

数学文化与不等式

——探究式学习导引

(第二版)

王 术 编著



科学出版社

数学文化与不等式 ——探究式学习导引

(第二版)

王 术 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是为数学专业学生撰写的一本探究式学习方法的著作,为高等院校课程改革提供一定的探索经验. 主要包括:第1章简单介绍新生研讨课的特点和要求,以及探究式学习的基本方法,给出数学学科与数学专业的简介;第2章阐述数学是什么,介绍数学文化、数学趣事、数学思想与数学简史;第3章和第4章是不等式及其应用探究式学习方法专题案例选讲;第5章给出探究式学习报告或毕业设计报告范例. 书中部分章后附有习题,书后附有习题解答与提示.

本书可作为高等学校文科、理科和工科各类本科生素质教育,特别是数学专业一年级新生研讨课的专门教材,也可作为高中生、研究生、大学教师、哲学家的参考用书或课外读物.

图书在版编目(CIP)数据

数学文化与不等式:探究式学习导引/王术编著. —2版. —北京:科学出版社, 2018.3

ISBN 978-7-03-056404-7

I. ①数… II. ①王… III. ①数学-文化-高等学校-教学参考资料 ②不等式-高等学校-教学参考资料 IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 013452 号

责任编辑:李欣/责任校对:邹慧卿
责任印制:张伟/封面设计:陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年3月第一版 开本:720×1000 1/16

2018年3月第一次印刷 印张:9

字数:182 000

定价:58.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

第二版前言

本版中修改了一些打印错误并完备了一些内容且增加了一些新的内容,如第2章中增加若干数学思想介绍、数学史上的三次数学危机和希尔伯特的23个数学问题等传统的数学文化内容.

本书献给所有的数学工作者,特别贡献给女数学工作者(第一版和第二版的序言都是在3月8日国际妇女节这一天完成的),欢迎读者批评指正.感谢一些朋友或读者对第一版所提出的建议.感谢大家一直以来的支持和帮助,特别感谢出版社编辑的辛勤工作.最后也感谢我的爱人李世红女士在书稿完成过程中提出的宝贵意见和仔细的文字润色.

王 术

2018年3月8日

第一版前言

本书是为数学专业学生撰写的一本探究式学习方法讲义,为高等院校课程改革提供一定的探索经验.

本书是一本引导学生从事科学研究的具有启发性教法的通俗著作或读物,是研究性学习课程编写教材的一个创新尝试,主要特点是引导学生快乐而努力的学习,是一本学生掌握了高中基本知识后就可以阅读的通俗读物.本书学术思想丰富,注重观念和思想产生的背景介绍、创新思想的启发.内容完整、言简意赅、通俗易懂、论证严密,各部分内容自成体系.只要具备一定的数学基础甚至是高中数学知识,就能通过阅读本书获得益处.

本书重在介绍研究性学习的方法与哲学思想,介绍教与学的基本规律,介绍问题的背景和来源、与问题相关的趣事、问题的发展史等,如何提出问题,如何思考问题,如何解决问题,如何探究问题,当遇到问题时应该干什么,当找到一个问题的答案时应该干什么,当解决了问题后应该干什么,如何撰写探究性学习报告等.本书各章之间基本上是独立的,可以有选择性地阅读或讲述.读者可以对某些细节或含有更进一步有可能发展的萌芽问题进行深入的学习与研究.

本书是既为初学者也为专家,既为学生也为教师,既为哲学家也为工程师,既为课堂教学也为参考阅读,既为讲述也为自学而写的一本创新性教材.希望读者通过学习本书,脑中时刻铭记数学的思想、思维方法、研究方法和推理方法,相信这将使读者无论干什么事情都会从中受益.希望读者通过学习本书,培养学习者的创新意识,对数学产生兴趣,了解数学家们的故事,掌握研究性学习或探究式学习的基本方法和理论,从而掌握研究性学习,甚至掌握如何从事科学研究的哲学思想及一般规律.

本书具有重要的学术价值,也为我国教育事业的教材创新提供一种尝试.

在本书出版之际,我想感谢直接或间接为本书作过贡献的所有人,特别感谢我的老师叶其孝教授以及在网络上发表未署名文章或观点的无私奉献的那些作者.本书阐述的观点纯粹为个人观点,限于本人的学识浅薄,未免有不当之处,恳请各位专家或读者批评指导.

王 术

2014年3月8日

目 录

第二版前言

第一版前言

第 1 章 绪论	1
1.1 新生研讨课的特点	1
1.2 新生研讨课的要求	2
1.3 探究式学习的基本方法	3
1.4 数学学科与数学专业简介	5
1.5 了解大学	10
参考文献	18
第 2 章 数学文化简介	19
2.1 数学是什么?	19
2.2 数学的特点与重要性	28
2.3 数学的几个关键词	48
2.4 数学简史与古今数学思想简介	51
2.5 偏微分方程与现代数学	69
2.6 练习题	79
参考文献	80
第 3 章 探究式学习方法专题选讲之一: Cauchy 不等式及其应用	81
3.1 探究式学习方法: 从 Cauchy 不等式讲起	81
3.2 练习题	91
参考文献	94
第 4 章 探究式学习方法专题选讲之二: 均值不等式及其应用	95
4.1 探究式学习方法: 关于均值不等式问题	95
4.2 练习题	107
参考文献	108
第 5 章 探究式学习报告范例	109
5.1 探究式学习报告范例之一	109
5.2 探究式学习报告范例之二	114
参考文献	129
习题解答与提示	130

2.6 节 练习题	130
3.2 节 练习题	130
4.2 节 练习题	132
参考文献	134
主要参考文献	135

第1章 绪 论

现在大学正在尝试开设一门新课程——新生研讨课。这门课程的主要目的是引导学生进行探究式学习,为将来从事科学研究和更进一步的深入研究、探讨打下坚实的基础。因此在绪论中我们首先介绍新生研讨课的特点和要求,其次介绍探究式学习的基本方法和一般理论,最后介绍数学学科的一些重要特点以及大学与中学的重要区别。

1.1 新生研讨课的特点

新生研讨课是为大学一年级刚入学的学生开设的,旨在引导学生研究性学习的一门课程。具体地说,本课程旨在使新生了解所学专业,激发其求知欲、好奇心和研究兴趣,培养其积极思考、讨论和探究式学习的习惯,逐步形成创新思维能力,感受教授治学风范,营造学术氛围,引导构建探索为本的新生研讨课,促进课程教学改革。目前,各个大学都在尝试探索,暂无统一的教学计划。根据我们的教学经验,新生研讨课具有以下特点。

1.1.1 学习方式不太固定,但有发散式的思维

学习方式不太固定,但需要发散式的思维,学习与科学研究紧密结合,本书以引导学生探索和研究为目的,强调师生互动和学生自我学习,养成探究式学习的习惯,激发学生的探究式学习兴趣和追求奋发向上的拼搏进取精神;在学习的过程中发现并提出一些问题,探讨研究一些问题,回答解决一些问题,带走留下一些问题;积极开展合作讨论研究,参与科学研究,了解追求科研的探索过程,为今后开展高层次探究式学习、研究和钻研探索打下坚实的基础。

1.1.2 课程内容不太固定,但有丰富的资源

课程内容不太固定,但有丰富的资源,既有经典的内容,也有追踪前沿研究问题,鼓励交叉学科问题的探讨,引导学生从中学知识出发,很快走向现代国际前沿问题的研究探讨。

例如,新生入学后比较迷茫,自然会思考大学和中学有什么不同?来大学干什么?很多同学不清楚大学的特点,以致高中时非常优秀的学生到了大学后跟不上学习的要求,导致退学等现象经常发生。新生研讨课应该解决这个问题,其中包括大学文化、专业导航、经历认知、学习方法浅谈、体会研究、引导互动等。如何学知

识长文化? 应该读什么书? 学科的名著(含名教材)、著名文章(著名杂志)是什么? 数学是什么? 从数学家的故事、数学史、数学学派以及数学文化等培养广泛的数学学科兴趣和爱好, 开阔视野, 激发学生的学习和研究兴趣以及创新意识^[1,3,4-7].

此外, 如何进行研究性学习或探究式学习? 一些研究性学习专题选讲构成了本课程的主要内容. 鉴于本科生刚入学, 没有高等数学的基础, 我们以基本的“不等式及其应用”专题选讲作为主要内容来介绍研究性学习的基本过程和方法, 建立中学知识和大学知识的衔接, 逐渐引导学生学习探讨大学数学中基本的不等式, 追求高等数学的知识, 引导学生进入大学课程的学习, 带领学生开展科学的研究.

1.1.3 授课方式不太固定, 但有明确的教学安排

授课方式不太固定, 但有明确的教学安排, 既有教师讲授, 也有学生的分组总结和讲解, 鼓励学生课堂上积极发言, 提出问题讨论或反驳, 进行探索和研究. 在探索和研究的教学过程中, 激发学生的探索意识、求知欲、好奇心和学习兴趣, 提高学生的认知能力和创新思维的能力.

1.1.4 无传统的考试考核, 但有学习和创新能力的考核

不采用传统的考试考核方式, 但要考查学生探究式学习的能力和探索未知的创新能力, 包括资料的收集和阅读能力、视野的开拓能力、与同学和老师合作与交流能力、看问题的反应能力、批判性的思考能力和反驳能力、课堂的讲解交流表达能力, 以及解决问题等综合素质和能力.

1.2 新生研讨课的要求

学生讲授部分的要求: 分组配发材料, 看材料, 查找文献, 掌握概念, 想问题, 合作探讨研究, 提出问题, 产生创意, 学知识, 写出总结, 分组总结和讲解, 同组或其他小组提问或反驳, 探讨问题, 特别要鼓励同学们在课堂上提出问题并讨论.

4 个到 5 个学生一组, 每组就参考教材、教师分发的材料或教师布置材料的相关内容中, 针对某一问题或内容研讨学习后在课堂上演讲. 例如, 以一个不等式内容为例, 学生研究讲解内容包含: 一个选题的引言, 如为什么选择这个不等式? 这个不等式的产生历史背景等; 提出和陈述问题, 自己给出将探索研究的问题的形式, 如定理或结论; 证明该结论, 使用不同的方法给出定理或结论的证明; 思考研究问题, 给出问题的应用或推广.

学生讲解具体要求如下:

- (1) 4 人到 5 人一组, 自愿结合(分组定出组员名单).
- (2) 每组撰写一份探究式学习报告, 内容范围一般为某个专题, 如不等式及其

应用,专题可以自选内容,也可以在指定的参考教材如《不等式及其应用》^[2,8]中,选择适当内容,仔细阅读,研究探讨,查找相关资料,撰写探究式学习报告,形成课堂讲授教案,如,从中学的不等式出发,探究一些不等式的发展史和建立这些不等式的数学家的事迹,探究这些不等式的各种形式,多种证明方法以及它们在高等数学中新的形式及其应用。

(3) 每个小组做好电子版讲义到课堂讲解,要求每组中每人讲解 10 分钟,每组提出 2 个到 3 个需要讨论的问题,让大家一起讨论;学生或老师进行课堂总结,提出新的问题留给学生研究。

考试可以采用考察的方式或计分的方式,考试计分可以按照如下方式计分:学生研究性学习报告占 50%,课堂讲授和讨论发言占 30%,练习 2 次占 20%。

学生探究式学习报告是指学生针对教师和学生共同商讨的学习研讨资料而撰写的专题研究性报告。探究式学习报告的撰写格式要求,包括题目、摘要、关键词、正文和参考文献等。

1.3 探究式学习的基本方法

探究式学习的基本出发点是激发学生的求知欲、好奇心和研究兴趣,培养其积极思考、讨论和探究式学习的习惯,为将来从事科学研究打下坚实的基础。因此,方法的学习或想法的启发引导、刨根问底和打破砂锅问到底的训练、发散式思维或爆发式思维的培训等都是新生研讨课程永恒的主题!特别地,探究式学习的基本过程和方法包括以下几点:

(1) 当我们遇到问题时,应该干什么或如何下手?如何想问题或者思考问题?从什么角度解决这个问题?

什么是成功和失败?成功就是尝试的办法行得通,克服了困难,找到了解决问题的办法;失败就是尝试的办法行不通,在尝试的过程中允许失败,事实上,很多成功都建立在无穷次的失败之上,失败是成功之母。经过不断的失败,不断地总结失败的经验教训,修改失败的方法经验,寻找失败的原因,最后找出解决问题的办法。

尝试一些办法碰碰运气,或者失败或者成功,这是我们遇到问题时首先应该能预料到的事情。

(2) 当找到一个解决问题的办法时,我们应该怎么做?

应该考虑我们是否能找到一些其他办法来重新解决这个问题。这是我们钻研探究问题的一个重要环节!

(3) 当解决问题后,我们应该怎么做?

应该及时总结,回顾解决问题的整个过程,能明白为什么成功了?有哪些经验和观念值得我们记下来,这些经验对数学学科的发展是否有贡献?

这是我们钻研探究问题的一个重要过程,对于更进一步的深层次探讨研究是至关重要的。

我们将以不等式及其应用专题选讲来介绍探究式学习的基本方法和规律,介绍教与学的一般规律。

本书中的不等式及其应用专题探究式学习报告,将从中学数学课程中基本的初等不等式出发,导出大学数学中的一些重要不等式,探讨这些不等式在偏微分方程、计算数学、概率论和组合数学等研究领域的应用。这些不等式包含完全平方、绝对值和均值等初等不等式, Cauchy 不等式、Young 不等式、Jensen 不等式、幂平均不等式、伯努利不等式等大学数学中的重要不等式。这些内容为将来学习 Hölder 不等式、Minkowski 不等式、Poincaré 不等式、Hardy 不等式等高等不等式打下坚实的基础。主要的内容和要求是探讨这些不等式的初等几何和高等证明,研究这些不等式在一些学科研究领域的应用,并了解建立这些不等式的伟人事迹及其背后的故事。本书与其他教材最大的不同之处,在于采用了启发研讨式撰写方式,教会学生怎么学习和研究。

本书在数学文化部分告诉学生什么是数学、什么是数学修养,以及数学家如何跌倒、如何在迷茫中摸索前行、如何从支离破碎中得到他们的成果,能使从事研究工作的新手鼓起勇气。

应该指出,研究成果尤其是基础理论研究成果的取得,需要经历一个非常艰难而又漫长的道路,而且在取得创造性成果的过程中需要斗争、挣扎,需要经历无数次挫折和磨炼,甚至在这个过程中,可能几乎没有收获(包括物质上的收获),或者说这个过程完全是一个为理想和兴趣而奋斗的过程。当然,社会会永远记住你为它作出的贡献,包括提供物质上和精神上的支持。学生一旦认识到这一点,不但可以获得真知灼见,还将获得追逐他要解决问题的顽强的勇气,并且不会因为自己的工作并非完美无缺而感到颓废,就会以克服困难为兴趣而工作!

做研究能否成功依赖于下面五点(以数学为例):

首先,兴趣是最好的老师,兴趣是成功的一半。美国现代物理学家丁肇中认为,兴趣可以成为一个发挥智慧夺取成功的动力。他说:“比如搞物理实验,因为我有兴趣,可以两天两夜,甚至三天三夜呆在实验室里,守在仪器旁,急切地希望发现我所要探索的东西。”世界数学家大会(2002年)菲尔兹奖获得者洛朗拉佛阁说:“数学的兴趣在于你的发现。人在做事时,最有意思的东西是能给你带来惊喜的东西。你在开始时也许会觉得数学是枯燥的,发现不了数学之美。但你忍受了数学的枯燥,并坚持一直做下去,你最终必会有所收获,领受到数学带给你的那份惊喜,这才是最有意义的。”其次,掌握学习数学的方法是非常重要的。英国数学家贝尔特说:“良好的方法能使我们更好地运用天赋和才能,而拙劣的方法则可能阻碍才能的发挥。”数学家苏步青说:“要学好数学,方法不外乎打好基础,多做习题,多加思索和分析。

同时,学习数学除了书本知识外,还要理论联系实际.只有这样,才能收到预期的效果.”另外,还要注意提高解题能力、掌握解题技巧.著名数学教育家波利亚说:“什么是数学技能?数学技能就是解题能力——不仅能解决一般的问题,而且能解决需要某种程度的独立思考、判断力、独创性和想象力的问题,所以中学数学的首要任务就在于加强解题能力的训练.”他还说:“解题的价值不是答案本身,而是在于弄清‘怎样想到这个解法的;是什么促使你这样想、这样做的?’”再次,要积极思考,主动发现和提出问题.大科学家爱因斯坦说:“要学会思考,不要一碰到困难就向别人伸手.”美籍华人物理学家李政道说:“遇到问题要敢于问个为什么?接着,从最简单的方面去找答案,错了也没有关系,不要怕错,错了马上就改,可怕的倒是提不出问题,迈不开第一步.”然后,要激发想象,开拓创新,富于猜想.爱因斯坦认为:“想象力比知识更重要,因为知识是有限的,而想象力概括世界上的一切,推动着进步并且是知识进化的源泉.严肃地说,想象力是科学研究中的实在因素.”数学家华罗庚说:“研究科学最宝贵的精神之一,是创造的精神,是独立开辟荒原的精神,科学之所以得有今日,多半是得利于这样的精神.”波利亚说:“只要数学的学习过程稍能反映出数学的发明过程,那么就应当让猜想、合情推理占有一席之地.”牛顿说:“没有大胆的猜测,就做不出伟大的发现.”最后,要有攀登科学高峰的勇气、坚忍不拔的毅力.英国数学家、哲学家罗素强调:“伟大的事业根源于坚忍不拔的工作,以全副的精神去从事,不避艰苦.”华罗庚生前谆谆教诲我们:“科学上没有平坦的大道,真理的长河中有无数礁石险滩,只有不畏攀登的采药者,只有不怕飞浪的弄潮儿,才能登上高峰采取仙药,深入水底觅得骊珠.”参见网络: <http://blog.sina.com.cn/huian12000>

1.4 数学学科与数学专业简介

1.4.1 数学一级学科简介

数学起源于远古时期人类生产、获取、分配、交易等活动中的计数、观测、丈量等需求,并很早就成为研究天文、航海、力学的有力工具.17世纪以来,物理学、力学等学科的发展和工业技术的崛起,与数学的迅速发展形成了强有力的相互推动.到19世纪,已形成了分析、几何、数论和代数等分支,概率已成为数学的研究对象,形式逻辑也逐步数学化.与此同时,在天体力学、弹性力学、流体力学、传热学、电磁学和统计物理中,数学成为不可缺少的定性描述语言和定量研究工具^[9].

20世纪中,数学科学的迅猛发展,进一步确立了它在整个科学技术领域中的基础和主导地位,并形成了当代数学的三个主要特征:数学内部各学科高度发展和相互之间不断交叉、融合的趋势;数学在其他领域中空前广泛的渗透和应用;数学与信息科学技术之间巨大的相互促进作用.

数学与科学技术一直以来有着密切联系,在 20 世纪中叶以后更是达到了新的高度.第二次世界大战期间,数学在高速飞行、核武器设计、火炮控制、物资调运、密码破译和军事运筹等方面发挥了重大的作用,并涌现了一批新的应用数学学科.其后,电子计算机的迅速发展和普及,特别是数字化的发展,使数学的应用范围更为广阔,在几乎所有的学科和部门中得到了应用.数学技术已成为高技术中的一个极为重要的组成部分和思想库.此外,数学在向外渗透的过程中,与其他学科交叉,形成了诸如计算机科学、系统科学、模糊数学、智能计算(其中相当部分也被称为软计算)、智能信息处理、金融数学、生物数学、经济数学、数学生态学等一批新的交叉学科.

在 21 世纪,科学技术的突破日益依赖学科界限的打破和相互渗透,学科交叉已成为科技发展的显著特征和前沿趋势,数学也不例外.数学的各个学科分支之间交叉融合;数学与其他学科互相影响渗透.随着实验、观测、计算和模拟技术与手段的不断进步,数学作为定量研究的关键基础和有力工具,数学在复杂系统研究和相关学科的交叉融合中起到不可替代的重要作用,在自然科学、工程技术和社会经济等领域的发展研究中发挥着日益重要的作用.

数学是以形式化、严密化的逻辑推理方式,研究客观世界中数量关系、空间形式及其运动、变化,以及更为一般的关系、结构、系统、模式等逻辑上可能的形态及其变化、扩展.数学的主要研究方法是逻辑推理,包括演绎推理与归纳推理.演绎推理是从一般性质对特定对象导出特定性质,归纳推理是从若干个个别对象的个别性质导出一般性质.

由于数量关系、空间形式及其变化是许多学科研究对象的基本性质,数学作为这些基本性质的严密表现形式,成为一种精确的科学语言,成为许多学科的基础.20 世纪,一方面,出现了一批新的数学学科分支,如泛函分析、拓扑学、数理逻辑等,并创造出新的研究手段,扩大了研究对象,使学科呈现出抽象程度越来越高、分化越来越细的特点;另一方面,尤其是近二三十年来,不同分支学科的数学思想和方法相互交融渗透,许多高度抽象的概念、结构和理论,不仅成为数学内部联系的纽带,也已越来越多地成为科学技术领域广泛适用的语言.

作为 20 世纪中影响最为深远的科技成就之一,电子计算机的发明,本身也已充分展现了数学成果对人类文明的辉煌贡献.从计算机的发明直到其最新的进展,数学都在起着关键性的作用;同时,在计算机的设计、制造、改进和使用过程中,也向数学提出了大量带有挑战性的问题,推动着数学本身的发展.计算机和软件技术已成为数学研究新的强大手段,其飞速进步正在改变传统意义下的数学研究模式,并将为数学的发展带来难以预料的深刻变化.数值模拟、理论分析和科学实验鼎足而立,已成为当代科学研究的三大支柱.

数学作为一种文化,是人类文明的重要基础,它的产生和发展在人类文明的进

程中起着重要的推动作用. 数学作为最为严密的一种理性思维方式, 对提高理性思维的能力具有重要的意义和作用.

数学与下列一级学科密切相关: 信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、物理学、化学、天文学、生物学、系统科学、统计学、力学、社会经济学、公共卫生与预防医学、药学、军事装备学、管理科学与工程、科学技术史、教育学、心理学等.

1.4.2 数学学科研究方向与专业简介

数学科学按其内容可分成五个大学科:

- (1) 基础数学 (pure mathematics);
- (2) 应用数学 (applied mathematics);
- (3) 计算数学 (computational mathematics);
- (4) 运筹学与控制论 (operational research and control);
- (5) 概率论与数理统计 (probability and mathematics statistics).

教育部学科分类号: 07 理学; 一级学科: 0701 数学; 二级学科: 070101 基础数学、070102 计算数学、070103 概率论与数理统计、070104 应用数学、070105 运筹学与控制论.

数学自身特色鲜明, 自成体系, 作为一级学科的数学是一个范围广阔、分支众多、应用广泛的科学体系, 已构成包括基础数学、计算数学、概率论与数理统计、应用数学、运筹学与控制论、数学教育这 6 个研究方向.

1. 基础数学

基础数学又称为纯粹数学, 是数学的核心. 它的思想、方法和结论是整个数学科学的基础, 是自然科学、社会科学、工程技术等方面的思想库. 基础数学包含数理逻辑、数论、代数、几何、拓扑、函数论、泛函分析、微分方程等众多的分支学科, 并且还在源源不断地产生新的研究领域, 范围异常广泛, 总体而言, 远远超出了一般意义下的一个“研究方向”的研究范畴.

2. 计算数学

计算数学是研究对科学技术领域中数学问题进行数值求解, 特别是电子计算机数值求解的理论和算法, 尤其注重高效、稳定的算法之研究. 研究高效的计算方法与发展高速的计算机处于同等重要的地位; 此外, 数值模拟已经能够用来减少乃至代替耗资巨大甚至难以实现的某些大型实验. 近年来, 随着电子计算机的飞速发展, 产生了符号演算、机器证明、计算机辅助设计、数学软件等新的学科分支, 并与其他领域结合形成了计算力学、计算物理、计算化学、计算生物学等交叉学科.

3. 概率论与数理统计

概率论与数理统计是研究随机现象内在规律性的学科. 概率论旨在从理论上研究随机现象的数量规律, 是数理统计的基础. 数理统计是从数学角度研究如何有效地收集、分析和使用随机性数据的学科, 为概率论的实际应用提供了广阔的天地. 概率论和数理统计相互推动, 借助计算机技术, 正在科学技术、工农业生产、经济金融、人口健康、环境保护等方面发挥重要的作用. 概率论与数理统计思想渗入各个学科, 已成为近代科学发展的明显特征之一.

4. 应用数学

应用数学是联系数学与现实世界的重要桥梁, 主要研究自然科学、工程技术、人文与社会科学中, 包括信息、经济、金融、管理等重要领域的数学问题, 以及数学对这些领域问题的研究解决的反向作用; 包括建立相应的数学模型, 利用数学方法解决实际问题, 研究具有实际背景和应用前景的数学理论等. 第二次世界大战以来, 应用数学得到了迅猛的发展, 其思想和方法深刻地影响着其他科学的发展, 并促进了某些重要的综合性学科 (如非线性科学) 的诞生和成长. 同时, 在研究解决实际问题的过程中, 新的重要的数学问题不断产生, 有力地推动着数学本身的发展.

5. 运筹学与控制论

运筹学与控制论以数学为主要工具, 从系统和信息处理的角度出发, 研究解决社会、经济、金融、军事、生产管理、计划决策等各种系统的建模、分析、规划、设计、控制及优化问题, 是一个包括众多分支的学科. 运筹学结合数学、计算机科学、管理科学, 通过对建模方法和最优化方法的研究, 为各类系统的规划设计、管理运行和优化决策提供理论依据. 控制理论目前处于数学、计算机科学、工程科学、生命科学等学科交叉发展的前沿, 是以自动化、信息化、机器人、计算机和航天技术为代表的现代技术的一个理论基础.

6. 数学教育

数学教育是研究数学教学的内容、方法和实践的学科, 主要研究方向包括数学课程内容、数学教学、数学学习、数学教育评价、数学教师教育、数学史、数学哲学以及数学教育现代技术等. 数学教育的核心基础是对数学知识的理解和对数学发展的认识. 随着现代科技中数学的广泛应用, 近代数学的思想与方法在高素质公民和创新型人才的培养中已经成为不可或缺的一环, 在基础教育和高等教育中如何做好数学教学已经成为数学教育学科面临的主要课题.

设立数学学科的目的是培养抽象思维、空间想象、实际计算、综合分析等四个

方面的能力. 本学科培养的学士、硕士、博士都应恪守学术道德规范, 遵纪守法, 具有良好的科学素质、严谨的治学态度及较强的创新精神, 善于接受新知识, 探索新思路, 研究新课题, 并有较强的从事相关学科工作的能力.

(1) 学士学位

本学科培养的学士应是数学方面的专门人才, 较好地掌握数学的基础理论、专门知识和基本技能, 具有从事科研教学工作或担负相关专门技术工作的初步能力.

学士学位获得者应能运用数学和计算机科学技术知识, 建立实际问题的数学模型; 掌握一门外语, 能阅读本专业的外文资料; 能承担数学及其相关学科的科研、教学或其他实际工作.

目前, 我国的本科学士学位专业有两个: 数学与应用数学、信息与计算科学. 在理学数学类中也增加一个特设专业——数理基础科学本科专业. 很多人误认为信息与计算科学专业为计算机类专业, 其实, 它属于理学专业, 与工科专业不同. 信息与计算科学的专业定位为打好数学基础, 受到较扎实的计算机训练, 具备在信息与计算科学领域中解决实际问题及开发计算机软件的能力, 或具备进一步深造学习的条件; 其专业特色为培养数学基础扎实、素质较高、较强地解决实际问题能力的高层次软件开发人员, 或可以进一步深造学习的研究人员, 该专业是最好就业的十大专业之一.

数学与应用数学包括基础数学和应用数学两方面. 基础数学研究的是数学本学科的基本理论与发展规律, 如著名的哥德巴赫猜想等问题就是基础数学的研究对象; 应用数学就是由大量的实际问题引发的数学理论, 解决现实生活或其他学科与科学技术中碰到的问题; 信息与计算科学包括计算数学与信息处理中的数学两个方面, 主要培养学生运用数学的思维和方法解决信息技术领域中的实际问题. 另外, 统计学是应用数学的一个分支, 很多高校的数学学院除了有数学系、信息科学系外, 还设有统计、精算、金融数学等科系. 金融数学目前为特设专业, 属于经济学学位. 数学与应用数学专业的课程比较偏重基础数学理论, 核心课程有数学分析、高等代数、几何学、常微分方程、实变函数、概率论与数理统计、科学计算、抽象代数、微分几何、复变函数、泛函分析等. 当然同一专业各校开设的课程也稍有不同. 信息与计算数学的核心基础课与数学与应用数学相同, 但增加计算类和信息类课程. 数学类专业目前有就业面广、很容易申请出国深造、跨专业方便、上升快收入高等特点. 目前北京大学、清华大学、北京师范大学、南开大学、复旦大学、南京大学、浙江大学、中国科学技术大学、吉林大学、山东大学、四川大学、中山大学等大学名师云集, 数学专业一流.

(2) 硕士学位

本学科培养的硕士应是数学方面的高层次专门人才, 掌握较坚实的数学基础理论和较系统的专门知识, 对本学科前沿进展与动向有一定了解, 并在某研究方向受

到一定的科研训练,有较系统的专业知识,初步具有独立从事科学研究工作或独立担负专门技术工作的能力。

硕士学位获得者应在某个专业方向上做出有理论或实践意义的成果;较为熟练地掌握一门外语,能阅读本专业的外文资料;能从事与数学相关的科研、教学或其他实际工作。

(3) 博士学位

本学科培养的博士应是数学方面的高级研究人才,掌握坚实宽广的数学基础理论和系统深入的专门知识,熟悉所研究的领域的现状和发展趋势,在某研究方向受到科研全过程的训练,掌握系统与完整的专业知识,研究问题应有意义、有创新且内含较丰富,具有独立从事科学研究工作或独立担负专门技术工作的能力。

博士学位获得者应在有关研究方向的一些较重要的课题中做出有创新性的成果,或与有关专业人员合作解决某些重要的实际问题;至少掌握一门外语,能熟练阅读本专业的外文资料,具有一定的写作能力和进行国际学术交流的能力;能承担数学及其相关学科的科学研究、教学或其他实际工作。

随着学科的发展,目前正淡化二级学科,可按照一级学科进行培养学生。

1.5 了解大学

1.5.1 了解大学

学生进入大学,除了了解专业外,也应该了解大学,深刻认识大学和中学的不同之处。应该说大学有大学的文化,需要了解的内容很多,但在这里想让大家了解大学最重要的一点,即大学是我的大学,大学与中学是完全不同的,“自由”是大学最主要的特点,大学学习是自由的学习,“忙”是大学最主要的感受。因为自由,所以更需要坚定;因为忙,所以更需要学会取舍!特别需要:①树立理想,历练品格,学会经历蜕变的痛苦;②学会独立做决定、承受决策的责任和后果,学会取舍;③学会做人,学会承担责任;④学会照顾自己,经历失落,承受失败;⑤学会学习,学会在痛苦中放弃。只有了解了大学,开动脑筋多思考,成功才会向你招手。

此刻,可以用两句英文来结束这个引言^[9]:

Learning mathematics is doing mathematics. 要想学好数学,要把脑、手、嘴和耳都调动起来,学会怎样听课、勤思考、多动手,多做题,学会和老师、同学交流讨论(倾听、提问、切磋)。

It's up to you! It all depends on your decision! 你自己成为什么样的人,一切取决于你自己的思考,取决于你自己的决定!