



21世纪高等教育“十三五”规划新教材

“互联网+”创新型规划教材

# 工程力学

主编 周乔 邓琪



将“互联网+”思维融入教材



纸质教材与数字资源有机整合



扫描二维码链接丰富学习资源



方便学生随时随地移动学习

天津出版传媒集团



天津科学技术出版社

21 世纪高等教育“十三五”规划新教材  
“互联网 + ” 创新型规划教材

# 工程力学

主 编 周 乔 邓 琪



将“互联网+”思维融入教材



纸质教材与数字资源有机整合



扫描二维码链接丰富学习资源



方便学生随时随地移动学习

天津出版传媒集团

 天津科学技术出版社

## 内容提要

本书根据高等院校专业力学课程教学的基本要求,结合高等职业  
教学改革的实践经验,为适应学生的实际需要编写而成。能够贴合实  
践,也更易于学生在学习的过程中理解与掌握学习内容。本教材突出  
实用性、针对性和适用性,重视由浅入深和理论联系实际,内容通俗  
易懂、简明扼要,图文配合紧密。

## 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/周乔,邓琪主编. —天津:天津科学  
技术出版社,2013.8 (2017.1重印)

ISBN 978-7-5308-8183-5

I. ①工… II. ①周… ②邓… III. ①工程力学  
IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第179522号

责任编辑:范朝辉

责任印制:王莹

天津出版传媒集团

 天津科学技术出版社出版

出版人:蔡颢

天津市西康路35号 邮编 300051

电话(022)23332390(编辑室)

网址:www.tjkjcs.com.cn

新华书店经销

北京增富印务有限公司印刷

开本 889×1194 1/16 印张 14 字数 408 000

2017年1月第1版第2次印刷

定价:42.00元

天津出版传媒集团

天津科学技术出版社

# 前言

工程力学主要研究结构和构件在荷载作用下的强度、刚度和稳定性问题，其任务是使结构或构件在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，为构件选择适宜的材料，确定合理的截面形状和尺寸，达到既安全又经济的目的。工程力学是建筑结构、工程施工技术等课程的基础。作为结构设计人员，只有掌握工程力学知识，才能正确地对结构进行受力和力学计算，达到设计要求。作为施工技术人员及施工管理人员，只有掌握工程力学知识，了解结构和构件的受力情况以及在这些力的作用下是否会发生破坏，才能避免质量和安全事故的发生，保证工程施工正常进行。因此，工程力学知识也是工程设计人员和施工技术人员必不可少的专业基础知识。

本教材是根据专业力学课程教学的基本要求，吸取职业教育教学改革的实践经验，为学生的实际需要编写而成的。在编写过程中围绕工程力学应用型人才的培养目标，本着理论叙述从简，突出工程应用的原则，力求做到内容通俗易懂，简明扼要，由浅入深。本书选择示例与习题注重结合工程实例，这便于学生理解与掌握。

工程力学有较强的系统性，各部分内容之间联系紧密，初学者在学习过程中应循序渐进，要认真理解基本概念，基本理论和基本方法。要注意所学概念的来源、含义和力学意义及其应用。要注意分析问题的思路和解决问题的方法。在学习中要认真研究并独立完成一定数量的思考题和习题，以巩固和加深对所学知识的理解和应用。

本教材由周乔、邓琪主编。由于编者水平有限，书中存在的不足之处，敬请专家及读者批评指正，以使其不断完善。

编者

前言

内容提要

## 本书编委会

主编：周 乔 邓 琪

副主编：韩永胜 刘 波 张思敏

杨 洁 许卫华 王新全

# 目 录

## Contents

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 项目十四 力 矩            | 165 |
| 任务一 静定结构与超静定结构的概念   | 165 |
| 任务二 力矩的基本原理         | 165 |
| 任务三 力矩的平衡方程         | 165 |
| 任务四 等截面杆的超静定结构的计算成果 | 165 |
| 项目十五 位 移 法          | 170 |
| 任务一 位移法的基本原理        | 170 |
| 项目一 绪 论             | 1   |
| 任务一 工程力学的研究对象       | 2   |
| 任务二 工程力学的任务         | 4   |
| 任务三 荷载的分类           | 5   |
| 项目二 静力学基础           | 6   |
| 任务一 力的概念            | 6   |
| 任务二 静力学公理           | 7   |
| 任务三 力矩              | 8   |
| 任务四 力偶及平面力偶系的合成     | 9   |
| 任务五 力的平移定理          | 12  |
| 任务六 约束与约束反力         | 13  |
| 任务七 受力图             | 16  |
| 项目三 力系的合成与平衡        | 22  |
| 任务一 平面汇交力系的合成与平衡    | 22  |
| 任务二 平面一般力系的合成与平衡    | 25  |
| 任务三 考虑摩擦时物体的平衡问题    | 28  |
| 任务四 空间力系            | 31  |
| 项目四 材料力学的基本概念       | 38  |
| 任务一 变形固体的基本假设       | 38  |
| 任务二 内力、截面法和应力概念     | 39  |
| 任务三 杆件变形的基本形式       | 40  |
| 项目五 轴向拉伸和压缩         | 42  |
| 任务一 轴向拉伸和压缩杆的内力     | 42  |
| 任务二 轴向拉伸和压缩杆的应力     | 44  |
| 任务三 轴向拉伸和压缩杆的变形     | 46  |
| 任务四 材料在拉伸和压缩时的力学性能  | 48  |
| 任务五 轴向拉(压)杆的强度计算    | 53  |
| 项目六 连接件的强度计算        | 58  |
| 任务一 剪切与挤压的概念        | 58  |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 任务二 剪切与挤压的实用强度条件 .....      | 59  |
| <b>项目七 扭 转</b> .....        | 62  |
| 任务一 扭转时的内力及强度计算 .....       | 62  |
| 任务二 扭转时的变形和刚度计算 .....       | 65  |
| <b>项目八 梁的弯曲</b> .....       | 69  |
| 任务一 平面弯曲和梁的类型 .....         | 69  |
| 任务二 梁弯曲时的内力计算 .....         | 69  |
| 任务三 梁的内力图 .....             | 72  |
| 任务四 梁段上的荷载与内力图特征的关系 .....   | 76  |
| 任务五 梁的正应力计算 .....           | 79  |
| 任务六 梁的正应力强度计算 .....         | 83  |
| 任务七 梁的剪应力及强度计算 .....        | 88  |
| 任务八 梁弯曲时的变形和刚度计算 .....      | 90  |
| <b>项目九 组合变形</b> .....       | 101 |
| 任务一 斜弯曲 .....               | 101 |
| 任务二 拉伸（压缩）与弯曲组合变形 .....     | 103 |
| 任务三 偏心压缩与偏心拉伸 .....         | 105 |
| <b>项目十 压杆稳定</b> .....       | 109 |
| 任务一 压杆稳定的概念 .....           | 109 |
| 任务二 细长压杆的临界压力·欧拉公式 .....    | 110 |
| 任务三 压杆的临界应力 .....           | 112 |
| 任务四 压杆的稳定计算 .....           | 116 |
| <b>项目十一 结构的几何组成分析</b> ..... | 122 |
| 任务一 几何不变体系和几何可变体系 .....     | 122 |
| 任务二 几何不变体系的组成规则 .....       | 124 |
| 任务三 结构组成分析方法 .....          | 128 |
| 任务四 静定结构与超静定结构 .....        | 134 |
| <b>项目十二 静定结构的内力计算</b> ..... | 137 |
| 任务一 多跨静定梁的内力计算 .....        | 137 |
| 任务二 静定平面刚架的内力计算 .....       | 139 |
| 任务三 静定平面桁架的内力计算 .....       | 142 |
| 任务四 静定拱的内力分析 .....          | 146 |
| <b>项目十三 静定结构的位移计算</b> ..... | 153 |
| 任务一 概 述 .....               | 153 |
| 任务二 静定结构在荷载作用下的位移计算 .....   | 153 |
| 任务三 图乘法计算位移 .....           | 160 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 项目十四 力 法           | 166 |
| 任务一 静定结构与超静定结构的概念  | 166 |
| 任务二 力法的基本原理        | 167 |
| 任务三 力法的典型方程        | 169 |
| 任务四 等截面单跨超静定梁的计算成果 | 173 |
| 项目十五 位 移 法         | 176 |
| 任务一 位移法的基本原理       | 176 |
| 任务二 位移法的基本结构和基本未知量 | 177 |
| 任务三 位移法的典型方程       | 179 |
| 项目十六 力矩分配法         | 184 |
| 任务一 力矩分配法的基本概念     | 184 |
| 任务二 力矩分配法计算多跨连续梁举例 | 189 |
| 项目十七 影 响 线         | 193 |
| 任务一 影响线概述          | 193 |
| 任务二 影响线的应用         | 197 |
| 任务三 内力包络图          | 202 |
| 附录 常用型钢规格表         | 210 |
| 参考文献               | 216 |

# 项目一 绪 论

力学是研究物质机械运动规律的一门学科，是最古老的科学之一。早在公元前4至3世纪中国春秋时期，在墨翟及其弟子的著作《墨经》中，就有了关于力的概念，以及杠杆的平衡、重心、浮力、强度和刚度的概念。

18世纪，科学家借助于当时取得的数学进展，使力学取得了十分辉煌的成就，在整个知识领域中起着支配作用。到18世纪末，经典力学的基础（静力学、运动学和动力学）得到极大的完善。

19世纪，欧洲完成了工业革命，大机器工业生产对力学提出了更高的要求。为适应当时土木工程建设、机械制造和交通运输的发展，解决建筑、机械中出现的大量强度和刚度问题，材料力学、结构力学和流体力学得到了发展和完善。

20世纪上半叶，航空、航天方面，飞机成为重要的交通工具，人造地球卫星成功发射，使得空气动力学得到迅猛发展，成功地解决了各种飞行器的空气动力学性能问题、推进器动力学问题、飞行稳定性等问题。

在这一时期，固体力学由古老的材料力学、19世纪发展起来的弹性力学和结构力学及20世纪前期的塑性力学融合而成，且发展很迅速，很快又建立和开辟了弹性动力学、塑性动力学等新的领域。空气动力学则是流体力学在航空、航天事业推动下的主要发展。

20世纪60年代以来，力学同计算技术和其他自然科学学科广泛结合，进入了现代力学的新时代。计算机超强的运算能力使得过去力学中大量复杂、困难而使人不敢问津的问题由此有了解决的希望。60年代兴起的有限元法，发源于结构力学。一个复杂的连续体结构，经离散化处理为有限单元的组合后，计算机便可对这种复杂的结构系统计算出结果来。有限元法一出现，就显示出无比的优越性，被广泛地应用于力学的各个领域。

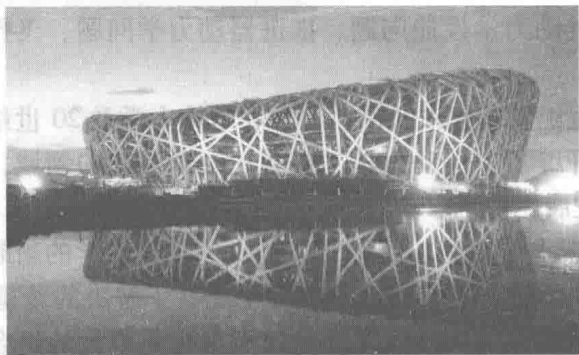
总之，力学和工程是紧密结合的。力学在研究自然界物质运动普遍规律的同时，其成果不断地服务于工程，促进工程技术的发展；反之，由于工程技术进步的要求，也不断地向力学工作者提出新课题，在解决这些课题的同时，力学自身也不断地得到丰富与发展。

工程力学作为力学的一个分支，它以静力学、材料力学、结构力学中的主要内容，按照相似、相近的内容集中于一起的原则，重新组合而成，专门服务于建筑工程技术专业，它是建筑工程技术专业的一门技术基础课，广泛应用于冶金、水利、公路、铁路、石油、化工和航天、航空等工程中。由于改革开放以来，这些行业都得到飞速的发展，高层建筑、超高层建筑、大跨度桥梁层出不穷，这样对力学的要求也越来越高，工程力学也随之得到发展。比如：钢结构的出现，使大跨度的钢架桥梁得到迅猛发展，如上海卢浦大桥，超大跨度的桥梁需要技术人员的智慧设计出合理的受力结构形式，避免其承受异乎寻常的巨大内力。如北京国家体育场——鸟巢，其造型新颖优美，受力复杂，在施工中需要复杂的技术支持满足其施工过程中精确的受力要求。超高层建筑的出现，如上海环球金融中心，使得复杂的力学结构计算必须应用计算机的高速运算能力，促进了力学电算化的发展。

今天，人们已经普遍认识到，要使建筑工程建设不断在既有水平上得到提高和发展，就必须对工程力学进行研究；要使建筑工程设计既保障工程安全可靠，又能省钱，建筑工程建设人员就应熟练地掌握工程力学，只有这样才能灵活、合理地解决建筑工程设计、施工中遇到的问题。



上海卢浦大桥



北京国家体育场——鸟巢



上海环球金融中心

## 任务一 工程力学的研究对象

在土木工程中，由建筑材料按照一定的方式组成、能承受荷载并起骨架作用的部分称为结构。组成结构的各单独部分称为构件。例如图 1-1 (a) 所示，单层工业厂房结构中的屋面板、柱、吊车梁、基础等均为构件。

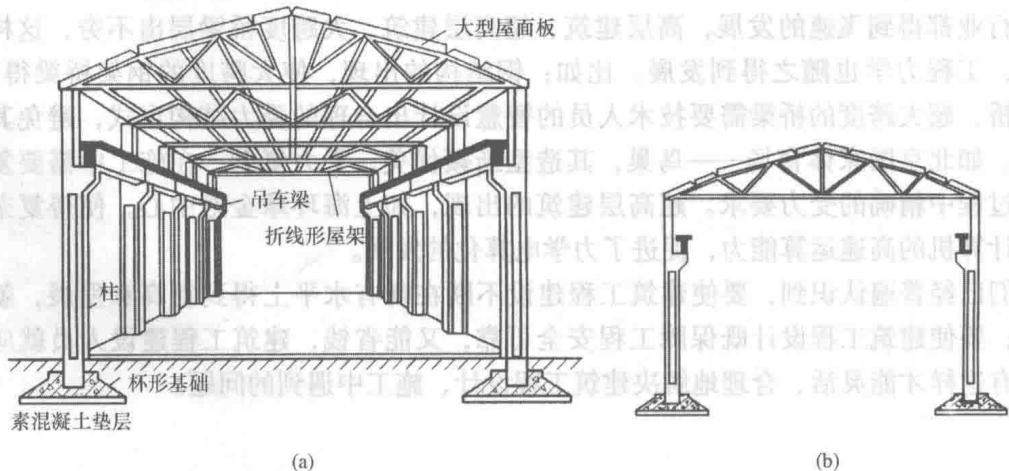


图 1-1 单层工业厂房结构体系

(a) 单层工业厂房结构构件组成；(b) 横向承重排架

工程力学以杆系结构为研究对象,重点研究平面杆系结构。常见的平面杆系结构主要有以下几种类型。

### 1. 梁

梁是一种以弯曲变形为主的构件。图 1-2 是四种类型的梁:简支梁 [图 1-2 (a)]、多跨静定梁 [图 1-2 (b)]、单跨超静定梁 [图 1-2 (c)] 和多跨超静定梁 [图 1-2 (d)]

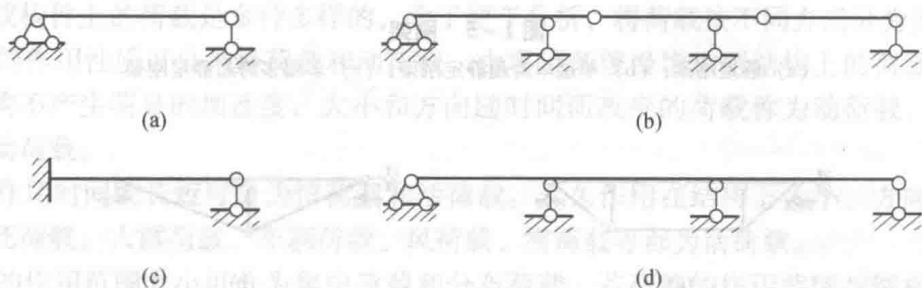


图 1-2 梁

(a) 简支梁; (b) 多跨静定梁; (c) 单跨超静定梁 (d) 多跨超静定梁

### 2. 拱

拱是由曲杆组成且在竖向荷载作用下能产生水平支座反力的结构。图 1-3 (a) 是静定的三铰拱,图 1-3 (b) 为超静定的无铰拱。

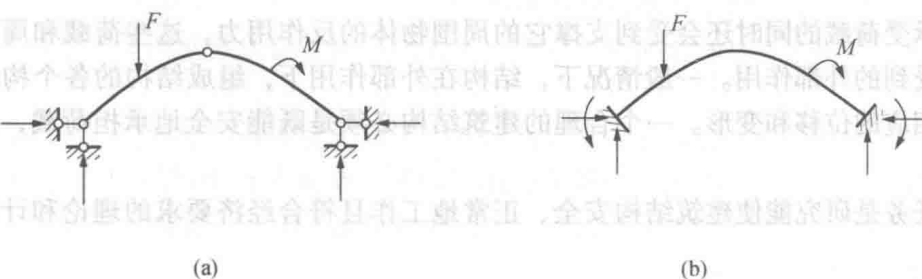


图 1-3 拱

(a) 静定三铰拱; (b) 超静定无铰拱

### 3. 桁架

桁架是由直杆组成,各杆端以理想铰连接而成。在节点荷载作用下,各杆只有轴力。图 1-4 (a) 为静定桁架,图 1-4 (b) 为超静定桁架。



图 1-4 桁架

(a) 静定桁架; (b) 超静定桁架

### 4. 刚架

刚架是由梁和柱组成,以弯曲变形为主的结构。图 1-5 (a) 为静定刚架,图 1-5 (b) 和图 1-5 (c) 分别为单层单跨和多层多跨超静定刚架。

### 5. 组合结构

组合结构的特点是:结构中有些杆件只承受轴力,有些杆件以弯曲变形为主。图 1-6 (a) 为静定组合结构,图 1-6 (b) 为超静定组合结构。

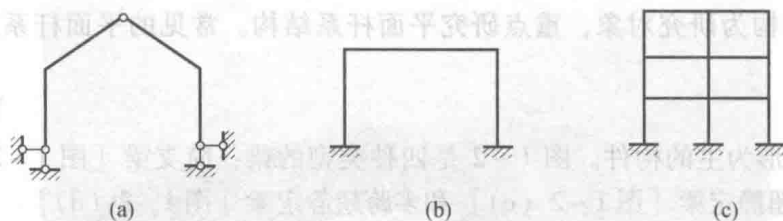


图 1-5 刚架

(a) 静定刚架; (b) 单层单跨超静定刚架; (c) 多层多跨超静定刚架

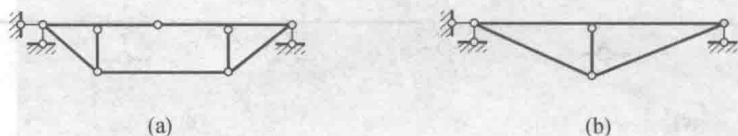


图 1-6 组合结构

(a) 为静定组合结构; (b) 为超静定组合结构

## 任务二 工程力学的任务

建筑结构在承受荷载的同时还会受到支撑它的周围物体的反作用力, 这些荷载和周围物体的反作用力都是建筑结构受到的外部作用。一般情况下, 结构在外部作用下, 组成结构的各个构件都将受到力的作用, 并且产生相应的位移和变形。一个合理的建筑结构必须是既能安全地承担荷载, 又能最经济地使用材料。

工程力学的任务是研究能使建筑结构安全、正常地工作且符合经济要求的理论和计算方法。具体任务如下。

(1) 研究物体的受力分析、力系简化与平衡的理论。

这是工程力学的静力学基础。

(2) 研究结构和构件在荷载作用下内力的计算方法, 以保证结构有足够的强度。

所谓强度, 是指材料抵抗破坏的能力。人们都知道结构在过大的荷载作用下可能损坏, 例如厂房中的吊车梁, 在吊车起吊重物时可能因为强度不足发生弯曲断裂, 这是绝对不允许的。因此, 进行强度计算的目的在于保证结构在正常工作情况时不会发生破坏, 同时也符合经济的要求。

(3) 研究结构和构件在荷载作用下变形的计算方法, 以保证结构有足够的刚度。

所谓刚度, 是指结构抵抗单位变形的能力。一个结构在荷载作用下, 虽然有了足够的强度, 但变形过大, 会影响正常使用或人们的安全感和舒适感。例如在吊车梁起吊重物时, 吊车梁产生的弯曲变形过大时, 就会影响吊车的正常行驶。进行刚度计算的目的在于保证结构不发生使用上不允许的过大变形。

(4) 研究结构的稳定性, 以保证结构不会发生失稳破坏。

所谓稳定性, 是指结构保持原有平衡状态的能力。如果结构中的受压构件 (例如柱子) 比较细长, 当压力超过一定限度时, 构件不能维持原来直线形式的平衡状态, 发生突然弯曲, 从而导致结构的破坏, 这种现象称为“失稳”。稳定计算的目的是保证结构不发生失稳现象。

工程力学的主要任务是研究力系的简化和平衡问题, 研究几何不变体系的几何组成规则, 研究结构及其构件的强度、刚度、稳定性, 在安全和经济原则下为结构和构件的设计提供必要的理论基础和计算方法。

脂基學式續 二目頁

作用在结构或构件上的荷载是多种多样的，为了便于分析，将荷载按不同方式分为如下几种类型。

(3) 按荷载的作用范围大小可分为集中荷载和分布荷载。若荷载的作用范围与结构的尺寸相比很小时, 可认为荷载集中作用于一点, 这种集中作用于一点的荷载称为集中荷载; 如车轮对地面的压力、柱子对面积较大的基础的压力等都为集中荷载; 分布作用在体积、面积和线段上的荷载称为分布荷载。如结构的自重、风荷载、雪荷载等都为分布荷载。

## 项目二 静力学基础

### 任务一 力的概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用的效应使物体的运动状态和形状尺寸发生改变。例如:人推小车,小车就从静止开始运动;落锤锻压工件时,工件就会产生变形。使物体的机械运动发生变化,称为力的外效应;使物体产生变形,称为力的内效应。

力的这两种效应并不是单独发生的,而是同时发生。静力学部分仅研究力的外效应,即研究物体的运动规律(包括平衡)时,可以忽略不计形状尺寸改变对运动状态改变的影响,把物体抽象为不变形的理想化模型——刚体,这是物体抽象化的一个最基本的力学模型。

实践表明,力对物体的作用效应决定于三个因素:

(1) 力的大小 它是指物体间机械作用的强弱,度量力的大小,本书采用国际单位制(SI),力的单位是牛顿,用符号N来表示,或千牛顿用符号kN表示。

(2) 力的方向 它包含方位和指向两个方面,如谈到某钢索拉力竖直向上,竖直是指力的方位,向上是说它的指向。

(3) 力的作用点 它是指力在物体上作用的地方,实际上它不是一个点,而是一定面积或体积。当力的作用面积很小时,就看成一个点。如钢索起吊重物时,钢索的拉力就可以认为力集中作用于一点,而称为集中力。当力作用于一块较大的面积时,如蒸汽对活塞的推力,就称为分布力。当物体内每一点都受到力的作用时,如重力,就称为体积力。

上述三因素称为力的三要素。这三个要素中,只要有一个发生变化,力的作用效应就随之发生改变。

力是一个矢量,既有大小又有方向的量,常用一个带箭头的线段来表示力的三要素。如图2-1所示,线段的长度表示力的大小(按一定的比例尺),线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点或终点表示力的作用点。通常用黑体字母表示力矢量(手写时在字母上加箭头或短横线),而与之对应的普通体字母仅表示力的大小。

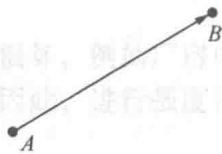


图2-1

实际的工程结构和机器,都是同时受到很多个力的作用,作用在物体上的一群力称为力系。按照力系中各力作用线间的相互关系,力系可分为:

- (1) 汇交力系 各力作用线或作用线的延长线相交于一点。
- (2) 平行力系 各力作用线相互平行。
- (3) 任意力系 各力作用线既不相交于一点,又不相互平行。

按照力系中各力作用线的分布范围,上述三种力系各自又可分为平面力系和空间力系两类,其中平面汇交力系是最简单、最基本的一种力系,而空间任意力系则是最复杂、最一般的力系。

如果一物体在力系作用下处于平衡状态,即物体相对于地球保持静止或做匀速直线运动,则称这一力系为平衡力系。如一力系用另一力系代替而对物体产生相同的外效应,则称这两个力系互为等效力系。若一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力,而该力系中的各力称为此力的分力。

## 任务二 静力学公理

### 公理一：二力平衡公理

刚体仅受两个力作用而平衡的充分必要条件是：两个力大小相等，方向相反，并作用在同一直线上，如图 2-2 所示。即

$$F_1 = -F_2$$

需要指出的是，二力平衡条件只是用于刚体，它对刚体而言是必要与充分的，但对于变形体而言却只是必要而不充分。如图 2-3 所示，当绳受两个等值、反向、共线的拉力时可以平衡，但当受两个等值、反向、共线的压力时就不能平衡了。

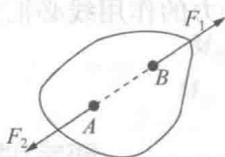


图 2-2 二力平衡

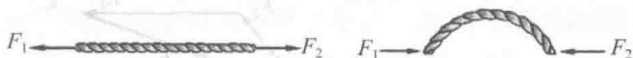


图 2-3

### 【公理一的应用】

凡是只在两个点受力，且不计自重的平衡物体称为二力构件或二力杆。由二力平衡公理可知，无论二力杆是直的还是弯的，其所受的二力必沿两受力点的连线且等值反向，如图 2-4 所示。

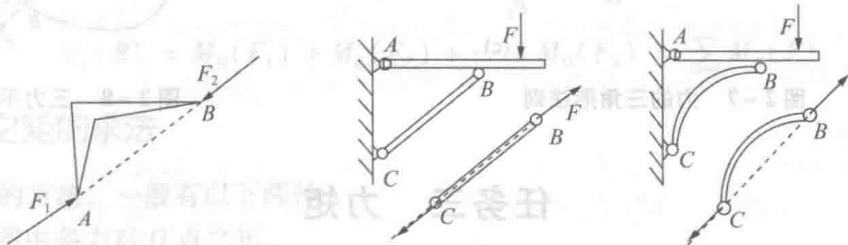


图 2-4 二力杆

### 公理二：作用和反作用定律

两物体间的相互作用力总是大小相等、方向相反、沿同一直线，且分别作用在这两个物体上。如图 2-5 所示，用绳子悬挂灯，其中  $F$  与  $F'$ 、 $P$  与  $P'$  为两对作用力与反作用力。该公理说明，力总是成对出现的，有作用力就必有反作用力，二者同时存在并同时消失。必须指出二力平衡描述的是作用在同一物体上二力的平衡条件，而作用力和反作用力是分别作用在两个物体上，研究的是“两个物体”，与二力平衡有本质的区别。

### 公理三：加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系中，加上或减去任意一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的效应。

加减平衡力系公理主要用来简化力系。但必须注意，此公理只适于刚体而不适于变形体。

### 【公理三的推论】力的可传性原理

作用于刚体上的力，可沿其作用线移至刚体上的任一点，而不改变它对刚体的效应。如图 2-6 所示。

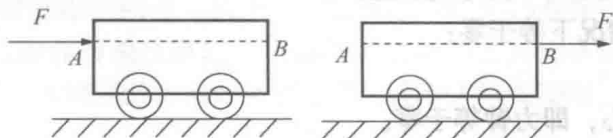


图 2-6 力的可传性

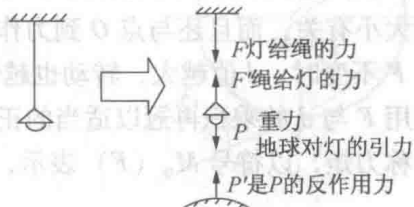


图 2-5 作用力与反作用力

力对刚体的效应与力的作用点在其作用线上的位置无关。因此,作用于刚体上力的三要素是:力的大小、方向、作用线。

#### 公理四:力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成一个合力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定。其矢量表达式为

$$F_R = F_1 + F_2$$

根据公理求合力时,通常只须画出半个平行四边形就可以了。如图 2-7 (b)、(c) 所示,这样力的平行四边形法则就演变为力的三角形法则。

平行四边形法则又称为矢量加法,它不仅适用于力的合成,对所有矢量(如速度等)的合成均适用。

#### 【公理四的推论】三力平衡汇交定理

若刚体受到同平面内三个互不平行的力的作用而平衡时,则该三个力的作用线必汇交于一点。如图 2-8 所示。

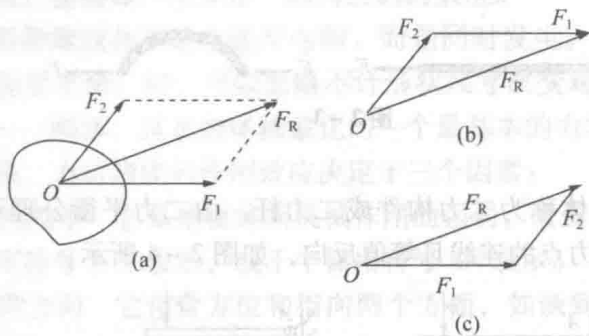


图 2-7 力的三角形法则

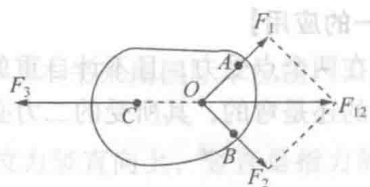


图 2-8 三力平衡

## 任务三 力矩

### 一、力对点之矩的概念

力对物体的作用效应,除移动效应外,还有转动效应。那么力对物体的转动效应与哪些因素有关?又如何描述呢?

对点的矩是很早以前人们在使用杠杆、滑车、绞盘等机械搬运或提升重物时所形成的一个概念。现以扳手拧螺母为例来说明。如图 2-9 所示,在扳手的 A 点施加一力  $F$ , 将使扳手和螺母一起绕螺钉中心  $O$  转动,这就是说,力有使物体(扳手)产生转动的效应。实践经验表明,扳手的转动效果不仅与力  $F$  的大小有关,而且还与点  $O$  到力作用线的垂直距离  $d$  有关。当  $d$  保持不变时,力  $F$  越大,转动越快。当力  $F$  不变时, $d$  值越大,转动也越快。若改变力的作用方向,则扳手的转动方向就会发生改变,因此,我们用  $F$  与  $d$  的乘积再冠以适当的正负号来表示力  $F$  使物体绕  $O$  点转动的效应,并称为力  $F$  对  $O$  点之矩,简称力矩,以符号  $M_O(F)$  表示,即

$$M_O(F) = \pm F \cdot d$$

$O$  点称为转动中心,简称矩心。矩心  $O$  到力作用线的垂直距离  $d$  称为力臂。式中的正负号表示力矩的转向。通常规定:力使物体绕矩心作逆时针方向转动时,力矩为正,反之为负。在平面力系中,力矩或为正值,或为负值,因此,力矩可视为代数数量。

显然,力矩在下列两种情况下等于零:

- (1) 力等于零;
- (2) 力的作用线通过矩心,即力臂等于零。

力矩的单位是牛顿·米 ( $N \cdot m$ ) 或千牛顿·米 ( $kN \cdot m$ )

【例 2-1】分别计算如图 2-10 所示的  $F_1$ 、 $F_2$  对  $O$  点的力矩。

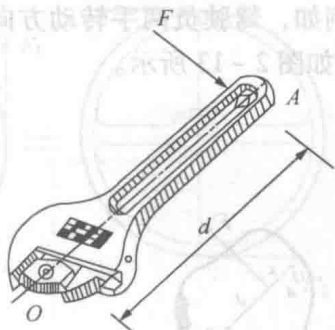


图 2-9

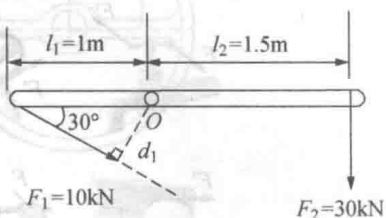


图 2-10

解:

$$M_O(F_1) = F_1 \cdot d_1 = 10 \times 1 \times \sin 30^\circ = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_O(F_2) = -F_2 \cdot d_2 = -30 \times 1.5 = -45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

## 二、合力矩定理

我们知道平面汇交力系对物体的作用效应可以用它的合力  $R$  来代替。这里的作用效应包括物体绕某点转动的效应，而力使物体绕某点的转动效应由力对该点之矩来度量，因此，平面汇交力系的合力对平面内任一点之矩等于该力系的各分力对该点之矩的代数和。

用公式可表示为

$$M_O(R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \dots + M_O(F_n) = \sum M_O(F)$$

## 三、力对点之矩的求法

求力对点之矩的方法，一般有以下两种。

【例 2-2】求图中各力对  $O$  点之矩。

根据定义式求:

解:

$$M_O(F_1) = -F_1 \times OA$$

$$M_O(F_2) = 0$$

$$M_O(F_3) = F_3 \times AB$$

$$M_O(F_4) = F_4 \times OC \cos \alpha$$

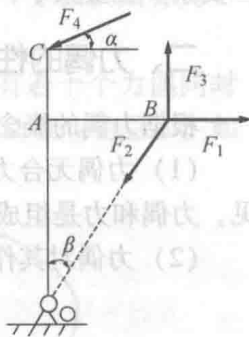


图 2-11

【例 2-3】已知力  $F_n = 1400\text{N}$ ，压力角  $\alpha = 20^\circ$ ，半径  $r = 60\text{cm}$ ，计算力  $F_n$  对圆心  $O$  之矩。

解: 根据定义式求:

$$h = r \cos \alpha = 0.6 \times \cos 20^\circ = 0.5638 \text{ m}$$

$$M_O(F_n) = F_n \cdot h = 1400 \times 0.5638 = 789.32 \text{ N} \cdot \text{m}$$

根据合力矩定义求:

将力  $F_n$  分解为圆周力  $F_t$  和径向力  $F_r$ ，则

$$M_O(F_n) = M_O(F_r) + M_O(F_t) = F_n \cdot \cos 20^\circ \cdot r = 789.32 \text{ N} \cdot \text{m}$$

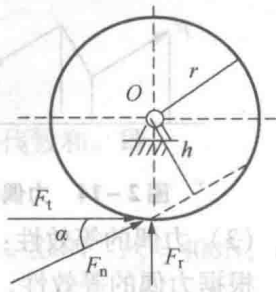


图 2-12

## 任务四 力偶及平面力偶系的合成

### 一、力偶及力偶矩

力学中，把作用在同一物体上，大小相等、方向相反但不共线的一对平行力称为力偶，记作  $(F,$