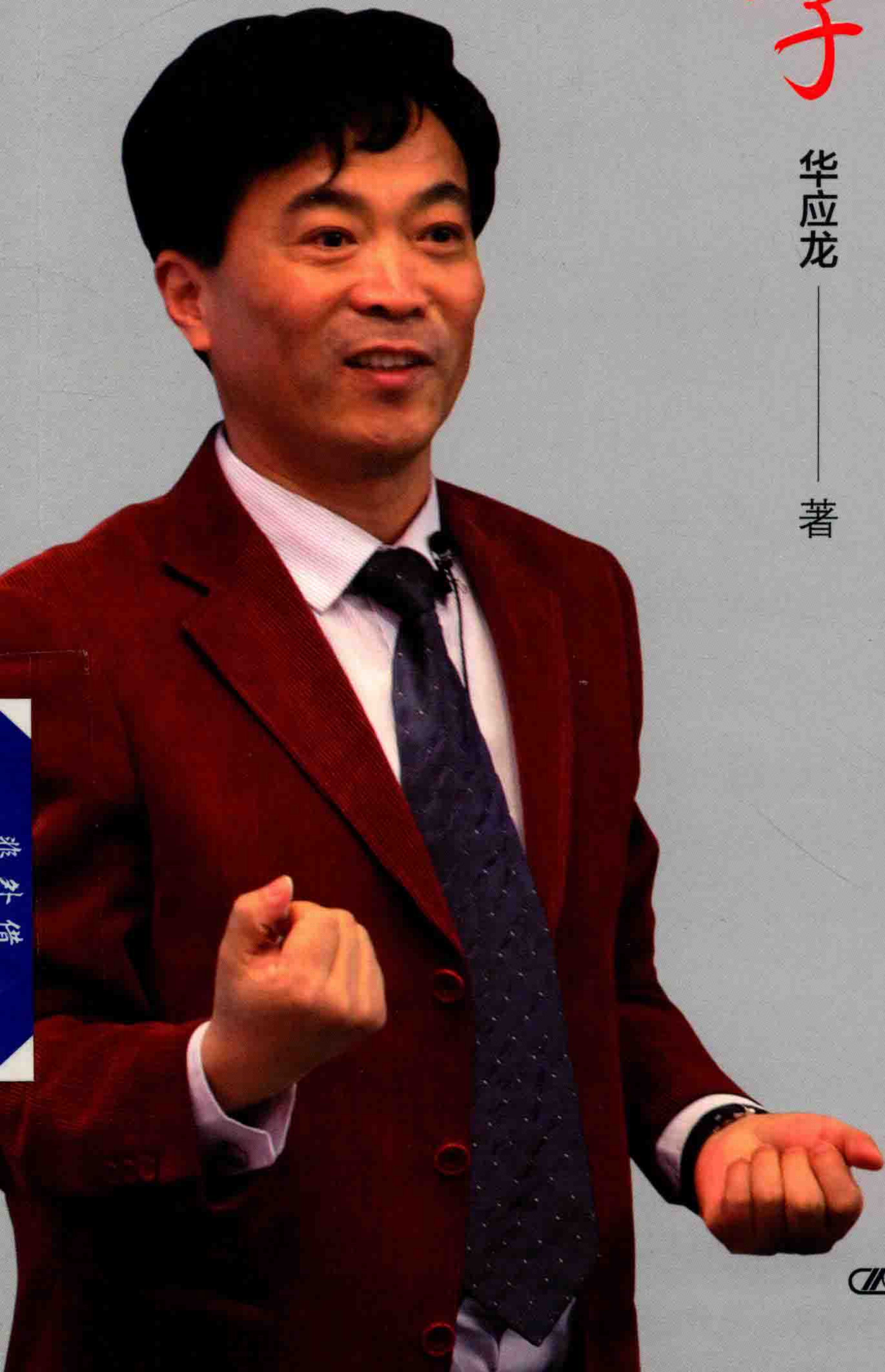


数学 我不只是

华应龙

著



非外借

中国人民大学出版社

我不只是数学

华应龙

著

中国人民大学出版社

·北京·

## 图书在版编目 (CIP) 数据

我不只是数学 / 华应龙著. —北京: 中国人民大学出版社, 2018.2

ISBN 978 - 7 - 300 - 25509 - 5

I. ①我… II. ①华… III. ①小学数学课—教学研究  
IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字 (2018) 第026937号

我不只是数学

华应龙 著

Wo Buzhi Shi Shuxue

---

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街31号

邮政编码 100080

电 话 010 - 62511242 (总编室)

010 - 62511770 (质管部)

010 - 82501766 (邮购部)

010 - 62514148 (门市部)

010 - 62515195 (发行公司)

010 - 62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京东君印刷有限公司

开 本 168 mm × 239 mm 16开本

版 次 2018年2月第1版

印 张 18.75 插页1

印 次 2018年2月第1次印刷

字 数 300 000

定 价 68.00元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

# 目录

推荐序一 华应龙的“悖论”	/ 朱永新	… 001
推荐序二 从“我就是数学”到“我不只是数学”	/ 郑毓信	… 004
自序 我不只是数学		… 007
1. 真空妙有，面上生花 —— 以“认识面积”为例		… 015
[名家点评]		
为学生而问，为学生而思		
—— 读“认识面积”一课的前前后后	/ 刘晓玫	… 028
2. 教是为了学的开始 —— 以“分数的初步认识”为例		… 032
[名家点评]		
教学内容的价值分析与判断决定教学行为		
—— 兼评华应龙执教的“分数的初步认识”一课	/ 刘加霞	… 053
3. 当阳光亲吻乌云 —— 以“解决（连乘）问题”为例		… 062
[名家点评]		
真善美的境界，人文化的课堂		
—— 华应龙执教“解决（连乘）问题”教学评论	/ 陈今晨	… 076
体验问题解决过程，实现“三维目标”的有机整合		
—— 评华应龙执教的“解决（连乘）问题”	/ 刘加霞	… 078

<b>4. 比喻的力量——以“平均数的再认识”为例</b>	…084
[名家点评]	
对“平均数的意义”的叩问与实践	/张 丹 李红云   …099
<b>5. 人人都能学好数学——以“指尖上的数学”为例</b>	…105
[名家点评]	
将学生的数学思维引向深处	
——听华应龙“指尖上的数学”有感	/曾小平   …119
“三会”落实数学核心素养	
——评“指尖上的数学”	/张春莉   …123
<b>6. 真正有效的教学是打开学生的思维——以“台湾长什么样子”为例</b>	…127
[名家点评]	
想方设法教数学	/方运加   …143
小学数学综合与实践课的“源”与“流”	/刘加霞   …144
<b>7. 错误有时是创造的开始——以“猜想之后”为例</b>	…152
[名家点评]	
从证伪到证实：还原数学课堂教学的完整过程	
——对“猜想之后”课例的点评	/喻 平   …167
始于“猜想”，达于“素养”	
——读“猜想之后”课例有感	/张景斌   …172

<b>8. 单位，让分数更好玩 —— 以“分数的再认识”为例</b>	…176
[名家点评]	
通过“分”与“数(shǔ)”，得出分数是个“数(shù)”	
—— 兼评华应龙执教的“分数的再认识”	/ 刘加霞 …193
好玩，可以是一种教学追求吗？	/ 彭 钢 …201
<b>9. 从一分为二到一分为三 —— 以“找次品”为例</b>	…206
[名家点评]	
行走于平衡与不平衡之间	
—— 听华应龙执教“找次品”有感	/ 丁国忠 …223
<b>10. 让规律多飞一会儿 —— 以“规律的规律”为例</b>	…233
[名家点评]	
“规律”远行，“思想”放飞	
—— 观华应龙“规律的规律”教学有感	/ 曹一鸣 …252
在探索中求知，在复习中创新	
—— 华应龙六年级数学复习课教学赏析	/ 陈玉梅 陈今晨 …256
<b>11. 心中有数，无限美好 —— 以“阅兵中的数学故事”为例</b>	…260
[名家点评]	
小学数学教学贵在激发学生的兴趣与潜能	/ 王光明 …272

阅兵教学铸就数学梦想		
——观华应龙“阅兵中的数学故事”之感想	/ 范文贵	… 273
引导学生用数学的思维看待问题	/ 孔凡哲	… 279
引导学生发现数学与现实世界的联系	/ 孙晓天	… 280
附 录 “我不只是数学”何以可能? ——对优秀教师专业成长的再解读	/ 刘加霞	… 286
后 记 每一个字, 都是盛开的花		… 291

## 推荐序一

### 华应龙的“悖论”

前不久，在华应龙张罗的一个聚会上，他宣布自己的一本名为“我不只是数学”的新书即将出版，希望我能够为这本书写一个序言。我快乐地应承下来。我说，我要写一个别人不知道的华应龙，要写一个“情种”华应龙。

华应龙有浓厚的家乡情结。他是从江苏省南通市海安县走出来的，他对那片土地的哺育之恩一直难以忘怀。虽然来到北京工作后，他的天空更大了，但是他就像一只风筝，线一直拴在海安的那个小学的校园里。我一直感觉他就是海安教育界在北京的办事处，他曾不止一次为家乡的教育找我帮忙。

华应龙十分重视与朋友的感情。在课堂上，我们看到的是一个温文尔雅、循循善诱的华应龙；在饭桌上，我们看到的是一个“能喝八两喝一斤”的华应龙。干工作不马虎，处朋友真性情。我参加过许多次华应龙张罗的饭局，大部分都是为了他的朋友。对提携、帮助过他的李烈校长，他更是充满感激之情。

当然，最重要的是华应龙对数学的一往情深。他曾经写过一本书，书名很霸气，叫“我就是数学——华应龙教育随笔”。是的，他是为数学而来的，是为数学而生的。他十分热爱数学，数学一直是他生活的中心，所以，我说，他是数学学科虔诚的传教士。

那么，华应龙为什么又要写一本《我不只是数学》呢？我曾经听他讲过数学历史上的三个悖论。这三个悖论，也是数学发展历史上的三次危机。

第一个是毕达哥拉斯悖论。毕达哥拉斯学派的哲学基础是“万物皆数”，而“一切数均可表示成整数或整数之比”则是这一学派的数学信仰。但 $\sqrt{2}$ 这样的数是无法用两个整数的比表示出来的，因此产生了“无理数”这个概念。



第二个是芝诺悖论。这个悖论提出，若慢跑者在快跑者前一段，则快跑者永远赶不上慢跑者，因为快跑者必须首先跑到慢跑者的出发点，而当他到达慢跑者的出发点时，慢跑者又向前跑了一段，又有新的出发点在等着他，有无数个这样的出发点。这个悖论直接导致了微积分的出现。

第三个是罗素悖论，又称理发师悖论。即理发师只为自己不给自己理发的人理发，那他是否给自己理发？对此人们不能做出一个准确的判断，这促成了集合论的诞生。

华应龙讲这三个数学悖论是想告诉学生，规律的王国是有国界的，往前跨越一步，可能就是谬误。

其实，从《我就是数学——华应龙教育随笔》到《我不只是数学》，也是华应龙的悖论。而这个悖论，也可以视为华应龙对自己的又一次超越。

《我就是数学——华应龙教育随笔》不仅透露出他对数学的挚爱和自信，也透露出他以数学为中心的人生趣味；而《我不只是数学》则透露出他超越数学学科的局限，用大教育的理念来关照数学，透露出他从关注学科到关注人、关注人的成长的转变。

华应龙喜欢博览群书，光是《老子》，就已经读过不下20个版本。他经常用哲学的方法来讲述数学。他喜欢诗歌，他的数学课也总是充满了诗情画意。他曾经说，他一直在思考：“数学课怎么才能上出文化的味道？”他要做一个有文化自觉的数学教师。

华应龙有一节堪称经典的数学课“规律的规律”。这是一堂复习课。他打破了教材原有的教学目标，不是带领孩子们回顾和巩固规律，而是鼓励他们主动怀疑和打破规律。在许多老师和学生看来，数学就是真理，是就是，不是就不是，是确定的。但是，华应龙在课堂上明确地告诉学生：“世界上的一切事物都是变化的，都是有范围的，可能在这个范围里是对的，超出了这个范围就是不对的。所以，我们看问题不可以绝对化，要随时修正。”最后，他以“规律的王国也是有国界的”作为这堂课的结束语，不仅孩子们意犹未尽，听课的老师们也感到非常震撼。

华应龙在讨论自己的这节课时说过一句话：“优秀的数学教师一定要有很高的视野，要跳出小学数学看数学，要跳出数学看数学，要用哲学的眼光看数

学。数学教师要想上出具有文化味道的课，要有一定的数学专业基础，要有一定的文化素养。”

“我就是数学”的心态，能让一位数学教师与所教学科合二为一，成为一位优秀的老师。华应龙比许多优秀的数学教师更优秀的原因，也许就在于他“不只是数学”。跳出数学看数学，跳出学科看学科，这样才能站得更高，看得更远。这就是华应龙的“悖论”给我们的启示。

朱永新

2018年1月30日写于北京滴石斋

## 推荐序二

### 从“我就是数学”到“我不只是数学”

看到“我不只是数学”这个书名，相信有不少读者会立即联想到华应龙老师之前的一本著作——《我就是数学——华应龙教育随笔》。

不知道大多数读者对“我就是数学”这个书名有怎样的感觉，是欣赏，困惑，还是有一点点抵触？我是十分欣赏这个书名的，因为，在我看来，“我就是数学”也是所有数学教师应当具有的一种心态、立场和追求。

事实上，我在前些年撰写的《立足专业成长，关注基本问题》一文中也曾转引过另一位优秀小学数学教师张齐华老师的一段论述：“教师与数学，二者理应相互交融、合二为一。一个优秀的数学教师站在讲台上，他就是数学！他的身上应该自然而然地散发出一种独特的数学光华与气息，一种源自于理性、智慧、思辨的内在气质。”因为，数学教育的主要目标显然不只是帮助学生较好地掌握数学基础知识和基本技能，还应逐步培养他们的数学思维（更恰当地说，是通过数学学会思维），包括逐渐养成相应的情感、态度与价值观。后一个目标的实现有一个过程，数学教师应该在这方面发挥言传身教的重要作用，即应通过自己的教学以及平时的一言一行，让学生真切地感受到数学（包括数学思维与数学精神）的魅力和力量。

当然，能够自信地说出“我就是数学”，恰恰体现出华老师作为一名数学教师的专业自信，这是他为自己设定的一个更高的追求目标。以下是笔者在《立足专业成长，关注基本问题》一文中的另外一段论述：“如果你只满足于帮助学生学会一定的数学知识，只能说你是一个教书匠；如果你能通过自己的教学帮助学生学会数学的思维，你就是一个智者，因为你能启发学生的智慧；如果你能通过自己的言行、通过数学教学使学生受到无形的文化熏陶，使学生初

步感受到数学文化的魅力，那么，即使你是一个小学教师，即使你身处偏僻的农村地区，你也是一个真正的大师！”

毋庸置疑，具有较高的数学素养并不是成为优秀数学教师的唯一条件。事实上，努力在课堂上展现出“我就是数学”这样一种姿态，其意义已经超出了单纯展现自身的数学水平，这体现了数学教师应当具有的专业形象。从后一个角度分析，相信读者就能很好地理解华应龙老师在采用“我不只是数学”这样一个书名时想要表达的东西，即对数学教师的专业成长、对数学教育目标更为全面、更加自觉的追求，努力由“专业自信”走向“专业责任”“专业自觉”。

我认为，数学教育中存在两个最基本的道理。第一，数学课应当有“数学味”。正如张奠宙所说，如果任凭“去数学化”的倾向泛滥，数学教育无异于自杀。第二，教师心中一定要有学生，应将促进学生健康成长作为一切教学工作的主要目标。

同时，我们还应牢固树立这样一种认识：优秀数学教师的特色绝不应局限于具体的教学方法或模式，还应体现其对教学内容的深刻理解，反映他对数学学习和数学教学活动本质的深入思考，以及对理想课堂与教师自身价值的执着追求与深切理解。

在笔者看来，这也正是本书给予我们的主要启示，尽管其主体内容是11个具体的课例，但我们仍然可以明确地得出这样一个结论：正如华应龙老师自己所强调的，“我不只是数学”！

我特别推荐每个课例前的“课前慎思”，这部分内容清楚地表明：教师设计教学时不应以与众不同作为主要目标，而应通过自己的积极思考，包括必要的课前调查以及对同一内容的现成课例进行综合分析，发现相关内容的数学本质，发现学生在学习这一内容时容易出现的普遍性困难与错误，从而更有针对性地进行教学。

我们在阅读本书时，可以努力将自己由纯粹的“旁观者”转变成“参与者”和“当事者”。在阅读了“课前慎思”以后，我们不妨暂时停止阅读，以此为背景独立思考：华应龙老师的思考是否真有道理？是否准确地抓住了相关教学活动的关键与难点？这是否适用于我的学生与教学环境？等等。我们甚至还可以以此为基础做出自己的教学设计。在经历了这样的“读者慎思”以后，

我们再进一步阅读后面的具体课例（“课中笃行”）、华老师本人的“课后明辨”以及各位名家的点评。通过这样的对照比较，我们可以更好地领会相关教学设计的高明之处，收获也会更大。

当然，我们还可以采取这样一种方法，即在明确了相关的教学内容之后，首先做出自己的“课前慎思”。借助这种方法，我们可以更清楚地认识到：为了成为优秀教师，我们必须勤于思考，乐于思考，善于思考！

在笔者看来，只有坚持这一立场，我们才能更好地解决下面几个问题：在日常的教学活动中，我们究竟应当如何处理课程内容的“常规性”与“非常规性”之间的关系？如何处理教学活动的“规范性”（普适性）与“随意性”（情境性）之间的关系？正如华应龙老师所说的：“保持一颗开放的心，向学生敞开，向课堂敞开，那么，我们会走向自由和自在。”

就教师的专业成长而言，我们永远在路上。笔者由衷地希望能与华应龙老师以及广大的小学数学教师一起奋力前行，在专业成长的道路上走得更远，走得更好！

郑毓信

2018年1月

# 自序

## 我不只是数学

### 一

2009年，我出版了《我就是数学——华应龙教育随笔》。多位好友问我：“应龙，平时你挺谦虚的，这次怎么取了个这么狂的书名？”

#### 为什么说“我就是数学”呢？

如果有朋友问我：“华应龙，你喜欢什么？”我会回答：“我就是数学。”

如果有朋友问我：“华应龙，你能做什么？”我会回答：“我就是数学。”

如果有朋友问我：“华应龙，在学校里你是什么？”我会回答：“我就是数学。”

如果有朋友问我：“华应龙，如果一生只能做一件事，你的这一件事是什么？”我会回答：“我就是数学。”

马克斯·范梅南在《教学机智——教育智慧的意蕴》中说：“一位科学课教师不只是一个碰巧讲授科学课的人而已。一位真正的科学教师是一个反思着科学、探索着科学的人，是一个自身即体现了科学并身体力行的人，从某种意义上说，他就是科学。”诚哉斯言，教师就是他所教学科的形象大使。

“我就是数学”乃是自我安顿、自我期许和自我鞭策。既用数学修身，也用数学育人，还用数学立命。

## 二

我说“我不只是数学”，这又是为什么呢？

请让我用故事来回答——

在汶川大地震两周年前夕，四川省什邡市邀请我去讲学，教学内容是人教版小学数学三年级下学期的“解决（连乘）问题”，讲座的内容是“如何提高‘解决（连乘）问题’教学的有效性”。

接到任务后，我思考了下面几个问题：

现在的“解决（连乘）问题”教学与传统的应用题教学有什么不同？我们应该如何扬弃传统的应用题教学经验？

问题情境是一节课的眼睛，是情意绵绵深似桃花潭的，是可以顾盼生辉的。当然，最好是真的、自然的。教材中“3个方阵一共有多少人”的问题情境该如何呈现？为什么要解决这样一个问题呢？针对这一情境，学生可能会提出什么问题？有没有更适合的例题情境呢？

学生列式解答连乘问题有困难吗？如果学生能在正确理解题意的基础上正确解答，那教学的意义和提升作用体现在哪里？为什么要上这节课呢？

.....

一个星期后，北京市中小学各学科教师代表一行12人一同前往什邡市。到达什邡市，我们欣喜地看到了一派新气象：宽阔的公路，崭新的民房，绿油油的庄稼，幸福的笑脸……学校的建筑在当地都是最靓的。而在地震遗址公园，我们被倾斜的楼房、下陷的地基、扭曲的管道、废墟中的书包深深地震撼：在大自然的面前，人和蚂蚁没有什么不同，都非常脆弱和渺小。

怀着非常特别的心情，我站上了什邡市朝阳小学的讲台。

故事讲到这里，我说我不只是数学，我的课堂上不只有数学知识，您同意吗？

为什么要说“我不只是数学”呢？

第一，无教学不教育。

教育的核心目标无疑是育人。雅斯贝尔斯曾说过，教育是人的灵魂的教

育，而非理智知识和认识的堆积。他认为，对学生来说，仅仅获得知识是不够的，他们还应成为完整的人，因此需要接受全人教育。雅斯贝尔斯认为“全人”应具有基本的科学态度，具有民族精神，具有整全的知识，具有适宜的个性特征，具有责任意识。

我们认为，在随时随地都可以通过网络查询新知识的时代，在不少人满足于“这个，我知道”的时代，教育的价值重在立德树人，培养学生的优秀品格，包括倾听别人的观点，从他人的角度思考问题，追求真理，言行一致，正直、善良，等等。我们要帮助学生成为一个富有文化的“全人”。

第二，情绪不是干扰。

当今世界公认的神经科学研究领域的领袖、美国南加州大学脑和创造力研究中心主任安东尼奥·R. 达马西奥在《笛卡尔的错误：情绪、推理和人脑》一书中指出：“情绪是推理的一个组成部分，情绪可以协助推理过程，而不是干扰。”我们认为，课堂上那些“不是数学的部分”不仅不会干扰数学学习，反而会滋润、滋养数学学习。

什么是教育？怀海特的回答是“把所学的东西都忘了，剩下的就是教育”。那么，我们在设计教学和实施教学时是否就该想一想：自己的教学除了教给学生知识，还能给学生留下些什么？由此想来，我们的教学要取得成功，是否也需要有一个“明确的目标”？我们不但要传授知识，启迪智慧，更要滋润生命。

第三，教师不是书橱。

我们不必死守着“学科边界”，而遮蔽了自身的人文情怀，扼杀了课堂的生命活力。因为教师不是机器，而是人。只要不是叠床架屋，只要不是焚琴煮鹤，而是“随风潜入夜，润物细无声”，那就很美妙。

2014年，《教育部关于实施卓越教师培养计划的意见》明确指出：“针对小学教育的实际需求，重点探索小学全科教师培养模式，培养一批热爱小学教育事业、知识广博、能力全面，能够胜任小学多学科教育教学需要的卓越小学教师。”这从政策层面确定了我国小学教师的培养方向。

## 除了数学，我还能给学生带来些什么？

第一，中华优秀传统文化。



在一节课上，董诚介绍自己：“我叫董诚，今年11岁，生日是8月9日，星座是狮子座。虽然成绩不算太好，但天天都过得很快乐。”同学们先是大笑，后来报以热烈的掌声。

我笑着问：“董诚，大家为什么给你这么热烈的掌声？”

一个学生抢着说：“因为他诚实。”我说：“还有吗？”另一个学生笑着说：“不怕丢脸。”全场都笑了，我接过话头：“董诚，听了你的介绍，我想到爱迪生上小学时成绩就不好。”

一个女生憋不住了，不高兴地说：“您这不是打击我们成绩好的人吗？”

同学们再次大笑并报以热烈的掌声。

我笑着问那个女孩儿：“你怎么就说我打击你了呢？”

“您说爱迪生上学时成绩不好，是否意味着成绩好的人将来就没有前途呢？”

同学们笑得更欢了，掌声更响……

课到尾声，在解决怎么不用圆规在操场上画一个大圆的问题时，“成绩不算太好”的董诚说：“我觉得可以先确定圆心，画一个很小的圆，然后一米一米地扩大，一直扩大到比较合适的地方，然后用油漆把它画下来就好了。”

我情不自禁地夸奖道：“创造！创造！我想你将来会像爱迪生那样去创造！大家看，他多棒！华老师教了20多年书，还没见过哪个孩子像他这样想到先画个小圆，然后一点儿一点儿往外扩大的，真是佩服！来，给他掌声！”

全班同学开心地笑了，课堂上响起了热烈的掌声。

“古人说‘人皆可以为尧舜’，意思是每个人都可以做得很棒。当然，原来成绩好的人，一样可以做得很棒！”

大家会心地笑了。不少学生明白了我的意思，回头看那个女生。

《道德经》中的“天下难事必作于易，天下大事必作于细”“千里之行，始于足下”，《论语》中的“己所不欲，勿施于人”“己欲达而达人”，《孟子》中的“不以规矩，不能成方圆”“尽信书，则不如无书”，王阳明的“知而不行，只是未知”“人生大病，只是一傲字”……都是我喜欢和学生分享的。

第二，人生的规则。

教学“分数的再认识”（参见本书《单位，让分数更好玩》一文），我设计了一个小练习，如下图。学生独立完成练习后，全班交流分别要圈几个。大家