特征的,标志是说明个体特征的;第二,指标都是用数量表示的,标志则分为可用数值表示的数量标志和不能用数量表示的品质标志;第三,指标数值都是经过综合汇总的结果,数量标志的数值不一定经过汇总得到。指标与标志的联系主要表现在两个方面:第一,指标与标志之间存在着汇总的关系,如有一部分总量指标是根据个体的标志直接汇总而来的,其他相对指标、平均指标也是在这一汇总的基础上计算的。第二,指标与标志之间存在着转化关系,这种转化关系是指同样一个数值,在某种条件下为数量标志值,但随着研究目的的变化,可能转化为统计指标。譬如,我们的研究总体是全国高校,则每一个高校就是个体,而每一高校的学生人数、教职工人数、教育经费等都是数量标志,根据每个高校的资料汇总的全国高校的学生总人数、教职总工人数、教育经费总额等都是统计指标。如果研究目的有所改变,要研究某一高校的发展时,则该高校由原来的个体变为研究总体,而该高校的学生人数、教职工人数、教育经费等就由原来的数量标志转化为