



数学家  
教你  
学数学



# 哈里奥特 教你学二次 不等式

[韩] 申庆姬 著 徐斌 译

考点精讲，高分必备

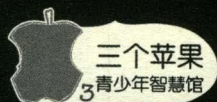
- ★二次函数和二次不等式
- ★判别式
- ★绝对不等式
- ★联立二次不等式



掌握应用，  
解概念，  
理就得这样学

★数学★

全国百佳图书出版  
时代出版传媒股份  
APCTIME  
黄山



# 哈里奥特 教你学二次 不等式

[韩] 申庆姬 著 徐斌 译



点精讲，高分必备！

- ★ 二次函数和二次不等式
- ★ 判别式
- ★ 绝对不等式
- ★ 联立二次不等式

解概念，掌握应用，攻克难题  
★ 数学 ★  
就得这样学！

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaenum & Moeum Publishing Co., through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

## 图书在版编目(CIP)数据

哈里奥特教你学二次不等式 / 【韩】申庆姬著; 徐斌译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5130-4

I. ①哈… II. ①申… ②徐… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第175882号

版权合同登记号 图字: 12151528

HALI' AOTE JIAO NI XUE ERCI BUDENGSHI

哈里奥特教你学二次不等式

【韩】申庆姬 著 徐斌 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 程景

特约编辑 刘羊 赵迪秋

装帧设计 齐娜 李斐斐

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路1118号出版传媒广场7层 230071

印刷 安徽国文彩印有限公司

版次 2016年3月第1版

印次 2016年3月第1次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 100千

印张 9.75

书号 ISBN 978-7-5461-5130-4

定价 24.00元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,  
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



推荐语

让我们站在数学巨人的肩膀上，  
以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



## 用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“二次不等式”的故事

在我们周围，相比起相同的东西来，不同的东西要多得多。用数学来表示的话，就意味着相比起等号，用不等号的时候要多得多。比如说，我们可以极其确定地说出“现在我国的人口有多少”吗？在这一分这一秒，说不定就在某一个妇产科中，一个新的生命正在诞生。即便不是如此，说不定在某一个角落，有人正在迎接死神的降临。换句话说，在某一时刻，毫无差错地了解人口的数量是相当困难的。

“用刻度尺量出数学书的宽度是18厘米。”说这句话时，这个值果真就是准确值吗？测量的时候，肯定会存在误差。也就是说，如果这个值是四舍五入之后的值，17.5厘米或18.4厘米都会变成18厘米。像这样，在我们身边接触到的事物和发生的现象当中，使用不等号来表现的情况非常多。

本书旨在通过亲切而有条理的讲解，告诉同学们如何就我们身边经常看到的这种状况，列出符合条件的不等式，并求解不等式解

的过程。在求解、解决问题的过程当中，同学们可以看到各不相同的规则和秩序。

在本书中，同学们主要是学习二次不等式，同时还可以学到带有绝对值的不等式及许多有用的不等式等。大家将会在体验数学研究范围一般化的过程中，形成自己的数学认知体系，从而树立起自信心。

阿基米德在寻求圆的面积时，为了证明其正确性，运用了不等号的概念。同学们也能以天才数学家的视角，来了解他的这一思考过程。

我们的生活中到处都有数学的影子，在数学当中，又有各自调和的秩序。并且，数学表现了这样的秩序，它可以求出适当的解，从而解决问题。

哈里奥特老师会以一颗平和的心，与大家一同开始令人神往的二次不等式的探究之旅。

申庆姬



## 课 程 导 航

### 1

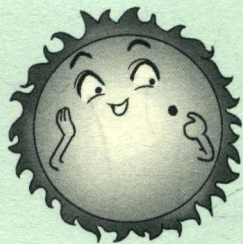
#### 这本书的不同之处

《哈里奥特教你学二次不等式》一书，是和创造并开始使用不等号的数学家哈里奥特一起学习不等式的相关知识的一本书。

此书的学习方式与现有的数学学习方式不同。现有的学习方式大都是从定义开始，然后整理，接着讲解性质并提出应用问题。此书是首先提出与实际生活相关的许多或大或小的问题，然后引出解决这些问题时需要的数学概念，接着列出符合条件的不等式，最后通过逻辑性的推演求不等式解的过程，从而自然而然地求出不等式的解。

这种学习的方式，可以帮助同学们更好地理解与其他数学概念相关的内容。而这样的理解，又为解决多种多样的问题奠定了坚实的基础。换句话说，同学们可以在实际生活中自然而然地具备数学思维了。

1. 在面对实际生活中或大或小的问题时，比起通过直接找出数学要素的方式，阅读本书可以更切身地体会数学。
2. 通过阶段性的学习，帮助同学们形成逻辑思考的能力。
3. 在求解问题之前，首先让读者自行思考，从而提高自身的解题能力。
4. 使用数字、字母、等号或不等号来表示遇到的状况，从而可以培养大家整理归纳问题的能力。
5. 通过把握例子当中潜在的性质来找寻解决方法，然后将其归纳一般化。
6. 通过与实际生活中问题的连接，感受数学的强大魅力。



### 第一课 不等式的性质和不等式的建立

在日常生活中，我们经常会碰到“比什么小，比什么快，比什么重”这样的情况。通过这些，我们首先可以了解不等号的概念。在学习二次不等式之前，先复习一次不等式的性质，然后再试着建立与生活中某些问题有关的二次不等式。并且，还可以思考一下在古代阿基米德的数学证明中用到的不等号的概念。

#### • 提前预习

——根据给出的条件，列出满足条件的式子。

——理解一次不等式的性质，并能够求解。

#### • 学习方法

——思考一下在日常生活中可能出现不等号的情况，并试着用不等号表示一下。

——复习一次不等式，理解已经学过的一次不等式的性质，并会求解。特别要注意当乘以或除以一个负数时，不等号方向的变化情况。

### 第二课 二次不等式的解法

这节课实际上是解二次不等式的一课。利用一次不等式的性质

来解二次不等式，并理解其解。

#### • 提前预习

——两个数的乘积如果是负数，两个数的正负符号各不相同。

——两个数的乘积如果是正数，两个数要么都为正数，要么都为负数。

——不等式 $a \leq b$ 意味着 $a < b$ 或 $a = b$ 。同样的，不等式 $a \geq b$ 意味着 $a > b$ 或 $a = b$ 。

#### • 学习方法

——注意所给不等式的方向，然后求出解的范围。

——和一次式相同，必须注意乘以或除以负数时，不等号方向的变化情况。

——必须得仔细讨论何时应该加上等号。

### 第三课 二次函数和二次不等式的关系

学习二次函数和二次不等式的关系。在二次不等式的左边表示的抛物线和右边表示的 $x$ 轴的关系图中，根据二次不等式的不等号方向，可以确定不等式的解。

#### • 提前预习

——能画出二次函数的图像，并了解其与 $x$ 轴的关系。

——表示直线 $x$ 轴的式子是 $y=0$ 。

### • 学习方法

——复习二次函数的图像是抛物线，并应当留意二次不等式的  
不等号方向。

——在和二次函数的交点上，根据有边界和无边界的情况，留  
意是否使用等号。

## 第四课 判别式和绝对不等式

根据二次方程的判别式，二次不等式可以变成绝对不等式。了  
解并掌握判别式值的正负与二次不等式解的关系。

### • 提前预习

——若二次方程判别式的值是正数、负数或0，二次方程则有两  
个各不相同的实根，两个各不相同的虚根或两个相等的实根。

### • 学习方法

——注意二次不等式的方向和判别式的正负，并加以学习。

## 第五课 联立二次不等式

我们在这里处理的联立二次不等式，是指的两个不等式当中，  
一个为二次不等式，另一个为一次不等式或二次不等式的情况。同  
时，学习求出各不等式的解之后，求出它们的共同集合——交集的  
过程。

### • 提前预习

——应会求二次不等式的解。

——需要理解二次方程和判别式的关系。

### • 学习方法

——了解在求各个不等式的解和它们交集的过程中，是否有遗漏的部分，是否还有更简便的表达方法。

——应留意等号的使用。

## 第六课 带有绝对值符号的不等式

学习带有绝对值的不等式。将绝对值中的式子分为正数、0以及负数的情况后求解。需要注意的是，最终应当求各情况解的共同范围。

### • 提前预习

——应熟悉绝对值符号的使用。

当 $a$ 是正数时， $|a|=a$ ；但当 $a$ 是负数时， $|a|=-a$ 。

### • 学习方法

——应确认对绝对值不等式分情况讨论时，有无遗漏的部分。

——求解时，应留意与各区间范围的联系。

## 第七课 各式各样的不等式

介绍与实际生活相关的算数平均数和几何平均数的不等式和三角不等式等多种多样的不等式。并利用这些性质，简单地解决一些新的问题。学习利用图形进行证明。

### • 提前预习

——平均，是指许多数或量的中间值，或是可以代表的值。

——应会利用“毕达哥拉斯定理”创建不等式。

——速度，是运行的距离除以运行时间所得到的单位时间内运行的距离。

### • 学习方法

——以轻松的心态和哈里奥特老师一起学习，会创建简单的不等式并证明。

——试着思考利用各不等式可以解开的问题。

## 第八课 哪一边更大呢？

介绍判定哪一边更大的两个例题。学习在比较大小的过程中所运用到的想法，并将体验到将该例子放大一般化的过程。就像这样，从一个例子出发，扩大成数学一般性结论的过程，是数学学习中值得提倡的方法。

### • 提前预习

——不仅是字母，数字也可以因式分解。

——周长一定的矩形，其面积最大的时候是当其为正方形时。

### • 学习方法

——试着在和哈里奥特老师一起学习的时候，发现解题思路。

——仔细观察所给的例子，探究从什么性质入手将其推导至一般化。

## 第九课 建造花园和荷花池

通过在学校运动场“建造花园和荷花池”问题，了解这段时间学习的不等式的性质，并可以将其运用到实际生活中。了解不等式在函数图像中代表的区域，知道代表的是函数图像的上、下、外部或内部区域的哪一部分。

### • 提前预习

——一次函数的图像是一条直线。

—— $x^2 + y^2 = r^2$ 的图像，是圆心为 $(0, 0)$ ，半径为 $r$ 的圆。

### • 学习方法

——将所提出问题的解决方法和这段时间学习的不等式的性质联系在一起。

——和朋友们讨论，分享各自的意见和想法。



## 数学家简介

托马斯·哈里奥特 ( Thomas Harriot, 1560~1621 )

哈里奥特是出生在英国的数学家、天文学家。

他著有《使用分析学》等书，

是英国最早的首屈一指的大数学家。

他不仅仅是在方程式的研究方面有名，

更因为创造不等号而闻名。

他还是第一个使用因式分解，

并对根和系数的关系进行研究的人。

他对近代代数学的奠基作出了巨大贡献。



大家好，我是哈里奥特！

首先来介绍一下自我介绍。或许大家对我的名字感到很陌生吧？比起我的名字，大家应该更了解意味着“比什么大”或“比什么小”的不等号 $>$ 、 $<$ ，对吧？创造这样的符号并第一次使用的人，正是我——哈里奥特。

在距今约450年前，我作为数学家活动的16至17世纪里，那时候有关数学的许多状况与现在是大相径庭的。那时，尚未确定的内容、用语或符号有很多。所以，没办法将自己所想的内容正确传达给别人的情况也非常多。举一个非常简单的例子，那时还有人不知道负数，甚至连当时非常有名的数学家都不能接受负数是“比没有