

Mathematica

数学软件与数学实验

章美月 刘海媛 金 花 编著

第三版



中国矿业大学出版社

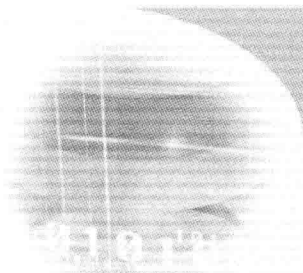
China University of Mining and Technology Press

π mathematica

数学软件与数学实验

章美月 刘海媛 金 花 编著

第三版



中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

内 容 提 要

本书在第二版的基础上进行了修订,选用新版本 Mathematica 9.0 结合数学的各个分支由浅入深地介绍了 Mathematica 软件及其应用和数学实验。全书共有两篇,第一篇 Mathematica 软件,分 8 章:第 1、2 章介绍了 Mathematica 软件的基本操作、基本计算;第 3 章介绍了 Mathematica 软件的编程方法和技巧;第 4 章介绍了各种图形的绘制方法;第 5 章介绍了 Mathematica 软件在线性代数上的应用;第 6 章介绍了 Mathematica 软件在插值、拟合和数学规划上的应用;第 7 章介绍了 Mathematica 软件在微分方程求解上的应用;第 8 章介绍了 Mathematica 软件在概率论和数理统计上的应用。第二篇数学实验,分 20 个实验:实验 1~7 高等数学实验;实验 8 特殊图形和声音;实验 9 基本编程;实验 10~14 数值分析实验;实验 15~20 概率统计实验。本书设有附录,每一章和每一个实验后面都配有习题,便于读者练习、巩固和提高。

本书可作为高等学校理工类、经管类专业数学软件课程的教材和参考书,也可供工程技术人员、科研工作者使用。

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 数学软件与数学实验/章美月,刘海媛,
金花编著. —3 版. —徐州:中国矿业大学出版社,2017. 6
ISBN 978 - 7 - 5646 - 3507 - 7

I. ①M… II. ①章… ②刘… ③金… III. ①
Mathematica 软件—应用—数学 IV. ①O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 072630 号

书 名 Mathematica 数学软件与数学实验
编 著 章美月 刘海媛 金 花
责任编辑 周 红
出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司
(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)
营销热线 (0516)83885307 83884995
出版服务 (0516)83885767 83884920
网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com
印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司
开 本 787×960 1/16 印张 18.5 字数 350 千字
版次印次 2017 年 6 月第 3 版 2013 年 6 月第 1 次印刷
定 价 33.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

PREFACE

Mathematica 软件是世界上著名的、具有充分集成环境的符号运算系统,拥有强大的数值计算和符号运算能力。Mathematica 软件函数命令都是模拟数学函数的结构来定义的,所有程序都可以看做是一个或大或小的函数。Mathematica 软件程序易编写,适用于自然科学和社会科学各领域的科学计算。目前 Mathematica 软件用户数以百万,很多大学把 Mathematica 软件作为大学生在校的必修课之一。有些学校利用 Mathematica 软件作为数学类课程教学改革的支撑平台,它的应用范围正在不断扩展。

当前,很多高校将“数学实验”设置为一个重要的实践创新课程,旨在通过数学实验课程使学生学会用数学,同时培养学生用数学解决实际问题的能力。由于 Mathematica 软件在数学表示和函数绘图上的优势,许多高校采用 Mathematica 软件作为“数学实验”课程的主要工具。为了“数学实验”课程教学的需要,我们根据多年的“数学实验”课程教学实践编写了这本《Mathematica 数学软件与数学实验》。本书的创新之处首先是使用了新版的 Mathematica 9 软件系统编制程序,程序更精炼;其次是数学软件和数学实验交相呼应,读者学习更方便。

本书共有两篇,第一篇 Mathematica 软件,分 8 章:第 1、2 章介绍了 Mathematica 软件的基本操作、基本计算;第 3 章介绍了 Math-

ematica 软件的编程方法和技巧;第 4 章介绍了各种图形的绘制方法;第 5 章介绍了 Mathematica 软件在线性代数上的应用;第 6 章介绍了 Mathematica 软件在插值、拟合和数学规划上的应用;第 7 章介绍了 Mathematica 软件在微分方程求解上的应用;第 8 章介绍了 Mathematica 软件在概率论和数理统计上的应用。第二篇数学实验,分 20 个实验:实验 1~7 高等数学实验;实验 8 特殊图形和声音;实验 9 基本编程;实验 10~14 数值分析实验;实验 15~20 概率统计实验。本书设有附录,每一章和每一个实验后面都配有习题,便于读者练习、巩固和提高。

本书可作为高等学校理工类、经管类专业数学软件课程和数学实验课程的教材和参考书,也可供工程技术人员、科研工作者使用。

由于作者水平有限,不妥之处在所难免,欢迎广大读者批评指正。

编 者

2017 年 3 月

目 录

CONTENT

第一篇 数 学 软 件

第 1 章 Mathematica 基本操作与基本量	3
1.1 Mathematica 系统安装与基本操作	3
1.2 数	5
1.3 变量	9
1.4 表	11
1.5 函数	17
1.6 表达式	20
1.7 常见括号的使用	22
1.8 语法回顾	23
习题 1	23
第 2 章 基本运算	25
2.1 多项式运算	25
2.2 表达式的近似值计算	27
2.3 函数的极限	28
2.4 导函数与偏导数	30
2.5 不定积分与定积分	31
2.6 幂级数展开	36
2.7 求和与求积	37
2.8 方程与方程组求解	38

2.9	不等式求解	42
2.10	迭代方程求解	42
2.11	三角变换	42
习题 2		43
第 3 章	程序与编程	46
3.1	自定义函数	46
3.2	纯函数	48
3.3	表达式求值与变换规则	49
3.4	全局变量与局部变量	51
3.5	顺序语句	52
3.6	条件语句	53
3.7	循环语句	55
3.8	跳转语句	58
3.9	输入和输出	59
3.10	程序实例	62
3.11	其他问题	64
习题 3		65
第 4 章	图形	67
4.1	曲线与曲面的表示法	67
4.2	平面曲线的绘制法	68
4.3	平面图形的可选项	74
4.4	空间曲线的绘制法	82
4.5	曲面的绘制法	83
4.6	动画和声音	97
习题 4		99
第 5 章	线性代数	101
5.1	矩阵定义及基本运算	101
5.2	特征值和特征向量	106
5.3	矩阵分解与广义逆阵	108
5.4	线性方程组求解	112
5.5	向量的有关运算	117

习题 5	118
第 6 章 插值、拟合、线性规划	120
6.1 一元插值	120
6.2 二元插值	124
6.3 一元拟合	126
6.4 二元拟合	129
6.5 数学规划求解	131
习题 6	135
第 7 章 微分方程	138
7.1 常微分方程的解析解	138
7.2 常微分方程的数值解	141
7.3 偏微分方程的求解	144
7.4 偏微分方程的数值解	147
习题 7	149
第 8 章 概率和数理统计	151
8.1 数据运算函数	151
8.2 统计图表的绘制	153
8.3 随机变量分布的计算	154
8.4 随机变量的数字特征	159
8.5 数据资料的统计与分析	160
8.6 参数估计	162
8.7 参数的假设检验	166
8.8 回归分析	170
8.9 概率统计模拟实验	174
习题 8	175

第二篇 数 学 实 验

实验 1 Mathematica 系统的安装及文件的存取	179
实验 2 基本数学运算	181

实验 3	一元函数的性质与图形	184
实验 4	一元函数图形的绘制	188
实验 5	二元函数图形的绘制	192
实验 6	函数的近似值和数列的散点图	197
实验 7	无穷级数与函数逼近	200
实验 8	其他图形和声音的生成	204
实验 9	编程基础	208
实验 10	线性方程组的求解	211
实验 11	线性规划的模型建立及 Mathematica 求解	218
实验 12	多项式插值与拟合	221
实验 13	非线性方程求根	228
实验 14	微分方程求解及其应用	231
实验 15	分形作图	234
实验 16	数据资料的统计与分析	237
实验 17	随机变量的分布及计算	243
实验 18	区间估计与假设检验	252
实验 19	回归分析	257
实验 20	模拟演示	262
参考文献		268
附 录		269
附录 1	常用符号与常数	269
附录 2	常用数学函数	271
附录 3	常用系统操作与运算函数	273
附录 4	数学实验报告	285

第一篇

数学软件



第1章 Mathematica 基本操作与基本量

Mathematica 是美国 Wolfram 公司研制开发的优秀数学软件系统,它是完全集成环境下的符号运算系统。自 1987 年发布系统的 1.0 版本开始便迅速广为流传。后经不断改进和完善,现已推出了 9.0 及以上版本。

Mathematica 9.0 版本需要在 Windows 环境中运行,本书选用 9.0 版本进行介绍。

因为 Mathematica 系统是在 Windows 系统下运行的,读者要先对 Windows 的操作有一定的了解和掌握。

1.1 Mathematica 系统安装与基本操作

1.1.1 系统安装

进行 Mathematica 系统安装的基本步骤如下:首先,找到安装盘上的 Set-up.exe 文件并双击,出现安装向导对话框;然后,按向导对话框的提示一步一步操作,直到点击“完成”按钮就表示 Mathematica 系统安装好了,以后就可以运行使用了。

1.1.2 启动系统

启动 Mathematica 系统的方法有 2 种:

- ① 双击 Windows 桌面上的 Mathematica 图标;
- ② 单击“开始”菜单的“程序”中的“Mathematica 9”选项。

用上述两种方法都可进入 Mathematica 系统的工作窗口,如图 1.1 所示,并取默认文件名为 Untitle-1.nb。

1.1.3 在窗口中的操作

上述工作窗口是用户输入、输出、显示各种信息,以及运行各种程序的场地,用户的全部操作都将在这里进行,这种类型的窗口称为 Notebook 窗口。在这个窗口简单地输入要进行计算的表达式,Mathematica 就会返回结果。例如,输入“2+3”按执行键 Shift+Enter,那么将会输出“5”。窗口内容显示如下:

```
In[1]:=2+3
```

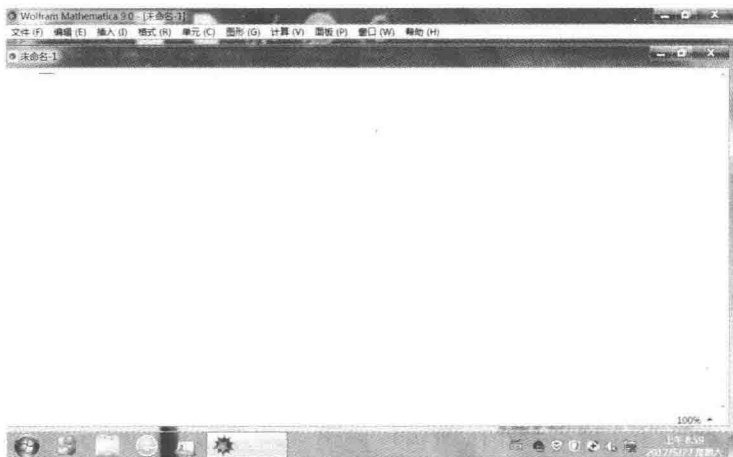


图 1.1 Mathematica 启动后的窗口

$\text{Out}[1]=5$

上式中“ $\text{In}[1]:=$ ”是系统提供的输入提示符,表示第一次输入。“ $\text{Out}[1]=$ ”也是系统提供的输出提示符,表示这一行的结果是对应于“ $\text{In}[1]:=$ ”的。它们是在执行后系统自动显示的,用户不需要输入。

1.1.4 文件的保存、调用和运行

(1) 文件保存

在工作窗口做好的内容,如果想保存起来供以后多次使用,可单击“File(文件)”菜单的“Save(保存)”选项,出现一个对话框,在其中输入文件名,扩展名是“.nb(笔记本文件)”。如果在工作窗口写好了一段程序要保存起来,可单击“File(文件)”菜单的“Save Special (另存为特定)”选项中的“Text”,出现一个对话框,在其中输入文件名,扩展名是“.m(程序代码文件)”。

(2) 文件调用和运行

笔记本文件和程序文件的打开:单击“File(文件)”菜单的“Open(打开)”选项,出现一个对话框,输入要打开的文件名即可。Mathematica 可打开多个文件窗口进行轮换操作。程序文件的运行:在 Mathematica 的工作窗口用命令“<<”运行,如在工作窗口输入“<<D:\cx.m”表示运行 D 盘上的 Mathematica 程序文件“cx.m”,马上会得到程序的执行结果。

1.1.5 窗口的关闭和系统的退出

(1) 窗口的关闭

要想关闭某文件工作窗口而不退出 Mathematica 系统窗口,只要单击要关

闭的文件的工作窗口右上角的关闭按钮“”，或者单击“File(文件)”菜单的“Close(关闭)”选项。

(2) 系统的退出

要退出系统，只要单击系统窗口右上角的关闭按钮“”，或者单击“File(文件)”菜单的“Quit(退出)”选项。

1.1.6 中止计算

在使用 Mathematica 时，有时可能是运行时间太长或者是其他情况，因而你可能希望它在运行过程中停止计算，可采用两种方法：

- ① 按“Alt+,”或“Alt+.”来结束或中断计算；
- ② 用“Kernel”菜单下“Cancel Kernel”菜单项。

1.1.7 寻求帮助

要获得系统帮助，可用以下两种方法：

- ① 用“Help”菜单；
- ② 用`? ??`，利用`?`或`??`命令可向系统查询运算符、函数和命令的定义及用法，它们的格式是：

`? name` (* 显示有关 name 的信息 *)

`?? name` (* 显示有关 name 的详细信息 *)

如：若想查一下命令 Plot 的信息，可输入：

`? Plot`

1.2 数

在 Mathematica 系统里将数大致分为两类：一类是基本常数，包括整数、有理数、实数和复数；另一类是系统的内部常数，包括数学、物理中常见的某些常数。这些数的概念同数学中的概念完全一样，它们的表示方法同数学中的也基本一致。但需要指出的是，如果计算机字长允许的话，在 Mathematica 系统里，这些数可以具有任意的长度和精确值。

在这些数之间常常需要进行加、减、乘、除以及乘方等算术运算，这些算术运算的运算符在 Mathematica 里分别用`+`，`-`，`*`，`/`，`^`等来表示，它们同数学中的符号也基本一致。

1.2.1 数的表示和计算

1.2.1.1 整数

在 Mathematica 系统里，整数由一串连续的数字组成，数字之间不允许有空格或其他字符。在系统里可以对任意大的整数进行计算，系统将保持输入的和

计算后输出的整数永远是精确的,不会将大的整数转化为浮点数形式。例如:

```
In[1]:=5^30
```

```
Out[1]=931322574615478515625
```

```
In[2]:=3^13
```

```
Out[2]=1594323
```

```
In[3]:=5^30+3^13
```

```
Out[3]=931322574615480109948
```

有几点需要说明如下:

① 乘法符号“ $*$ ”可以用空格代替,例如 $a * b$ 可写成 $a b$,但不能省略写成 ab 。

② 算术运算的优先顺序同数学中的优先顺序完全一致,即先乘方,再乘除,最后是加减,但可以用括号改变其优先顺序。

③ 同级运算的顺序也同数学中的一样,即依顺序从左到右进行。例如 $3-2+1$ 表示 $(3-2)+1$, $9/3*2$ 表示 $(9/3)*2$,而不是 $9/(3*2)$ 。需要注意的是,乘方运算结合顺序是从右向左进行,例如 4^3^2 表示 $4^{(3^2)}$,即 $4^{(3*3)}$,而不是 $(4^3)^2$,即 $(4^3)*(4^3)$,这也同数学中的结合顺序一致。

④ 负号用减号表示,直接写在数的前面即可,这也同数学学习惯完全一样。

⑤ 如果参加运算的整数都是精确数,那么运算的结果也一定是精确数,Mathematica 系统决不轻易丢失信息。

1.2.1.2 有理数

与数学中的有理数一样,在 Mathematica 系统里任何有理数都可用两个整数的商来表示。例如:

```
In[4]:=6/9
```

```
Out[4]= $\frac{2}{3}$ 
```

```
In[5]:=477/103
```

```
Out[5]= $\frac{477}{103}$ 
```

在 Mathematica 系统里,对有理数将自动化简,约去分子与分母中的公因数,而且最后结果也一定是精确的。

1.2.1.3 实数(浮点数)

数学中的实数在 Mathematica 里用浮点数表示。浮点数是指含有一个小数点的数字串,它至少包含着一位有效数字,数字串的长度可以任意。因此用浮点数来表示实数可以具有任意的精度。然而在书写时,数字串的长度总是有限位

的,这样就有必要引入实数在不同精度要求下的近似记法。在 Mathematica 里用符号 $N[x,n]$ 来表示实数 x 具有 n 位精度的近似值,例如:

In[6]:=1/7

Out[6]= $\frac{1}{7}$ (* 1/7 的精确值 *)

In[7]:=N[1/7,17]

Out[7]=0.14285714285714286 (* 1/7 具有 17 位精度的近似值 *)

In[8]:=Pi

Out[8]= π (* π 的精确值 *)

In[9]:=N[Pi,20]

Out[9]=3.1415926535897932385 (* π 具有 20 位精度的近似值 *)

需要再次强调指出的是:当整数、有理数、实数进行混合运算时,如果参加运算的数都是精确的,那么在 Mathematica 系统下运行的结果也一定是精确数,决不轻易丢失信息。如果其中有一些是近似数,那么运算的结果也只能是近似数,但保持尽可能高的精度,仍然不轻易丢失信息。

注:(*...*)为 Mathematica 系统的注释符号,两个 * 号之间为注释内容,注释部分可以放在程序的任何位置。

1.2.1.4 复数

同数学中的复数表示法一样,在 Mathematica 里的每一个复数也表示为 $z=x+Iy$,其中 x 与 y 为实数, I 为虚数单位,即 $I=\sqrt{-1}$,在数学里习惯将 I 写为 i ,复数和复数以及复数和实数的运算规则与数学中的规则一样。复数的运算函数见表 1.1。

表 1.1 复数的运算函数

函 数	意 义
Re[z]	求 z 的实部
Im[z]	求 z 的虚部
Conjugate[z]	求 z 的共轭复数
Abs[z]	求 z 的模数
Arg[z]	求 z 的幅角

1.2.1.5 数学常数

最常见的数学常数见表 1.2。

表 1.2 常见的数学常数

函 数	意 义
Pi	圆周率 π , $\pi=3.141\ 59\dots$
E	自然对数的底 e , $e=2.718\ 28\dots$
Degree	角度, $1^\circ=\pi/180$
I	虚数单位 i , $i=\sqrt{-1}$
Infinity	无穷大, 即 ∞
Indeterminate	不定值, 即 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

此外, 还有欧拉常数、黄金分割常数、光速常数、万有引力常数等数学、物理中常见的常数。对这类常数, Mathematica 将它们设置为系统的内部常数, 用到时可以利用 Help 命令到系统中查询。

1.2.2 数的转换

在有些情况下常需要将数的不同类型进行转换。例如, 将有理数转换为实数, 将精确数转换为近似数等。前面在实数举例中用到的符号 $N[\]$ 就是这种转换函数之一。表 1.3 列出的是最常用的转换函数。

表 1.3 转换函数

转换函数	意 义
$N[x]$	把 x 转换为实数形式
$N[x, n]$	把 x 转换为近似实数, 精度为 n
$Rationalize[x]$	把 x 转换为有理数近似值
$Rationalize[x, dx]$	把 x 转换为有理数近似值, 误差小于 dx

例如:

```
In[1]:=N[1/7]
```

```
Out[1]=0.142857
```

```
In[2]:=N[1/7,30]
```

```
Out[2]=0.142857142857142857142857142857
```

```
In[3]:=Rationalize[0.1]
```

```
Out[3]= $\frac{1}{10}$ 
```

```
In[4]:=Rationalize[ $\sqrt{3}$ ]
```