21世纪经济管理精品教材·经济学系列

时间序列数据分析

R软件应用

赵 华 编著

清华大学出版社

21世纪经济管理精品教材·经济学系列

时间序列数据分析

R软件应用

赵　华　编著

清华大学出版社
北　京

内容简介

时间序列数据的统计规律性研究是经济、金融、商业、市场、公共政策等领域中非常重要的问题。时间序列数据分析有助于探寻数据的变动特征，从中找出数据背后隐藏的信息，进而拟合数据变动规律的模型，预测数据的未来变化。

本书中各部分内容均先介绍时间序列数据分析的基本理论，然后以中国经济金融数据为例说明理论的具体应用，对于厌烦模型推导的读者可以忽略模型推导过程，直接阅读模型的基本结论和实例应用。

本书主要适用于高年级本科生时间序列分析课程的教材，也可作为硕士生使用R软件学习时间序列分析的入门用书。本书不仅可用于高校教学，还可作为经济、管理等实际工作部门数量分析人员研究时间序列数据的参考。

图书在版编目(CIP)数据

时间序列数据分析：R软件应用/赵华编著. --北京：清华大学出版社，2016
(21世纪经济管理精品教材·经济学系列)
ISBN 978-7-302-42864-0

Ⅰ. ①时…　Ⅱ. ①赵…　Ⅲ. ①时间序列分析－应用软件－高等学校－教材　Ⅳ. ①O211.61

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第022711号

责任编辑：陆浥晨
封面设计：汉风唐韵
责任校对：王荣静
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社
　　网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
　　地　　址：北京清华大学学研大厦A座　　**邮　　编**：100084
　　社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
　　投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
　　质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京富博印刷有限公司
装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　张**：11　　**字　　数**：251千字
版　　次：2016年2月第1版　　**印　　次**：2016年2月第1次印刷
印　　数：1～4000
定　　价：27.00元

产品编号：067980-01

前言

时间序列数据的统计规律性研究是经济、金融、商业、市场、公共政策等领域中非常重要的问题。时间序列数据分析有助于探寻数据的变动特征，从中找出数据背后隐藏的信息，进而拟合数据变动规律的模型，预测数据的未来变化。

本书以时间序列数据分析理论与实例相结合的方式介绍时间序列各章节的要点。主要内容分为七章。第1章概述了时间序列数据分析的发展历程、数据特点以及数据相关性分析的基本方法。第2章介绍了时间序列数据的分解和平滑方法。第3章、第4章和第5章的内容关系比较密切，主要介绍了时间序列数据分析中的经典方法，即通过建立ARIMA模型或者SARIMA模型捕捉非季节或者季节时间序列数据的变动规律，具体包括通过自相关函数、偏自相关函数、扩展自相关函数识别不同类型模型阶数、模型估计方法、假设检验、预测以及平稳、非平稳数据的比较等内容。第6章和第7章是现代时间序列数据分析方法。第6章是以时间序列数据的非平稳和平稳性为零假设的假设检验方法，还包括对具有长期均衡关系的多变量时间序列数据建模。第7章偏重于金融时间序列数据分析，介绍了简单收益率和对数收益率的区别与联系，以及比较流行的ARCH、GARCH、EGARCH、TGARCH和GARCM-M等波动性模型。本书中各部分内容均先介绍时间序列数据分析的基本理论，然后以中国经济金融数据为例说明理论的具体应用，对于厌烦模型推导的读者可以忽略模型推导过程，直接阅读模型的基本结论和实例应用。

本书具有两个特点。第一是以中国经济金融数据作为案例进行分析，所使用的数据更新到教材写作时期。读者可以根据本书所附带的数据学习中国经济数据建模的基本方法。第二是以R软件作为时间序列数据的分析软件。与SAS、Eviews和SPSS等传统软件相比，R软件不仅免费，而且软件更新速度最快，因此越来越受到时间序列数据分析者的喜爱。为了便于读者较好地学习和熟悉R软件，本书例题中所有数据和代码均可从清华大学出版社网站下载。

本书在编写时力求深入浅出、通俗易懂，加强实用性，在阐述基本理论的基础上，辅以实际应用，做到理论联系实际，列举了大量实例以便理解和学

习。本书主要适用于高年级本科生时间序列分析课程的教材，也可作为硕士生使用R软件学习时间序列分析的入门用书。本书不仅可用于高校教学，还可作为经济、管理等实际工作部门数量分析人员研究时间序列数据的参考。

本书在写作过程中参考了国内外许多学者的论著，在此向他们表示感谢和敬意。本书能够及时出版，感谢清华大学出版社陆浥晨编辑的大力支持与帮助，感谢黄长全副教授等厦门大学经济学院、王亚南经济研究院的一些老师的帮助和支持，感谢博士生麻露和王杰，硕士生陈蔚薇、李玥、姜时雨、薛志韬、曹容、徐甪、蔡建文、王汩泉等无私的帮助。本书内容在厦门大学统计系和金融系本科生和研究生相关课程上讲授过多次，我还要感谢各级同学对课程内容的浓厚兴趣和热烈讨论。

由于本书完成时间仓促，编者水平有限，书中难免存在缺点、错误，敬请批评指正或者提出修改意见。

赵　华

2015年10月

于厦门大学经济楼

目录

第1章

导 论

时间序列是指按照时间顺序记录的一组观测值。通常,我们假定“时间”是离散的变量,以便于理解和分析。自然现象、社会活动的统计数据按照时间顺序记录就成为一组时间序列,而时间序列分析的目的就是寻找产生这一序列过程的统计规律性。许多经济时间数据如GDP、价格指数、采购经理指数和股票指数均随着时间的变动而变化。人们不仅对时间序列数据表现出来的走势、周期等特征感兴趣,还仔细考察这些数据的当期值和历史值之间的动态变化关系。

1.1 时间序列的发展过程

在早期的自然科学研究中,时间序列就已经扮演了重要的角色。古巴比伦天文学家用星星和星球相对位置的时间序列来预测天文事件。这些星球运动的记录数据成为开普勒定律的基础。

对时间序列的分析有助于探寻变量的规律性,从中找出所谓的“定律”,或者去发现隐藏在该变量中更多的信息以更好地预测其未来的变化情况。这些分析过程后面的分析思维同样适用于古巴比伦的天文学家:他们将时间序列分解为相互独立且呈现规律性变化的有限个不能直接预测的因素。

19世纪中叶,这种源自天文学的分析方法被经济学家Charles Babbage和William Stanley Jevons应用于经济学分析,他们将不可直接观测的变量分解为一组互不相同的随机因素。这也是由Warren M. Persons(1919)发展的经典时间序列分析的一般方法,他将时间序列分解成四种不同的因素。

① 长期趋势:一种长期的发展态势。

② 循环因素:超过一年周期的因素,比如商业周期。

③ 季节因素:变量一年内的上下变动。

④ 残差项:除上述三种因素以外的所有变动因素的总和。

在不可观测变量之间是相互独立的假设下,产生这个时间序列的过程我们只能当做一个总体来观测。于是,为了得到这个时间序列产生过程的信息,我们就需要对不可观测变量做一些其他的假设。经典的时间序列分析方法假设三种系统因素(长期趋势、循环因素和季节因素)不受残差项的影响,因此可以用关于时间的一个确定性的方程来表示它们的变动。随机影响因素都归于残差项,它并不包含任何系统性的变动,因此,它是纯随机过程,可以通过一组相互独立的或者不相关的零均值方差为常数的随机变量来建模。

然而,从1970年开始,一种完全不同的思路开始越来越广泛地应用于对时间序列的统计分析。纯描述性的经典时间序列分析方法被弃而不用,取而代之的是概率理论和数

理统计学的分析方法。对随机扰动项的看法发生改变：经典方法将这些随机扰动归于残差，这些残差对于时间序列的结构没有任何显著的影响，而现代方法则认为这些随机扰动对于整个时间序列的成分都有影响。因此，时间序列数据的运动规律被看做一个随机过程，需要分析的这个特定的时间序列只是随机过程的一个实现。于是，关注的重点就转到具有复杂依存结构的随机项。

俄国统计学家、经济学家 Evgeny E. Slutsky 和英国统计学家 George U. Yule 朝概率理论和数理统计学方法方向迈出了第一步。他们都提出，有着循环特征的时间序列和经济中的时间序列比较相似，并且都可以由构造出的随机过程产生。Slutsky 和 Yule 表明，如果一组随机数通过求和、差分、加权而产生的新的时间序列具有金融、经济时间序列所表现出来的周期性特征，那么这种纯随机数据求和或者差分形成了现代时间序列分析中常用的移动平均过程、自回归过程或者自回归移动平均过程。1938 年，Wold 在他的博士论文中将这些方法进行系统化和一般化。Box 和 Jenkins(1970)在经验研究方面补充了这些模型并使得这种分析方法广为使用。他们没有像经典分析一样假定时间序列由不同的因素产生，而是假定有一个共同随机过程产生整个时间序列。首先，这种分析方法基于数据的特定的统计特征确定一个模型。其次，估计出该模型中的参数。然后，通过统计检验检查模型的设定形式。如果不能通过检验，则重新设定模式、估计参数，重复这个过程直到最终产生一个符合我们设定标准的模型。最后，模型就可以用来做预测。

自 1980 年以来，非平稳时间序列越来越引起人们的关注。非平稳时间序列不仅可能受到确定性因素的影响，还会受到随机因素的影响。非平稳时间数据不再是为了平稳过程建模而被处理或者过滤掉，只要非平稳时间数据有意义，在构建模型时可以直接考虑入内。英国计量经济学家 Granger 于 1987 年所提出的协整方法是分析非平稳经济变量之间数量关系的最主要的工具之一，且通过线性误差修正模型刻画了经济变量之间的长期均衡关系和短期变动。由于金融时间序列具有波动集聚性的特征，表现为随机波动往往在较大幅度波动后面伴随着较大幅度的波动，在较小幅度波动后面紧接着较小幅度的波动。而早期的波动性模型要求随机扰动项是同方差，不能够捕捉到这种现象，直到 1982 年 Engle 提出 ARCH 模型，并由他的学生 Bollerslev 于 1985 年推广形成 GARCH 模型，这一问题才得以解决。

1.2 时间序列数据的类型与图形表示

1.2.1 时间序列数据的类型

总体来说，时间序列数据的具体形式虽千变万化，但大致可以被分为以下几类，它们从不同的角度来描述某一时间序列。

1. 连续时间序列与离散时间序列

时间序列是按照时间顺序记录的一系列观测值，这种观测值可能是按连续的时间记录的，也可能是按离散的时间点来记录的。相应地，通常把这两类序列分别称为连续时间序列和离散时间序列。

对于连续的时间序列，其观测值通常是按时间连续记录的，例如利用脑电图记录仪记录的大脑活动情况。通常分析这种连续序列的方法是等间隔地在原序列上取样，构成一个离散的时间序列，如果区间的距离足够小，那么我们可以认为这种过程几乎不会丢失原序列的任何信息。

事实上，离散序列通常可能由三种不同的方法生成：自连续序列取样（如按每小时记录温度）、由一段时间的数据加总得到（如连续几个月的总销售量）、本身来自离散的序列（如连续几年内每年公司的分红）。

上述三种离散时间序列的数据都是按等时间间隔记录的，所以在时间序列分析中，等间隔离散时间序列是最为重要的一种类型。有时，我们偶尔会选择以不同的取样间隔由连续序列生成离散序列，或者采用不同时间加总，但对最终得到离散序列的处理其实是相似的。

2. 单变量时间序列与多变量时间序列

每个时间点只观测一个变量的时间序列称为单变量时间序列。另外，如果每个时间点同时观测多个变量的时间序列则称为多变量时间序列。然而，仅仅从性质来区分单变量时间序列和多变量时间序列是比较困难的，区分一般基于分析者的观点或是诸如对该问题的测量约束或者其他一些经验性、理论性的因素。

从统计建模的方面来看，变量选择也是时间序列分析中一个非常重要的问题。

3. 平稳时间序列与非平稳时间序列

时间序列是对不规则变化现象的记录，在时间序列分析中，不规则变化的时间序列通常通过随机过程来描述。在某些情形下，一个随机现象可以被看做一个不随时间变化而改变统计特征的随机过程的实现值，这样的时间序列被称为平稳时间序列。

另外，如果时间序列自身的随机过程的统计特征随时间改变，那么这样的时间序列被称为非平稳时间序列。

4. 正态时间序列与非正态时间序列

当时间序列的分布服从正态分布时，这样的时间序列被称为正态时间序列，否则，被称为非正态时间序列。

5. 线性时间序列与非线性时间序列

一个时间序列可以由一个线性模型表示，这样的时间序列被称为线性时间序列。反之，由非线性模型表示的时间序列被称为非线性时间序列。

在实际运用过程中，如果样本数据无论从理论上还是数据初步分析上都不属于线性的时间序列，我们就需要使用非线性时间序列的分析方法。

1.2.2 时间序列数据的图形表示

当我们想研究时间序列背后的变化规律性时，时间序列数据的图形表示是一种很有用的选择，通过图形描绘出时间序列数据的变化特征，可以简单明了地看出数据序列的性质。此外，考察时间序列数据的变换也是很重要的，比如说，其原始水平值、水平值的变化量或者相对量等。

图 1-1 为纯随机变动时间序列，这个时间序列包括 90 个观测值。由于时间数据的上下变动是随机变动的，没有什么规律，也就无法通过模型来揭示其变化规律。

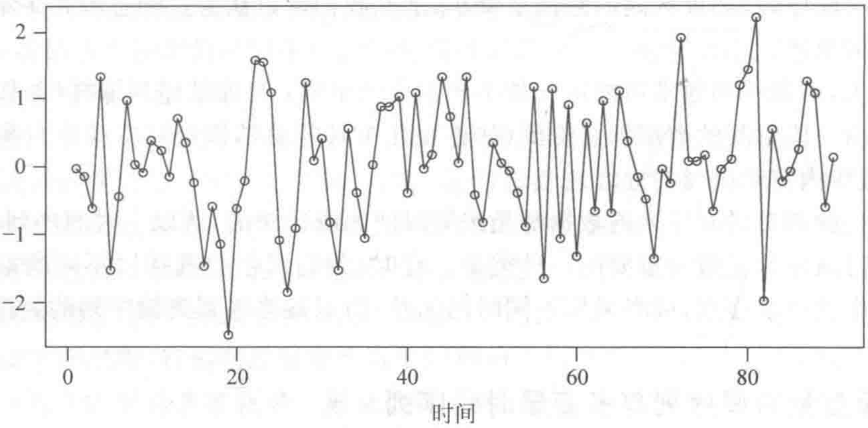


图 1-1 纯随机序列图

图 1-2 为 1992 年第一季度到 2014 年第四季度的中国季度国内生产总值(GDP)序列。季度 GDP 时间序列具有明显的季节变动规律，每年的第一季度为一年 GDP 四个季度中的最小值，第四季度为四个季度中的最大值。除此之外，随着时间从 1992 年到 2014 年，数据还存在向上的趋势变动。因此，可以通过时间序列的分解方法将季节变动和长期趋势提取出来，找出规律性，并对未来做出预测。

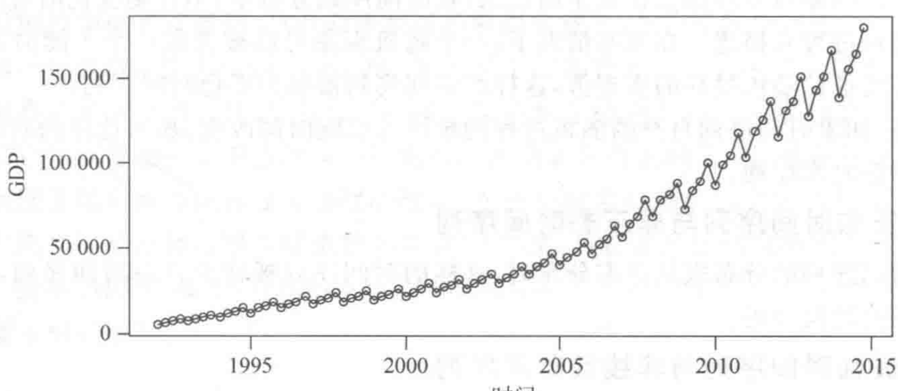
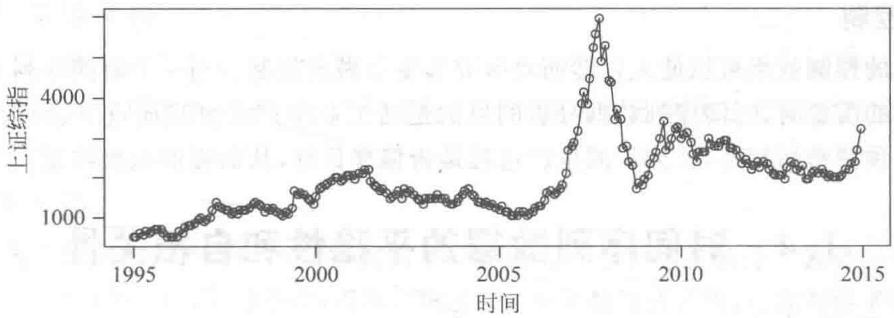


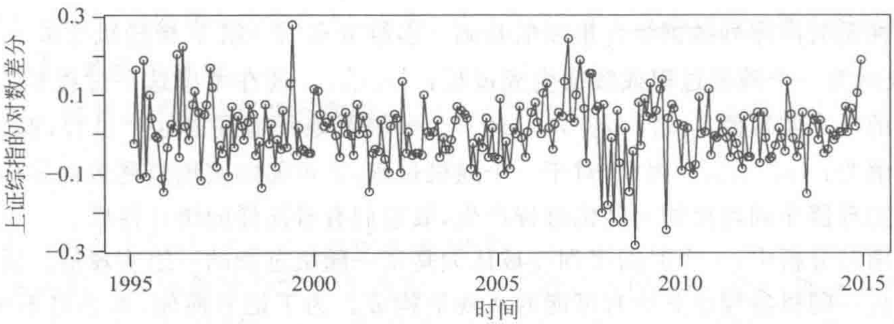
图 1-2 季度 GDP 变动图

图 1-3 为 1995 年 1 月到 2014 年 12 月的上证综指水平值和对数差分序列的变动图。图 1-3(a)显示，反映上海股票市场变动的上证综指水平值并没有季度变动规律性，但存在明显的趋势性。对数差分后，转换成上证综指收益率序列。图 1-3(b)表明，数据经过对数差分后，上证综指水平序列的趋势消失，收益率序列围绕均值上下波动。时间序列数据的差分是消除趋势的一种重要方法。

时间序列数据的例子涉及经济学、金融学、社会学等多个领域，时间序列数据在各个领域中都有着非常广泛的应用，更多的实际例子我们将在后面的章节中逐步介绍。



(a) 上证综指



(b) 上证综指的对数差分

图 1-3　上证综指及对数差分图

1.3　时间序列数据分析的目的

时间序列数据分析将观测到的样本数据看做是随机过程的一个具体实现，然后根据时间序列数据找出变化规律，建立描述样本数据的时间序列模型，最后根据模型做出统计推断或者预测。时间序列数据分析的主要目的包括四个方面。

1. 描述

描述包括有效表达或总结时间序列特征的一些方法。画出时间序列的时序图，或者计算出基本的描述性的统计量，包括样本自相关函数、样本自协方差函数、周期图等。从这些图形中，我们往往能直观地得到时间序列的一些基本特征。

2. 建模

在时间序列建模中，我们通过确定模型的恰当形式来描述时间序列数据的结构。时间序列数据的类型多种多样，这需要根据时间序列数据的特征以及分析的目的，确定合适的模型，并估计出模型的参数。

3. 预测

基于时间序列进行预测的前提是时间序列数据之间存在相关关系。通过这种相关关系，我们可以根据现在和过去的数据来预测变量的未来变化行为。

4. 控制

良好的预测效果可以使人们转而对研究的变量做出控制。当一个时间序列测度工业生产过程的质量时,时间序列数据分析的目的是使工业生产在更高质量下运行。控制有时也会和预测密切相连,比如预测生产过程是否偏离目标,从而提前做出纠正。

1.4 时间序列数据的平稳性和自相关性

1.4.1 平稳性

平稳性是时间序列数据统计推断的基础。多维分布的一组 T 维随机变量 $x_1, x_2, \cdots, x_T$ 可以表示为一个随机过程或数据生成过程:$\{x_t\}_{t=1}^{T}$。现在考虑这一过程长度为 T 的一组可能的样本实现值:$\{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \cdots, x_T^{(1)}\}$。如果无限长地观测这个过程,那么其一组可能实现值为:$\{x_t^{(1)}\}_{t=1}^{\infty}$。因此,对于一个随机过程,其可能的实现值是多种多样的,但任意的样本实现值序列均由同一随机过程产生,故它们有着同样的统计性质。

在后面的分析中,一个时间序列就被认为是某一随机过程的一组实现值。反过来,也可以认为这一随机过程由其所有可能的实现值构成。为了记号简便,本书将不区分随机过程和实现值。

如果一个随机过程的统计性质不受时间起点的影响,那该过程序列为严平稳随机过程。也就是说,如果观测值序列 $y_t, y_{t+1}, \cdots, y_{t+n}$ 联合概率分布函数与 $y_{t+k}, y_{t+k+1}, \cdots, y_{t+k+n}$ 的联合概率分布函数完全相同,那么 y_t 为严平稳过程。严平稳随机过程的条件比较严格,在实际运用中很难使用,于是,人们转而关注随机过程低阶矩的一些性质,例如其一阶矩和二阶矩。

如数学期望:

$$E(x_t), \quad t = 1, 2, \cdots, T \tag{1-1}$$

方差:

$$\mathrm{Var}(x_t) = E((x_t - E(x_t))^2) \tag{1-2}$$

以及协方差:

$$\mathrm{Cov}(x_t, x_s) = E((x_t - E(x_t))(x_s - E(x_s))), \quad t < s \tag{1-3}$$

通常也将这个协方差称为自协方差,因为它是两个来自同一随机过程的随机变量之间的协方差。特殊地,如果这个随机过程的分布是多维正态分布,那么其分布函数完全由其一阶矩和二阶矩刻画。

下面定义某一随机过程$\{x_t\}$的矩的平稳性。

1. 均值平稳

如果某一随机过程的期望满足 $E(x_t) = \mu_t = \mu$,即期望为常数,那么其均值平稳。

2. 方差平稳

如果某一随机过程的方差满足 $\mathrm{Var}(x_t) = E((x_t - \mu_t)^2) = \sigma^2$,即方差为常数且有界,那么其方差平稳。

3. 协方差平稳

如果某一随机过程的协方差满足：$\mathrm{Cov}(x_t,x_s)=E((x_t-\mu_t)(x_s-\mu_s))=\gamma_{|s-t|}$，即两个随机变量之间的协方差只取决于它们之间的时间间隔而不取决于它们实际的时间点，那么其协方差平稳。

4. 宽平稳

对于协方差平稳条件，当 $s=t$ 时，我们立即能得到方差平稳的条件。如果一个随机过程满足均值平稳和协方差平稳条件，则该随机过程是宽平稳随机过程，也称为弱平稳或者协方差平稳过程。如果一个随机过程是严平稳的，又具有有限二阶矩，它也是协方差平稳过程。对于多元正态分布，均值和方差完全决定分布，因此协方差平稳正态过程是严平稳过程。

【例 1-1】 纯随机过程。

如果某一随机过程$\{\varepsilon_t\}$有如下性质：

(1) $E(\varepsilon_t)=0$。

(2) $\mathrm{Var}(\varepsilon_t)=\sigma^2$。

(3) 对于所有 $t\neq s$，$\mathrm{Cov}(\varepsilon_t,\varepsilon_s)=E(\varepsilon_t,\varepsilon_s)=0$。

即所有随机变量期望值为零且方差为 σ^2，并且彼此之间并不相关，那么该随机过程为纯随机过程或白噪声(WN)过程。很显然，白噪声过程是宽平稳随机过程。图 1-1 中序列服从均值为零，方差为 1 的纯随机过程。

【例 1-2】 随机游走模型。

将随机过程$\{x_t\}$定义为

$$x_t=\begin{cases}\varepsilon_1, & t=1\\ x_{t-1}+\varepsilon_t, & t=2,3,\cdots\end{cases} \tag{1-4}$$

其中，$\{\varepsilon_t\}$是一个纯随机过程，该模型被称为无漂移项的随机游走模型，也可以写作

$$x_t=\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i \tag{1-5}$$

不妨假设$\{\varepsilon_t\}$是由抛一枚均匀的硬币产生的，我们有 0.5 的概率得到正面(在这种情况下，随机变量取值+1)，0.5 的概率得到反面(在这种情况下，随机变量取值−1)。若我们以 $t=0$ 时的 $x_0=0$ 开始。那么我们可以看到这个随机游走过程的所有可能实现(的时间序列记录)只能取图 1-4 中两条二等分线中间的区域。当 $t=1$ 时，抛出正面(反面)时，对应的时间序列取值为+1(−1)，当 $t=2$ 时，抛出正面(反面)时，对应的时间序列取值为+2(−2)，以此类推。

式(1-4)定义的随机过程是否存在一阶矩、二阶矩呢？根据纯随机过程的性质有

$$E(x_t)=E\Big(\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i\Big)=\sum_{i=1}^{t}E(\varepsilon_i)=0$$

$$\mathrm{Var}(x_t)=\mathrm{Var}\Big(\sum_{i=1}^{t}\varepsilon_i\Big)=\sum_{i=1}^{t}\mathrm{Var}(\varepsilon_i)=t\sigma^2$$

$$\mathrm{Cov}(x_t,x_s)=E\Big(\Big(\sum_{j=1}^{t}\varepsilon_j\Big)\Big(\sum_{i=1}^{s}\varepsilon_i\Big)\Big)=\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{s}E(\varepsilon_j\varepsilon_i)=\min(t,s)\sigma^2$$

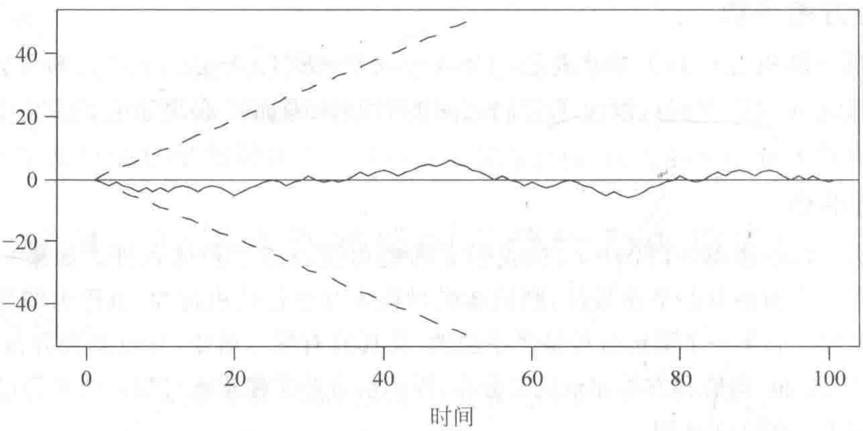


图 1-4 随机游走模型模拟图

可见，这个无漂移项的随机游走过程是均值平稳的，但方差和协方差都不是平稳的，所以，随机游走过程并不是一个宽平稳过程。

无漂移项的随机游走是一类非平稳随机过程的重要组成部分，这类非平稳随机过程很好地描述了许多经济发展水平的时间序列。我们将在第 4 章进一步讨论随机游走模型。

1.4.2 自相关性

考虑一个宽平稳时间序列 y_t。y_t 和 y_{t-k} 之间的相关系数被称为 y_t 滞后 k 期的自相关系数，记为 ρ_k。

$$\rho_k=\frac{\mathrm{Cov}(y_t,y_{t-k})}{\sqrt{\mathrm{Var}(y_t)\mathrm{Var}(y_{t-k})}}=\frac{\mathrm{Cov}(y_t,y_{t-k})}{\mathrm{Var}(y_t)}=\frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{1-6}$$

其中，y_t 是宽平稳的，所以有 $\mathrm{Var}(y_{t-k})=\mathrm{Var}(y_t)$。

从定义中可得自相关系数的性质：

$\rho_0=1,\rho_k=\rho_{-k}$ 以及 $-1\leqslant\rho_k\leqslant 1$。

自相关系数的集合，被称为 y_t 的自相关函数(ACF)。当且仅当对所有 $k>0$，都有 $\rho_k=0$ 时，我们称宽平稳的时间序列 y_t 是非序列相关的。

一般地，将 y_t 滞后 k 期的样本自相关系数定义为

$$\hat{\rho}_k=\frac{\sum_{t=k+1}^{T}(x_t-\bar{x})(x_{t-k}-\bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t-\bar{x})^2},\quad 0\leqslant k<T-1 \tag{1-7}$$

假设 y_t 是一个满足 $E(x_t^2)<\infty$ 的独立同分布的随机变量序列，那么对于任意固定的正整数 k，$\hat{\rho}_k$ 是渐进正态的，并且其均值为 0，方差为 $1/T$。更一般地，如果 y_t 是一个满足如下条件的宽平稳的时间序列：$y_t=\mu+\sum_{i=0}^{q}\psi_i\varepsilon_{t-i}$，其中 $\psi_0=1$，ε_{t-i} 是一个均值为零的独立同分布随机变量，那么 $\hat{\rho}_k$ 是渐进正态的，并且其均值为 0，方差为 $\frac{1+2\sum_{i=1}^{q}\rho_i^2}{T}$，$k>q$，这