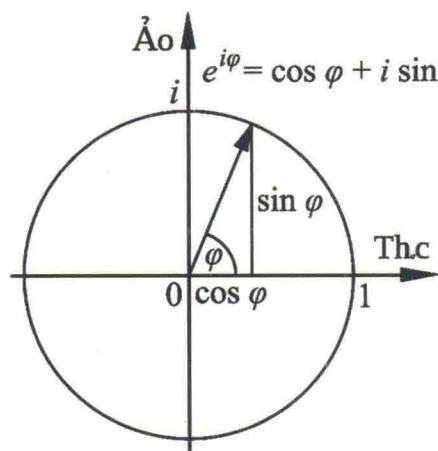
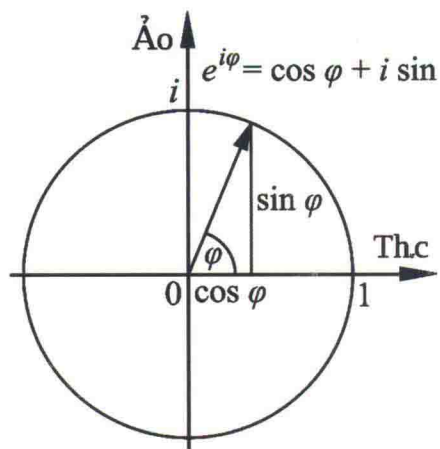


SHU XUE JIAO XUE YU MO SHI CHUANG XIN

数学教学与模式创新

梁致韶◎著



光明日报出版社

数学教学与模式创新

梁致韶 著

光明日报出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

数学教学与模式创新 / 梁致韶著. -- 北京 : 光明日报出版社, 2016.8
ISBN 978-7-5194-1931-8

I. ①数… II. ①梁… III. ①中学数学课—教学模式—教学研究—初中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 228058 号

数学教学与模式创新

著 者: 梁致韶

责任编辑: 李 娟

责任校对: 范德利

封面设计: 瑞天书刊

责任印制: 曹 诤

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市东城区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67022197 (咨询), 67078870 (发行), 67019571 (邮购)

传 真: 010-67078227, 67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn lijuan@gmw.cn

法律顾问: 北京德恒律师事务所龚柳方律师

印 刷: 三河市明华印务有限公司

装 订: 三河市明华印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社联系调换

开 本: 787×1092 1/16

字 数: 210 千字

印 张: 12.375

版 次: 2017 年 5 月第 1 版

印 次: 2017 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5194-1931-8

定 价: 40.00 元

版权所有 翻印必究

前言

课堂是师生交流的主要场所，是由教师和学生共同打造的学习生活环境。数学课堂的教学效率低下不仅仅是教师或者学生单方面的原因，而是在二者相互影响下造成的结果。课堂应以学生为主体，把课堂还给学生，教师应退到组织者和引导者的角色。然而，现阶段教育改革任重道远，一些学校为保持考试成绩和升学率的优势地位，应试教育现象依然突出。在数学课堂中，灌输式教学，学生被动接受学习的传统落后现象屡见不鲜。在新课标改革后，初中数学的课堂教学也要刻不容缓地进行相应改革。在新的课标理念的指导下，有必要对初中数学的课堂教学与模式设计进行新的探讨，并在新的教学课堂与模式下，转变学生传统的学习方式，让学生能在有效的时间和空间下，学会学习、学会探究、学会合作、学会应用，并在掌握数学知识的前提下学会创新，以适应新时代的要求。构建初中数学的高效课堂需要学生和教师共同努力，通过教师的合理组织、引导，学生的积极配合，打造一个轻松和谐的学习氛围，从而提高课堂教学质量。如何引导学生主动参与数学课堂学习，改变学生的学习方式，促进学生健康、全面、持续发展？基于这些问题的提出和探讨，编者编写了《数学教学与模式创新》一书，希望能对工作在一线的数学教师提供一定的帮助。

由于时间比较仓促，加上编者水平有限，在编写本书的过程中难免会出现一些纰漏和错误之处，敬请读者批评指正。

目录

第一章 概述.....	1
第一节 数学教学的基本问题.....	1
第二节 数学教学方法与数学教学模式.....	14
第三节 数学教学设计.....	24
第四节 数学课堂教学艺术.....	35
第五节 信息技术与数学教学.....	51
第二章 数学教学的新课标理论、方法与目标.....	59
第一节 数学教学的新课标理论.....	59
第二节 数学新课标教学方法.....	93
第三节 数学教学的四维目标.....	100
第三章 基于数学高效课堂的初中数学教学策略.....	114
第一节 数学建模与数学教学探究.....	114
第二节 数学教学模式的构建.....	118
第三节 高效课堂综述.....	132
第四节 数学高效课堂的初中数学教学策略.....	139
第四章 新课标背景下 中学数学课堂互动创新教学模式探究.....	152
第一节 新课标背景下中学数学教学模式与课堂教学的有效性.....	152
第二节 新课标背景下中学数学课堂互动教学模式研究.....	176
第五章 数学课堂教学评价.....	186
第一节 数学课堂教学评价的涵义与意义.....	186
第二节 数学教学的发展性评价.....	186
参考文献.....	191

第一章 概述

第一节 数学教学的基本问题

针对家长的疑问和数学课堂教学的变化，不同的人会作出不同的回答和评价。为了能正确认识数学教学并有效地开展数学教学，有必要对数学教学的相关理论进行研究。

从本章开始，希望通过逐步揭示和阐述数学教学的各个侧面、各个环节的具体内容，能在认识数学教学的理论体系的基础上，形成科学的分析和培养解决数学教学领域中各种问题的能力。

一、数学教学及其过程

数学教学理论是人们对数学教学现象及其规律的一种系统化的理性认识，是数学教学的感性经验上升为理性认识后的一种表现形态。要科学理解数学教学理论并合理的运用，就需要认识什么是数学教学，并由此而认识什么是数学教学的过程。

（一）数学教学的内涵

数学教学是数学活动的教学。现代数学哲学研究认为，数学不仅是一门知识，更是人类实践活动创造的产物，是一个由问题、方法、语言、命题及理论等多种元素组成的复合体。认识数学的本质特征，不仅要从静态的知识表征来看，还要从动态的数学活动过程来看。结果是一种组织得很好的形式状态，而组成教学整体的另一个非常重要的方面是数学活动的过程。从总体上来说，数学是思维的活动过程，是数学真理的抽象概括过程。

教学中的数学活动既有外部的具体行为操作，又有内部的抽象思维操作，是学生由外及里的活动，并以内部的积极思维活动为主要形式。数学教学就是要促进行为操作和思维活动的协调运用，并且分层次开展数学活动。数学活动的层次依次体现为：第一，探索阶段。借助于观察、试验、归纳、类比、概括等活动进行探索，积累数学事实材料，这也是人类的认识活动与感受阶段（数学化的过程）；第二，形式化阶段。对积累的材料进行形式化，引入术语、定义、证明，演绎地形成数学概念和体系（数学的再发现过程）；第三，应用理论，内化理论。将所学的知识消化、吸收、融汇于学习者的整体认知结构中（实践活动）。这三个层次突出了数学活动的过程性，使得数学教学中的数学活动具有明显的可操作性，呈现出由感性到理性、由低级到高级的数学活动经验水平。

（二）数学教学的基本特点

一般教学都具备教育性、师生互动性、双边性等特点。由以上对数学教学的分析

可知，数学教学除了具有一般教学的特点之外，还具有不同于其他学科教学的一些基本特点。

1. 数学语言的教学

数学语言是数学的一个本质特征。语言活动是一项重要的数学活动。无论是数学活动的出发点，还是数学活动的最终结果，都必须借助数学语言才能得到准确的表述。数学教学中，学生除了要有领会一般的自然语言的能力外，还需要逐步了解和掌握数学中独有的语言特点。

数学语言，具有记载知识、概括结论、压缩信息、实现运算自动化等强大功能。如：凸多边形中仅“凸”字，即隐含着最大角小于 180° 的信息。多数语言的表征都具有两种属性，既表现为一种对象、结构，又表现为一种算法、操作。

数学语言成为人类社会交流和储存信息的重要手段。数学语言在信息社会的不断发展过程中，是每个人都必须学习使用的语言。数学语言不仅决定了人类对物质世界的认识方式，还对人类理性精神的发展具有重要的影响，成为表达科学思维的通用语言。能否成功地进行数学交流，不仅涉及一个人的数学能力，而且也涉及一个人的思路是否开阔，头脑是否开放。数学语言的不断掌握可以被看成是数学水平不断提高的重要标志。如：代数语言的掌握标志着数学知识由小学向中学水平过渡；集合论语言的使用可被看成是现代数学发展史的一个重要标志。

数学语言一般不专门设置课程学习，这样就产生了一种循环：学生要弄懂语言才能理解意义，而语言又是在掌握意义的过程中学的。语言是内容的载体，内容又是语言的载体。因此，教师一定要重视数学语言的学习。学生如果不理解数学语言的内涵，或者受到日常语言的影响，就会影响内容的学习。

现今基础教育中数学内容都突出了数学的语言成分，“用数学语言进行交流和良好的符号意识”是学生重要的数学资质。我国在义务教育新课标中指出：数学为其他科学提供了语言、思想和方法，是一切重大技术发展的基础；数学语言是人类文化的重要组成部分等。提出了用数学语言交流、讨论、表达、阅读等目标要求。

2. 数学思维的教学

数学被誉为思维的体操，数学教学的重点是发展学生的数学思维。然而，锻炼思维并非是数学学习的必然结果。由于数学活动大多数情况下是抽象的形式化的思维活动，数学教学中就存在着既要在学生已有的思维水平上进行学习，又要结合学习不断发展学生的思维。若数学活动仅限于数学知识的记忆和方法的模仿，则既不利于数学知识的掌握，也不利于学生思维水平的提高。数学思维包括思维的内容、思维的方式和思维品质三个方面，教学中必须将这三个方面协调发展，形成用数学思考的意识。

(1) 数学思维的核心内容是数学思想方法，它是数学思维的基础。抽象活动始于学生的经验背景，去探索研究对象的本质特征。但在此过程中，还要学习变元思想、符号化、公理化、模型化、统计、算法、数形结合等数学特有的思想方法。以数学思

想方法为指导去进行教学有助于我们将数学课讲活、讲懂、讲深，培养学生用数学的思想方法进行思考。有关数学思想方法的内容将在其他章节讨论。

(2) 数学教学的关键是教学生用数学的思维方式去思考问题。从思维活动的形式上来看，数学教学中主要培养学生的形象思维、逻辑思维和直觉思维。数学形象思维以形象性和想象性为主要特征，呈现艺术特色，其表现形式是直观推测。数学逻辑思维以抽象性和演绎性为主要特征，其表现形式是论证推理。数学直觉思维是直接洞察和领悟对象性质，其表现形式是随机推测。从思维结构的发展来看，这三种思维又是人的思维发展的几种形态，即由形象思维经抽象逻辑思维向直觉思维发展。因此，数学教学在学生思维发展水平的基础上，将这三种思维综合培养，形成数学学科直觉判断、归纳类比、抽象概括、逻辑分析、建立模型、推理论证能力、数据收集与处理、选择合适算法等独特的思考方式。

(3) 培养学生的数学思维品质是发展数学思维的突破口。思维品质的内涵非常丰富。对数学来说几个重要的思维品质是：深刻性、广阔性、灵活性、敏捷性、批判性和独创性。心理学研究指出，深刻性：善于抓住事物的本质和数量关系，概括力强；广阔性：思路宽广，善于多方探求；灵活性：能及时摆脱心理定势，寻求新的解决问题的途径，迁移力强；敏捷性：思维过程的简缩性和快速性；批判性：思维过程中善于严格估计思维材料和精细检查思维过程；创新性：善于独立思考，探求具有价值的新颖的成果，是创造力的核心。

总之，在数学思维过程中，思维内容、思维方式和思维品质是互相促进、相互启发的，并逐步向综合性的立体思维转化，进而向更高级的辩证思维转化和升华。通过数学教学，培养学生用数学思维去思考问题，并逐步形成独立思考、尊重事实、言必有据和辩证分析的理性思维，是数学教学的价值体现。

3. 解题的教学

数学教学的重要环节是解题训练。每节数学课都离不开数学题，例题示范，学生口头演算、书面练习、动手实验等。选择好例子，精心选题和编题，是教师教学的重要工作。数学解题教学一方面帮助学生理解概念、巩固法则，应用数学知识；另一方面，学生在解题活动过程中，通过观察、分析、比较、联想、顿悟、尝试错误等思维活动，不断提高数学思维能力。

数学教学离不开数学解题，但“解题”并不等于“题海战术”，并不是应试的工具。“解题”是学习内容与学习目标间的桥梁。解题活动并非仅仅是为解决问题，对于具有一定难度和灵活性的数学问题，学生不一定能获得漂亮的、完整的结论，可能只是找到一种有效的求解思路，也可能只是对问题有了进一步的理解等，只要学生能主动地用心去钻研、去探索，哪怕遭遇挫折与失败，也会获得一种基于体验的过程知识。

4. 数学探究的教学

学生要创造性地学习数学。数学活动不同于实验学科,偏重于动手操作,也不同于科学研究偏重于调查取证,而是一种以独立思考、深入钻研数学问题为主的思维探究活动。从数学知识的形成来看,它是数学家经过观察、实验、分析、比较、类比、归纳、联想等探索活动后,对丰富生动的数学对象的内容经过抽象概括后才形成的演绎的理论体系。因此,作为特殊认识活动的数学学习不仅要重视概念、法则、定理和方法等结果性知识的获得,更应重视获得知识的探究过程。学生要在教师的引导下,像数学家从事数学研究一样,去质疑、发现、归纳、判断,经历数学化、再创造的过程,获得一种基于体验的过程知识。

教师要创造性地组织教学活动。教师作为数学活动中的一分子,也要经历不断的探究。只有教师创造性地教,学生才能创造性地学。教学理论不断推陈出新,课堂教学情境具有不确定性和即时性,针对新课程标准的诸多新教材不断出现,面对这些新情况新理论,并没有现成的万能的教学处方,教师只有在不断开展的数学活动中分析、判断、思考,研究学生的学、研究数学、研究教材、研究课堂,才能得到切实可用的数学教学方法。数学教学是教师与学生围绕教学内容共同开展的一种探究活动。

(三) 数学教学过程及其要素

数学教学实践中一系列问题如何解决和解决得好不好,都取决于对教学过程及其构成要素的认识和理解。

1. 数学教学过程的内涵

站在不同的视角,对教学过程有不同的理解。从认识论的角度来看,教学过程是指学生在数学教师指导下,从不知到知、从知之较少到知之较多,逐步掌握知识的过程;从心理学角度来看,教学过程是使学生身心全面发展的过程;从社会学角度来看,教学过程是师生交往、共同发展的活动过程,等等。

概括起来,数学教学进程就是指数学教师组织和引导学生,系统地学习和掌握数学知识,进行积极的思维活动,形成良好的认识与发展相统一的育人过程。从结构上看,它是一个由教师、学生、教学目的、教学内容、教学方法、教学环境、教学评价等要素构成的多维结构;从性质上讲,它是一个由师生共同参与、共同发展,有目的、有计划的认识和实践的数学活动过程;从功能上看,它是一个具有数学知识传递、数学技能形成、数学能力培养、个性发展等功能的育人过程。

2. 数学教学过程的要素分析

数学教学过程是由多种因素构成的一个复杂系统。主要因素是:教师、学生、教学目的、教学内容、教学方法、教学环境、教学评价。这七个要素关系着数学教学过程能否顺利开展,影响着数学教学的进程。

首先,教学为谁而组织的?是学生。没有学生就没有组织数学教学活动的必要与可能。在数学教学中,学生既是教学的客体,又是学习的主体,是教学效果和教学质量的体现者。

其次,依据什么进行教学?是数学教学目标。数学教学目标从学校教育目的到数学课程教育目的,再到课堂教学目标形成了一个完整的体系。它决定着数学教学的方向及教学的质和量,是评价教学效果的标准,最终落实到学生身上。

第三,凭什么去完成?是数学教学内容。数学教学内容是体现培养目标和实现培养目标的主要因素。它是师生活动的载体,是教师引导学生学习的客观依据和信息源泉,是教学过程中教师和学生、学生和学生发生相互作用的中介。

第四,怎样去进行教学?是数学教学方法。数学教学方法是连接沟通数学教学诸要素的桥梁和媒介。教学方法是教师将知识信息有效地传授给学生,实现教学目标、改善教学效果的重要因素。教师根据具体的数学教学内容、教学环境、学生的身心发展水平和认知水平灵活地选用教学方法。

第五,在什么条件下开展?是教学环境。任何数学教学活动都必须在一定的环境下进行。教学环境限制或促进教师的教育期望和实际做法的转变。尽管教师所持的数学观及教学观不尽相同,但同一个学校的教师往往开展类似的课堂教学。此环境包括有形和无形两种。有形的教学环境包括教室的设备和布置等,无形的教学环境包括师生之间、生生之间的人际关系等。课堂中存在领导与被领导、纪律与自由、竞争与合作、鼓励与惩罚等关系,这些都影响着数学教学活动。

第六,开展得如何?是通过数学教学评价。它是检验数学教学效果和数学教学成果的重要要素,数学教学评价的目的是为了全面了解学生数学学习的过程和结果,激励学生学习和改进教师的教学。评价反映学生素质的变化状况,反映数学教学活动是否在不断进步。

第七,由谁在组织?是教师。数学教师是“数学知识的源泉”“伦理的化身”“社会价值的代表”。此职业特点表明,数学教师是数学教学目标的执行者,数学知识的传播者,学生学习数学的合作者,数学教学过程的组织者、引导者和调控者。虽然无人指导,人们也可以进行学习,自学成才的数学家也很多,但这种自我进行的学习本质上不属于数学教学活动。

数学教学过程的各个要素是相互依存、相互作用、相互制约的,形成一条完整的教学链。数学教学过程的效率不仅取决于单个构成要素的水平,而且取决于各要素之间动态组合形成的“合力”水平。在实际的数学教学活动中,数学教师必须善于全面地把握诸要素,处理好各要素之间的关系。只有当各要素都最大限度地发挥其功能时,才能实现数学教学过程的最优化。有关数学教学过程的各环节、程序等模式问题我们将与数学教学方法一起另辟专章来进行阐述。

二、数学教学目标

教育从人类社会的自发形态上升为自觉活动后,其主要特征就是表现为明确的目的性;数学教学目的是针对学校教育中数学学科的,是一切数学教学活动的起点和归宿。

(一) 数学教学目的与目标

“数学教学目标”与“数学教学目的”都是由国家教育主管部门制定的，是学生进一步学习或就业应达到的基本要求。在我国教学理论专业术语中，“数学教学目标”与“数学教学目的”并没有确定的含义，在使用上也比较混乱。目前，从我国基础教育课程改革来看，以前教学大纲中提出的“教学目的”与新课程标准中提出的“教学目标”这两个术语并不相同。

“数学教学目标”指向的主体是学生，是期望学生学习可能发生的行为变化的结果，是用“学生学会了什么”“学生经历了什么”“学生会后能够做什么”来表述的，使教师在课堂中可观察、可测量、可评估。“数学教学目的”指向的主体是教师，是对教师教学提出的一种概括性的、总体的要求，是一种方向、指针，是用“使学生学会了什么”来表述。在教学实践中，教学的结果往往与理想的期望之间存在差距。为了区别对待，本书采用“数学教学目标”这个术语。

（二）影响数学教学目标制定的因素分析

由于数学教学目标是评价数学活动是否有效的标准，因此，数学教学目标的制定，必须考虑其合理性、可行性和可能性。综合分析，影响数学教学目标制定的主要有社会、教学、学生三个方面的因素。

1. 社会因素

数学教学目标既受制于社会的发展，又必须符合社会的需要，这就是要回答基础教育阶段要教给学生什么样的数学，体现着目标的合理性要求。首先，数学教学受制于社会的发展，受到一定社会发展状况的制约。数学教学目标如果超越了现实社会发展的基础，则难以实施相应的教学活动。其次，数学教学必须符合社会需要，教育的作用就是要把自然的人培养成社会的人、社会的生产力。当今社会和未来社会需要公民具有何种数学素养影响着数学教学的目标。数学教学既要反映社会的需要，也要反映社会公众的需求。数学推动着社会的发展，反过来，社会又影响着数学教学目标。

2. 数学因素

数学的特点直接影响数学教学目标，这就是为什么要学习数学的根本所在，体现着目标的可行性要求。现代数学的发展已渗透到了与人类生存息息相关的各个领域。不仅是为其他学科提供语言和工具，“数学技术”可直接创造生产价值。数学不仅帮助人们更好地探求客观世界的规律，提高认识的准确性和预见性，还能锻炼和发展人们的思维能力，提高思维效率，有助于数学的思考。数学不仅能训练科学意识、科学思想方法、科学精神、科学态度、提高个体科学素养，还能培养人们的意志和信念，提高人们的审美水平。

3. 学生因素

数学教学目标的制定，必须慎重考虑学生的年龄特征和认知能力，体现其实施的可能性。数学教学目标必须与学生的身心特点相适应，否则，不仅达不到数学教学的目标，甚至会阻碍学生的身心发展。

首先,制定数学教学目标要有整体性;其次,制定数学目标要有针对性。根据心理学研究,人的身心发展具有一定的规律,这些规律表明学生各阶段的学习能力不同。如果教学内容要求过低,学生就会觉得缺乏挑战性。如果教学内容要求过高,会打击学生的学习积极性。如,初中阶段学生的学习能力要从形象思维向抽象逻辑思维转化,对初中生来说就难以接受。所以,确定数学教学目标要以学生的生理和心理的成熟程度及特点为基础。

(三) 中小学数学教学目标

中国自西周起数学教育就已经从生产和生活中分离出来了,数学已经成为“六艺”中必读学科之一。1840年鸦片战争以后,从清朝政府“废科举、兴学堂”开始,在“中学为用,西学为体”的思想下,逐步建立起了近代数学教学体系。“五四”新文化运动之后,把统治了中国教育近2000年之久的儒家思想从学校教育中排除出去,解放了思想。但是数学仍然摆脱不了“经世致用”的工具作用,“计算”仍被视为第一要事。

新中国成立以来,我国数学教育的发展主要体现在中小学数学教学目的(目标)中,中小学数学教学目的(目标)由片面到全面、肤浅到深入,在不断总结和积累经验的基础上,大体经历了从“双基”→“双基”和“能力”→“双基”“能力”和“非智力因素的发展”的过程。迄今形成了包含“双基”“过程与方法”“情感态度和价值观”三个维度的较完整的数学教学目标体系。

教育部于2001年7月颁发了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,于2003年颁布《普通高中数学课程标准(实验)》,用数学课程标准代替了新中国成立以来一直沿用的数学教学大纲。将“数学教学目的”作为数学课程的教学目标提出。相对于大纲中提出的数学教学目的而言,新课程标准中数学教学目标的变化主要体现在如下几个方面:

1. 关于数学知识

数学知识不仅包括“客观性知识”,即那些不因地域和学习者而改变的数学事实,如,公式、定理等,而且还包括“主观性知识”,即通过经历数学活动过程才能获得的带有鲜明个体认知特征的个人知识和数学活动经验,也称“过程性知识”。如,对“数”的作用的认识、分解图形的基本思路、字母代数思想的认识、化归转化思想的认识等。对学生而言,这类“主观性知识”更为有用,对其“客观性知识”的习得具有指导作用,可以终身受用。

如果说客观性知识的学习是解决知与不知的话,那么掌握数学活动经验等知识就是解决会与不会的问题。学生经常问“怎样想到作辅助线”“怎样想到利用构造函数的方法”等,这展现了个体“会”的程度。即使掌握了事实知识,若缺乏数学活动经验,要想自觉完成数学活动也是不可能的。

学习主观性知识必须以客观性知识为载体和桥梁,二者是互为表里,互相依存的。新课程中,从义务教育到高中共四个学段,分别对应安排了实践活动——综合应用——

——课题学习——探究学习。这种安排，在突出学生综合应用数学与相关知识的同时，为学生数学活动经验的积累提供了条件。

2. 关于数学能力

数学能力是顺利而有效地完成数学活动，经常地、稳定地表现出来的个性心理特征。数学能力是指人所具备的除身体健康、动机和知识技能以外的，对人的数学活动效率起决定作用的条件。数学能力的培养与知识技能的学习是相互促进的，辩证统一的。教学时要将三者构成一个统一体，力求达到同步发展。

“数学教学目的”中先由“三大能力”，即数学运算能力、空间想象能力、思维能力，再到后来“解决问题能力”和“创新意识”的提出，尽管有很强的概括性，但未具体展现数学教育的价值，不能很好地指导和培养学生如何“分析和解决问题”。

随着素质教育的不断深化，数学能力也在发生着变化。新课程突出创新教育的目标，提出培养学生“用数学的眼光去认识自己所生活的环境与社会”，使其能运用数学的知识、方法去分析事物、思考问题、解决问题，形成用数学的意识。“数学教学目标”从数学思考和问题解决两个方面细化了数学能力的内涵。如，独立思考能力、几何直观和运算能力、合情推理和演绎推理能力、选择合适算法的能力、数学表达能力、与他人合作交流能力、数学建模能力、应用意识和实践能力等。

对数学教育功能进行深入理解，对数学能力的认识也会更全面、更具体、更明确。在数学能力的发展中，尤其注重创新能力的发展。随着现代科学技术和社会的发展，单靠学校里所学有限的数学知识，是不足以独立应付将来的学习、生活和工作需要的。培养学生所需要的数学能力是教学的核心。

3. 关于情感态度

心理学研究表明，个体的动机、情感、意志、气质等非智力因素不仅对智力开发有着很大影响，而且自身也是教学的目标之一。总之，教学中使学生在数学活动的过程中去体验、感受和领悟等，不仅能使学生获取数学知识，同时获取的将是自信心、责任感、求实态度、良好习惯、审美情趣、科学精神等，这些远比升学重要的公民素质。

4. 关于目标的表述

过去一般用“了解”“理解”“掌握”“灵活运用”这四个词来控制课堂教学目标的深度和广度。新课程标准中，不仅使用了这四个动词表述知识技能的目标，而且首次使用了“经历（感受）”“体验（体会）”“探索”等刻画数学活动水平的目标动词。如，“经历探究物体与图形的形状、大小、位置关系和变换的过程”，“经历提出问题、收集和处理数据、作出决策和预测的过程”等。

数学教学中，教师一般能够把握的是一种“看得见、摸得着”的结果性知识技能目标，如学会一种运算、能解一种方程、知道一个定理等。而“经历……过程”的过程性目标，往往使人“摸不着边”，也许经过一段时间的活动后，并没让学生学到“实

质性”的东西，只是在“操作、思考、交流”。其实，数学思考、问题解决等目标必须在活动过程中才能达成。经历过程不单单是为了知识技能的习得结果，更是为了带给学生探索的体验、创新的尝试、实践的机会和发现的能力，这些比那些习得结果更重要。

三、数学教学原则

数学教学原则是指导数学教学的一般性原理，是进行数学教学活动应遵循的基本要求，认识和把握数学教学原则能有效地开展数学教学活动。

（一）数学教学原则的含义

教学原则是人们根据对教学规律的认识而制定的，来自于教学实践，又指导教学实践。教学规律就是教学内部所包含的矛盾关系。教学之进行、发展和提高。正是教学中各种矛盾运动的结果。教学原则就是处理教学中一些基本矛盾关系的原则。“基本矛盾”是指贯穿于整个教学过程并制约教学进程的矛盾关系。由于对教学规律的认识不同，提出的原则也不一样。如：教学中理论与实践的辩证联系，这是客观存在的教学规律，美国哲学家、教育家约翰·杜威提出“从做中学”的教学原则，我国则提出“理论联系实际”的教学原则。

教学原则受到教育、教学目标的制约。教育、教学目标明确了培养人才的规格和方向、质和量的要求，作为教学成分的教学原则必须服从于教育、教学目标。如，我国新世纪的教育目的以提高国民素质为宗旨，以培养学生的创新精神和实践能力为重点。造就“有理想、有道德、有文化、有纪律”的德、智、体、美、劳全面发展的社会主义事业的建设者和接班人，为实现教育目的，提出“科学性与思想性相统一”“传授知识与发展能力相统一”等原则。

综合分析，我们认为，数学教学原则就是依据数学教育目的、数学教学目标，反映数学教学规律，综合数学教学实践，为解决数学教学的基本矛盾而制定的指导数学教学的基本要求。数学教学原则的本质特征就是转化贯穿于整个数学教学过程中的基本矛盾关系，是具体的可操作的策略性知识，是促进数学学习和教学活动有效开展的条件，数学教学既要遵循一般教学原则，又要遵循区别于其他学科的特殊教学原则。因此，本节在讨论一般教学原则对数学教学指导的同时，着重讨论基础教育阶段处理数学教学过程中基本矛盾的原则。

（二）数学教学的具体原则

在国内外教育学和数学教育学方面的著作中有关教学原则的论述，因各自时代不同，研究的角度和理论基础不同，教学原则的表述、条目等各不相同。针对数学课堂教学的特殊性，我们认为存在于数学课堂教学中的基本矛盾关系有三个，即数学教学内容与学生原有水平之间的矛盾关系；数学教师教的主动性与学生学的适应性之间的矛盾关系；数学课程的数学特征与教育特征之间的矛盾关系。这三个方面的矛盾长久和稳定的存在于数学教学的全过程。这些矛盾运动的结果导致数学教学不断前进。

1.一般教学原则

教学原则既是教学活动的出发点,又是教学活动的总调节器。在此,先对一般教学原则的基本内容加以介绍。

在我国,基础教育阶段数学教学中遵循的一般教学原则主要有:

(1)为解决数学课程的数学特征与教育特征之间的矛盾关系,一般教学原则主要有,科学性和思想性相统一原则;传授知识与发展能力相统一原则;智力因素与非智力因素相统一的原则等。

(2)为解决数学教学内容与学生原有水平之间的矛盾关系,一般教学原则主要有:可接受性原则;直观性原则;因材施教原则;循序渐进原则;及时反馈原则等。

(3)为解决数学教师教的主动性与学生学的适应性之间的矛盾关系,一般教学原则主要有:启发式原则;教师主导作用与学生自觉性、积极性相统一原则等。

教学原则的指导作用并不是彼此独立的,而是有机地组合在一起所发挥的整体指导作用。每条教学原则都有自己的具体内涵和运用时的基本要求。由于一般教学原则在一般教育学中已有充分讨论,以下仅对启发式教学原则在数学教学中的应用进行具体阐述。

启发式原则是教师遵循认识规律,从学生的实际情况出发,在充分发挥教师主导作用的前提下,激发学生的求知欲和学习兴趣,引导学生积极思考、主动获取知识的一种原则。此原则是为教师主动挖掘学生的动力源而提出的策略,其反面是注入式,又称填鸭式。启发式原则是教学中最重要、最基本、应用最为广泛的指导思想,应贯穿在教学活动的全过程。

教学中的启发思想有“愤悱术”和“产婆术”。两种方式都强调通过教师的向导作用来引导学生主动积极地学习,但是启发的基本方式不同。

“愤悱术”是我国古代教育思想家孔子(公元前551—前479年)提倡的。他主张“不愤不启,不悱不发。”《学记》发展了孔子的这一思想,提出了启发诱导的三条原则:“道而弗牵,强而弗抑,开而弗达。”即在教学过程中教师要引导学生而不要牵着学生走,要激励学生而不要压抑学生,要指点学生的学习而不要代替学生作出结论。“愤悱术”展开的基本方式是“愤—启”和“悱—发”,因此,注重教师启发的时机,关注学生的独立思考和自由探究,在关键点处适时点拨、暗示,教学中难以把握。

“产婆术”是古希腊著名的思想家苏格拉底(公元前469—前399)提倡的。他自认为是知识的“助产师”,惯于采用问答法,通过诘难使对方陷于矛盾,逐渐修正意见,从而产生真理。“产婆术”展开的自然性、合理性,教学中易于把握。

2.数学教学的特殊原则

数学教学的特殊原则是针对中学生学习数学的特点与过程,为解决数学教学中存在的基本矛盾而提出的基本要求。特殊原则一般包含如下三条:模型抽象与经验背景相结合的原则;形式表达与思维训练相结合的原则;独立钻研与合作探讨相结合的原则。

(1) 模型抽象与经验背景相结合原则

①原则的内涵

这一原则，既反映了数学科学的特点，又反映了学生的认识过程和认识水平。是针对数学内容抽象的存在方式与学生原有水平之间的矛盾关系而提出的基本要求。

首先，这是由数学科学的抽象特征决定的。广义地说，一切数学的概念、命题等都是模型。实数系是时间的模型，几何学是现实空间的模型等。数学教学正是数学模型的教学。数学活动就是在数学模型的抽象水平上进行的，即使是最简单的数学概念也是抽象思维的产物。数学模型的抽象是从具体事物的数量关系和空间形式入手，经过分类、概括，选择适当的概念和形式化的符号语言进行表示。数学的抽象程度就体现在低抽象度的元素是高抽象度的元素的具体模型。例如，数字是抽象字母的具体模型，而字母又是抽象函数的具体模型。以学生的经验背景为抽象的逻辑起点，为模型的抽象提供具体的原型。

其次，这是由学生的认识规律和已有水平决定的。首先，学生认识数学理论，是从他的生动直觉开始的。模型的抽象建立在学生的具体的经验基础之上，为学生提供了感性认识的基础，为学生的思维提供一个好的切入点，为学生学习活动找到一个好的载体，符合学生的认识基础。学生的经验背景不仅包括看得见、摸得着的实际材料，而且包括数学知识和数学活动的经验成分。另外，“影响学习的唯一的最重要的因素，就是学习者已经知道了什么”（奥苏伯尔语），在学生已有水平之上进行数学才能激发学生有意义学习的心向，有助于学生进入“愤”“悱”状态。

再者，这是由数学广泛的应用性决定的。数学具有抽象性，同时也就具有了广泛的应用性。当学生初步获得数学模型的认识后，使其落脚在学生的经验背景之上，这不仅是确认模型正确性的一种方式，也是让学生感知数学价值的一种途径。数学模型不应当被单纯视为抽象的符号运算、图形分解与证明，它还反映了现实情境中所存在的各种关系。例如，函数，不仅要讨论其抽象的“三要素”、单调性、对称性等，更要将其看成刻画现实事物变化规律（运动变化）的模型，应突出函数的本质，即是一种特殊的“关系”。

②贯彻原则的基本要求

此原则的贯彻，应采用从具体模型→初步形成的新的数学模型→再到具体模型的路线，结合学生的经验背景进行。

结合学生的生活经验，运用生动、形象的现实材料或实物模型来引入和阐明新的概念和原理等内容。例如，通过新闻中的“降水率”、西瓜“成熟率”等实际生活中常见的生活现象引入“概率”内容，使学生正确理解随机事件发生的不确定性及频率的稳定性，澄清日常生活中一些错误认识。

教学一方面可以让学生了解到数学的许多概念和原理是从现实世界中抽象概括出来的。如通过中国境内太湖的分类引入集合的概念；从对高速公路通车总里程和加

油站等现实问题的思考,让初中生体验到生活中处处充满变量间的依赖关系。

再就是从学生已有的“数学”经验或其他知识经验背景中去发掘具体原型,有助于知识的同化与顺应,建立数学知识的内在联系以及与其他学科知识的关联。由于数学模型是逐级抽象的,并非每一抽象理论都反映具体的实际现象。如用分蛋糕来解释简单的分数的大小和运算很有用,可复杂的计算如因式分解的理论与方法,只能按照运算的法则和公式进行,帮助学生用内心已有的体验来学习数学。不能误认为与学生经验背景相结合就是将数学知识“生活化”。在过去的数学教学中往往忽视数学与生活密切相关。新课程十分重视数学与生活的联系,如“强调从学生已有的生活经验出发,让学生亲身经历将实际问题抽象成数学模型,并加以解释与应用”。但与生活情境的不恰当联系、过分的引入等都会影响数学知识的学习,同样是不可取的。

(2) 形式表达与思维训练相结合的原则

①原则的内涵

这一原则既反映了数学自身的价值,又反映了学生的发展要求,是针对数学课程的数学特征与教育特征之间的矛盾关系提出的基本要求。

首先,这是由数学自身的价值决定的。数学不仅表现为结构上的逻辑演绎性、呈现方式的形式化特征,还表现为形象性的动态实验过程特征。数学抽象的形式化特征,并不仅仅是一堆毫无意义的符号堆砌,而是在于其形式化语言的应用价值,在于其内容所体现的数量模型的广泛应用性,在于其对培养人的逻辑思维和创新思维的作用。对于学生来说,假如学了很多形式数学,却不能用统计方法去解释评委评分时要“去掉最高分与去掉最低分”的原因,那就失去了数学学习的意义。学生不仅要学习演绎的形式化的数学知识,更要学习形成数学的动态的思维过程。为了防止形式与内容相脱节,在学习形式化的表达的同时,要有意识地揭示数学化、形式化的思维过程,这样才能理解数学的本质内涵。

其次,这是由学生的发展需要决定的。基础教育阶段的数学教育是一种公民教育,对大多数人来说,是要通过数学的形式来学习数学的内容,从而学会相应的应用数学的活动。学生升学或就业后,一些人需要学习或研究更多的数学,对他们而言,是否掌握形式化的数学知识非常重要;另一些人(他们是受教育者中的绝大多数)虽然掌握数学可能是一种需要(如国家公务员中数学考试),但更多的是未来生存的需要。

这就表明,虽然学习形式化表达是数学学习的一项基本要求,但不能将生动活泼的数学思维活动淹没在形式化的海洋里,数学教育应当帮助学生学会数学的思维,从而为学生的终身学习打下良好的基础。

②贯彻原则的基本要求

此原则的贯彻要求教学中以形式化知识体系的学习为载体,从数学思维的内容和思维方式等方面全方位的训练和培养学生的思维能力,从而使学生会用数学思维去思考和解决问题。