

有压输水系统

YOUYA SHUSHUI XITONG
SHUILI GUODU GUOCHENG

水力过渡过程

陈云良◎主 编
鞠小明◎副主编



科学出版社

有压输水系统水力过渡过程

陈云良 主 编

鞠小明 副主编



科学出版社

北 京

内 容 简 介

水力过渡过程属工程水力学的一个分支,是一门较为专业的学科。本书主要介绍水电站、水泵系统等有压管道中的瞬变流,立足于教学及科研成果,系统介绍有压输水系统水力过渡过程的基本概念、基础理论,重点阐述水轮机组、调速器、调压室、调压阀及水泵系统等边界条件方程,以及相应的数学求解方法,并探讨水力过渡过程的控制方法。

本书可作为水利水电工程、能源与动力工程等相关专业本科高年级学生和研究生的教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

有压输水系统水力过渡过程 / 陈云良主编. —北京: 科学出版社, 2017.9

ISBN 978-7-03-054527-5

I. ①有… II. ①陈… III. ①水力学-过渡过程 IV. ①TV131

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 227496 号

责任编辑: 张 展 于 楠 / 责任校对: 赵鹏利
责任印制: 罗 科 / 封面设计: 墨创文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年9月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2017年9月第一次印刷 印张: 8 1/4

字数: 210 千字

定价: 59.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

水力过渡过程是输水系统中普遍存在的水流现象。在这一过程中，压力、转速、水位等暂态值有可能会远超恒定工况值，从而引发事故。开展水力过渡过程研究，探讨有效的防护措施，对系统可靠设计、安全运行等具有重要的科学意义。水力过渡过程涉及的内容较为广泛，本书主要针对有压输水系统中的瞬变流进行讨论研究。

全书共七章，第一章主要介绍水力过渡过程的基本概念、研究历程及现状等；第二章介绍有压管道瞬变流的基本方程，包括运动方程和连续方程，以及水击波速的计算公式；第三章阐述求解有压管道瞬变流方程的特征线方法，介绍基本边界、典型边界的解法；第四章重点阐述水轮机组过渡过程的数值求解方法，包括反击式和冲击式水轮机，介绍水轮机调速器方程；第五章主要阐述调压室水力计算及稳定性，介绍各种调压室的边界方程及解法；第六章介绍水电站调压阀的作用及边界条件方程等；第七章阐述水泵系统水力过渡过程的边界方程及解法，介绍水柱分离及弥合的计算方法，探讨各种水锤防护措施等。

本书由四川大学研究生课程建设项目资助出版。陈云良编写全书，鞠小明进行了审阅修改，王文蓉参与部分辅助工作。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

目 录

第一章 水力过渡过程概述	1
第一节 基本概念	1
第二节 管道中的水击现象	1
第三节 水力过渡过程研究的历程及现状	3
第四节 研究水力过渡过程的意义和目的	5
第二章 基本方程	7
第一节 基本假定	7
第二节 运动方程	7
第三节 连续方程	9
第四节 水击波速计算	10
第三章 水力过渡过程实用解法	15
第一节 特征线方程	15
第二节 有限差分方法	17
第三节 基本边界方程	20
第四节 工业管路系统典型边界	25
第五节 时间步长和管道分段	29
第六节 带插值的特征线方法	30
第四章 水轮机组过渡过程	33
第一节 概述	33
第二节 水轮机组特性	33
第三节 水轮机组过渡过程类别及历程	37
第四节 水轮机特性曲线的处理	42
第五节 水轮机组边界方程及解法	47
第六节 调节保证计算及控制措施	51
第七节 蜗壳和尾水管当量管	55
第八节 水斗式机组过渡过程	58
第九节 调速器方程	61
第五章 调压室水力过渡过程	65
第一节 调压室的作用和要求	65
第二节 调压室类型及设置条件	65
第三节 调压室水位波动计算	72
第四节 调压室稳定性	76

第五节 调压室数值计算	81
第六章 水电站调压阀	87
第一节 调压阀的作用	87
第二节 调压阀水力计算	88
第三节 调压阀流量特性	90
第七章 水泵系统水力过渡过程	91
第一节 水泵运行特征	91
第二节 水泵无量纲全特性曲线	95
第三节 水泵事故停运边界方程	102
第四节 水泵启动边界方程	109
第五节 水柱分离及弥合计算方法	110
第六节 水泵系统水锤防护措施	112
参考文献	122

第一章 水力过渡过程概述

第一节 基本概念

水力过渡过程在水电站、泵站、渠道等地方常常发生，是输水系统中较为普遍的水流现象。正确认识、分析水力过渡过程特性，对管路及设备的可靠设计、安全运行等都有重要的现实意义。水力过渡过程属工程水力学的一个分支，是一门较为专业的学科。

通常定义：当水流从一种稳定状态变为另一种稳定状态时，状态转换不是在一瞬间就完成的，总需要一个中间过渡流态，这个过程称为水力过渡过程，也称瞬变流。

水流的压力、流速和流量等状态，随着时间而变化，这种水流称为非恒定流；如果水流状态不随时间变化，则称为恒定流。水力过渡过程与非恒定流的概念有相近之处，又有所区别。前者主要关注状态转变的过程，而后者强调流态随时间的变化。另外，水力过渡过程并不仅仅是水力学问题，还涉及系统中管道、设备和建筑物等相关边界条件。

水力过渡过程主要包括有压瞬变流、明渠瞬变流以及明满交替瞬变流。明渠瞬变流研究可自成系统，本书主要介绍有压输水系统中的水力过渡过程。

第二节 管道中的水击现象

有压管道中的水流由于流速或流量变化，引起管道压力变化的现象，称为水击或水锤。水击是工业管道中普遍存在的现象，分析管道中的水击现象，是研究水力过渡过程的基础。

通过简单管道中流量变化引起压力变化，来分析水击现象。如图 1-1 所示，水池或水库接一根管径沿程不变的管道，其出口设有一个调节流量的阀门。上游水池或水库的

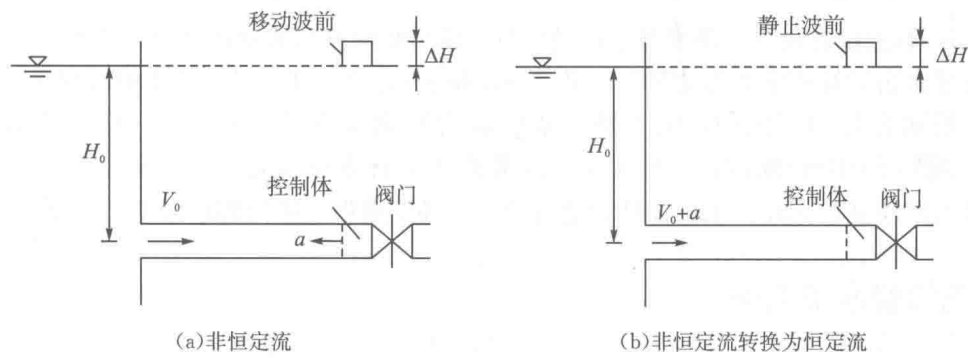


图 1-1 单管关阀示意图

水深保持为 H_0 ，初始状态时，阀门全开，管中流速为 V_0 。由于某种原因瞬时关闭部分或全部阀门时，阀门前的流速会突然降低或变为零，这时阀门前的压力突然升高，这种水流现象称为水击(为正水击)。与此同时，阀门后的流量突然减小或变为零，阀门后的压力突然降低，该现象称为负水击。

一、水击计算

为使问题简化，假定管道是刚性的，即管径不随压力变化而改变；忽略管道的沿程和局部水头损失，即水力坡降线为水平线(图 1-1 中虚线)。应用非恒定流的动量方程和连续方程，研究阀门突然关闭的情况。

瞬时关闭阀门，流速变为 $V_0 + \Delta V$ ，阀前压力突增为 $H_0 + \Delta H$ ，该水击压力以波的形式向上游方向传播，用 a 表示压力波的传播速度，如图 1-1(a)所示。通过对控制体附加一个向下游方向的速度就可以转化为恒定流。该假定等于观察者以速度 a 向上游方向移动，这样移动中的波看起来就像是静止的，如图 1-1(b)所示。从控制体流入和流出的速度分别是 $V_0 + a$ 和 $V_0 + \Delta V + a$ 。

以指向下游的方向为正，则在该正方向上的动量变化率为

$$\rho(V_0 + a)A(V_0 + \Delta V + a) - \rho(V_0 + a)A(V_0 + a) = \rho(V_0 + a)A\Delta V \quad (1-1)$$

式中， ρ 为流体的密度； A 为管道的横断面面积。

忽略管道阻力时，作用在控制体正方向上的合力为

$$\rho g H_0 A - (\rho g H_0 + \Delta H)A = -\rho g \Delta H A \quad (1-2)$$

式中， g 为重力加速度，约 9.81m/s^2 。

根据牛顿第二运动定律，该正方向上的动量变化率等于合力，即

$$-\rho g \Delta H A = \rho(V_0 + a)A\Delta V \quad (1-3)$$

对于压力输水道中的水力过渡过程，多数情况下波速 a 基本接近 1000m/s ，而流速 V_0 一般小于 10m/s ，因此，可以忽略上式中的 V_0 ，从而推导出

$$\Delta H = -\frac{a}{g}\Delta V \quad (1-4)$$

式(1-4)右边有负号，流速减小(ΔV 为负)时，压力增加(ΔH 为正)。

反之，可以推导出当流速在上游末端改变，波向下游方向运动时的水击公式，即

$$\Delta H = \frac{a}{g}\Delta V \quad (1-5)$$

式(1-5)右边没有负号，流速减小或增加时，压力相应减小或增加。

上述水击计算式常称为茹科夫斯基(Joukowski)公式，可以用来计算阀门突然关闭或开启时的水击压强。例如，压力输水道的水击波速 a 约为 1000m/s ，设初始流速为 5m/s ，瞬间关闭出口阀门，流速为零，根据式(1-5)计算出压力水头升高约 510m ，这是一个很大的压强。因此，工程设计和运行中，需高度重视管道内的水击压力问题。

二、刚性管水击波速

如何确定刚性管水击波的传播速度 a ？下面根据质量守恒定律进行推导。

假定因压力变化 ΔH , 流体的密度变为 $\rho + \Delta\rho$, 单位时间内流入、流出控制体的质量分别为 $\rho A(V_0 + a)$ 、 $(\rho + \Delta\rho)A(V_0 + \Delta V + a)$ 。控制体内由于密度变化, 质量改变是很小的, 可以忽略, 即单位时间内控制体流入与流出的质量相等。

$$\rho A(V_0 + a) = (\rho + \Delta\rho)A(V_0 + \Delta V + a) \quad (1-6)$$

解出 $a = -\Delta V / (\Delta\rho/\rho) - (V_0 + \Delta V)$, 由于 $V_0 + \Delta V \ll a$, 所以可以化解为

$$a = -\frac{\Delta V}{\Delta\rho/\rho} \quad (1-7)$$

流体的体积模量 K 定义为 $K = \Delta p / (\Delta\rho/\rho)$, 其中压强 $\Delta p = \rho g \Delta H$, 故式(1-7)可写为

$$a = -K \frac{\Delta V}{\rho g \Delta H} \quad (1-8)$$

把式(1-4)代入式(1-8), 可以解出:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1-9)$$

式(1-9)就是刚性管中的水击波速公式, 为不考虑管壁影响的情况。水击波的传播速度也就是声波在流体中的传播速度, 与流体的压强及温度有关。水在常温常压下, 计算出波速 $\sqrt{K/\rho}$ 约为 1440m/s。

第三节 水力过渡过程研究的历程及现状

一、研究历程

水力过渡过程的研究历史, 可以追溯到关于水波传播理论的探讨。Euler 建立了详细的弹性波传播理论, 推导出波传播的微分方程, 并得出这个微分方程的解析解。Weber 研究了弹性管中不可压缩流体的流动, 建立了运动方程和连续方程, 这些方程是后来水力过渡过程研究的基础。

意大利的 Menabrea 较早地对水锤问题进行了研究, 他在 1858 年发表的文章中, 不同于前人只关注波速, 而把着眼点放在由波的传播所引起的压力变化上, 考虑管壁和流体的弹性, 利用能量原理导出了波速公式。1898 年, 美国的 Frizell 发表了论文“管道中流速变化所产生的水锤压力”, 导出了水击波速和由流速突然变化所产生的水锤压力公式, 同时探讨了波在分岔管中的传播等问题。20 世纪初期至中期, 水击计算主要应用茹科夫斯基和 Allievi 的理论。1897 年, 俄国空气动力学家茹科夫斯基在莫斯科开展实验和理论研究, 用不同的管道长度和直径做了大量试验, 在 1898 年发表了题为“管道中的水锤”的经典论文, 利用能量守恒和连续条件导出了管道流速减小与压力升高的关系, 即著名的茹科夫斯基公式。论文中提出了同时考虑水流和管壁弹性的波速公式, 并分析了压力波沿管道的传播以及在出流端点的反射。他还研究了空气室、调压室和安全阀门对水击压力的影响, 并讨论了阀门关闭对速度变化的影响, 发现当关闭时间 $T_s \leq 2L/a$ 时, 压力升高达到最大值, L 、 a 分别为管长、水击波速, 解决了直接水击的问题。意大利

Allievi 的研究稍后于茹科夫斯基, 1902 年 Allievi 发表了水击理论的论文, 在理论分析的基础上解决了间接水击的问题, 在计算公式中引进了迄今仍在使用的水锤常数。Allievi 提出了两个反映管道特性和阀门特性的无因次参数 $aV_0/(2gH_0)$ 、 $aT_s/(2L)$, 其中, V_0 、 H_0 分别为初始稳定状态的流速和水头, L 为水管长度, T_s 为阀门关闭时间。Allievi 推导出了阀门处压力升高的计算公式, 并提供了阀门均匀关闭和开启时所引起的压力升高和降低的计算图表, 便于实际应用。Allievi 创造了水锤分析的数学方法和图解方法, 为随后的研究奠定了基础。

对于设置有调压室的水电站, 德国汉堡大学教授托马(Thoma)在 1910 年首先指出: 调压室横断面的面积必须大于一个最小值, 引水发电系统的运行才能保持稳定。这个最小面积通常称为调压室的托马断面。Strowger 和 Keer 在 1926 年提出了水轮机负荷变化引起流量变化的逐步计算程序, 研究考虑了水击压力、水轮机导叶开度和效率的变化等。1928 年, Löwy 研究了阀门周期性开动引起的共振和逐步打开阀门、导叶引起的压力降低, 在分析基本偏微分方程时考虑阻力损失, 提出了分析水击的图解法。1931 年, Bergeron 将图解法引申用于确定中间断面状态。Schnyder 发表了若干关于压力水管和排水管道中水击分析的论文, 在图解分析中计入阻力损失; 1929 年, 在分析连有离心泵的管道水击压力时计入水泵全特性。1951 年, Rich 应用拉普拉斯变换进行管道水击压力计算分析。1957 年, Ruus 提出采用整定阀门关闭规律的方法来控制管道水击压力, 使最大压力保持在规定的限制范围内, 称为阀门的最优关闭。

1967 年, 美国的 Streeter 和 Wylie 合著了 *Hydraulic Transients*, 1978 年该书改写为 *Fluid Transients*。这两位学者创造了求解瞬变流方程的特征线法, 并首次应用计算机求解非恒定流问题, 标志着水力过渡过程研究进入了一个崭新的时期。英国的 Fox 毕生致力于管道中的瞬变流研究, 于 1971 年发表了专著 *Hydraulic Analysis of Unsteady Flow Pipe Networks*, 后来还成立了利兹(Leeds)水力分析公司, 完成了许多输水、输油管网的水击分析。日本的秋元德三探讨了水击和压力脉动的特性, 研究计算方法和防止水锤导致共振的措施, 于 1972 年出版了专著《水击与压力脉动》。1979 年, 加拿大的 Chaudhry 发表了专著 *Applied Hydraulic Transients*, 对水力过渡过程做了广泛而系统的讨论, 介绍了各种适用于计算机数值求解的方法。

二、研究现状

计算机具有计算速度快、精度高和容量大等优点, 对开展瞬变流计算分析有显著优势。近几十年来, 计算机技术飞速发展和不断普及, 开辟了水力过渡过程研究的新纪元。运用数值计算技术, 突破了水力过渡过程分析时长期未能克服的难关, 如复杂管路、摩擦阻力、水力机械特性、调压室涌波与水击压力联合分析、各类特殊边界等, 使得对实际工程复杂水力系统开展研究成为可能。目前, 数值计算方法已取代过去使用的近似解析法和简化图解法。

近年来, 我国工程项目大量兴建, 对解决实际工程中的水力过渡过程问题提出了研究要求。国内高等院校、科研单位及设计部门开展了大量的理论、试验及计算研究工作,

取得了显著的成就。水电站、长距离输水管路、泵站、火电厂、核电站等领域大量的关于水力过渡过程的研究资料和成果,为工程设计与运行提供了重要的科学依据。

目前,水力过渡过程已形成一门较为成熟和专业的应用学科。结合理论分析和物理实验,计算机数值仿真是解决实际工程瞬变流问题的主要研究手段。

第四节 研究水力过渡过程的意义和目的

水力过渡过程现象往往是由工况改变引起的,虽然是一种暂态但并不罕见,在实际工程运行中常有发生。在水力过渡过程中系统参数,如压力、转速、水位等,可能会比恒定工况时大得多或者小得多,从而引起爆管、机组损坏等严重事故。工程实践表明:由于对水力过渡过程考虑不周、设计不当,相当多的事故发生在这一过程中。

1950年,日本的阿格瓦水电站错误操作蝶阀发生直接水击,造成压力钢管爆破。1955年,希腊的莱昂水电站由于闸门瞬间关闭,水击波冲毁了厂房和闸门室。1971年,云南以礼河三级水电站在一次运行中发生了严重的钢管破坏事故,该电站水头较高,设计水头为589m,当阀门控制系统收到开启球阀信号时,球阀背面没有充水而为空气所填充,在球阀开启过程中,阀前水流在特高的水压力作用下,冲向阀后的空气柱,猛烈压缩空气以致产生超高的压力。1994年,广西天生桥二级水电站甩负荷控制规律不当,发生了水击叠加现象,导致差动式调压室的升管坍塌。福建古田二级电站也曾发生过水击压力使调压室闸门上抬而卡在门槽中的事故。轴流转桨式机组水力过渡过程中可能发生反向水推力大于转动部件自重的抬机问题,直接危及水电站的安全稳定运行。国内外都曾出现过因抬机而影响水电站运行的事件。苏联的卡霍夫、那洛夫和恰尔达林水电站因甩负荷控制规律的问题,都发生过反水锤、抬机现象,导致水轮机、励磁机等损坏。叙利亚的迪什林水电站安装的 6×10.5 万kW轴流转桨式机组,抬机问题导致转轮叶片多处出现裂纹。1965年,我国的江口水电站导叶关闭动作不当,水力过渡过程中发生抬机,导致励磁机和推力镜板损坏。1974年,长湖水电站调速器发生故障,机组自动甩负荷发生反水锤,导致转子抬高、尾水管中的检修水管的弯头被扭断等事故。还有白鱼潭、回龙寨、拉浪、富春江、西津、富水等水电站也发生过因抬机现象影响安全运行的事件。

在水泵输水管道系统中水击现象也经常发生,而且会造成严重的破坏。1983年,北京某自来水厂水泵出口止回阀的阀瓣突然脱落,冲入阀体收缩处,堵塞了出口,导致瞬时切断水流,从而产生了很高的水击压力,高压水鼓破阀门顶盖,巨大水柱冲坏厂房,水厂被迫停产,致使北京西区当天停水达10h之久。1985年,美国加利福尼亚州的圣费罗费尔核电站1号机组短路造成二回路中主给水泵停运断水,4min后又误操作启动补水泵,从而发生了巨大的空泡溃灭水锤,导致五十多米长的给水管道严重扭曲移位。1995年,长沙某自来水厂水击爆管,造成了很大的损失。

因此,为了防止在水力过渡过程中对管道系统造成危害,在进行工程设计时,开展相应的水力过渡过程分析是十分必要的。

研究水力过渡过程的目的如下。

(1)揭示水力过渡过程的物理本质。例如,关阀与开阀的水击压力过程,水轮机、水

泵等水力机械及其系统在各种过渡过程中的动态特性。

(2)确定控制工况下重要参数的极值。例如,蜗壳或喷嘴的最大压力和最小压力,水轮机组转速最大升高值,尾水管真空度,调压室的最高水位和最低水位;水泵机组的最大反向转速、最大反向流量,管线最大压力和最小压力等。

(3)探明水力过渡过程与系统运行的关系。例如,调压室的水位波动与水轮发电机组的运行稳定,部分机组(水轮机、水泵)工况改变,对同一水力单元其他机组运行的影响等。

(4)寻求改善水力过渡过程的有效措施。例如,水轮机导叶或喷针关闭、开启规律的优化,转桨式水轮机桨叶动作规律的整定;调压室的设置,包括采用的类型、结构形式等,取消调压室与管线优化;水泵出口阀门启闭规律优化,惯性飞轮、空气阀、空气罐、单向调压水箱等水锤防护技术。

总之,只有了解水力过渡过程的物理过程,才能指导如何控制过程的重要参数;研究水力过渡过程是寻求防护措施的基础,合理、有效的工程措施是系统安全运行的保障。因此,要开展专业的水力过渡过程分析,需要了解瞬变流基本方程,掌握求解方法,熟悉各类边界条件、各种防护措施,对相应的数学模型、计算技术都需要有系统、深入的学习。

第二章 基本方程

第一节 基本假定

压力管道中的瞬变流或非恒定流，可以用运动方程和连续方程来描述。在方程推导过程中，做了如下基本假定。

(1) 压力管道中的流体为一元流，并且流速、压强等水力参数在管道横截面上均匀分布，即假定为一维流动。

(2) 管壁和流体都是线弹性的，即管壁和流体的应力与应变成比例。这对于大部分材料的管道，如金属、混凝土等，以及衬砌、不衬砌的隧洞，都是符合实际的。

(3) 应用于管道恒定计算的阻力损失公式，对水力过渡过程同样适用。严格来说这个假定有一定的近似性，但从实际使用来看，可以满足工程应用的要求。

第二节 运动方程

为推导压力管道中流体随时间运动变化的运动方程，从管道中取出长度为 dx 的微元段作为控制体，规定沿中心线的坐标轴 x 与流速 V 的正方向取同一指向，如图 2-1 所示。图中： p 为 I 断面上中心点的压强， A 为 I 断面的面积， τ_0 为管壁作用在流体周边上的

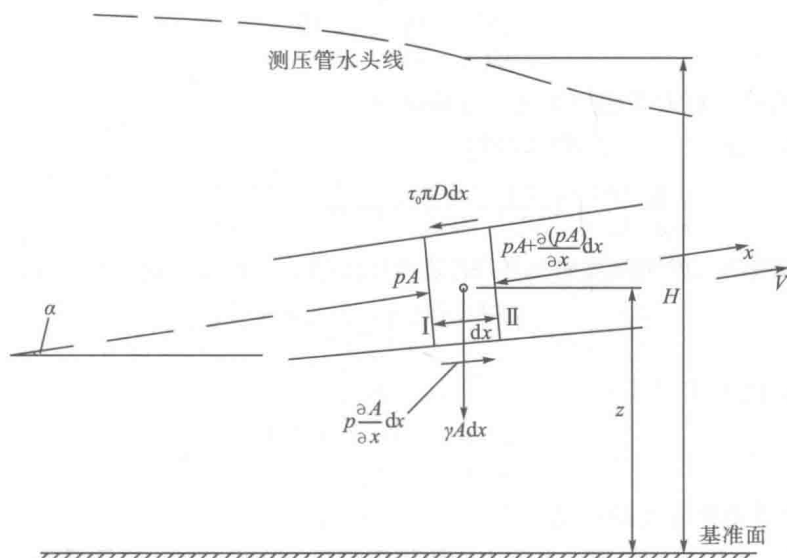


图 2-1 压力管道中微元流体受力示意图

切应力, D 为管道内径, V 为 AB 断面处的平均流速, z 为管道中心线离基准面的高度, H 为测压管水头, γ 为流体容重, ρ 为流体密度, α 为管道中心线与水平线的夹角(当 z 沿 x 的正方向逐渐增加时, α 为正)。

微元段的质量为 $\rho A dx$, 作用在微元段 x 方向上的各作用力分别如下。

(1) 作用在 I 面上的压力: pA 。

(2) 管壁对流体的压力: $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) \frac{\partial A}{\partial x} dx \approx p \frac{\partial A}{\partial x} dx$ (略去高阶微量)。

(3) 作用在 II 面上的压力: $-\left[pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} dx\right] = -\left(pA + p \frac{\partial A}{\partial x} dx + A \frac{\partial p}{\partial x} dx\right)$ 。

(4) 管壁对流体的摩阻力: $-\tau_0 \pi D dx$ 。

(5) 微元段的重力: $-\gamma A dx \sin \alpha$ 。

微元段的加速度为 dV/dt , t 表示时间。根据牛顿第二运动定律, 微元段的流体质量对时间的变化率等于作用力的总和, 即

$$\rho A dx \frac{dV}{dt} = pA + p \frac{\partial A}{\partial x} dx - \left(pA + p \frac{\partial A}{\partial x} dx + A \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) - \tau_0 \pi D dx - \gamma A dx \sin \alpha \quad (2-1)$$

化解为

$$A \frac{\partial p}{\partial x} + \tau_0 \pi D + \gamma A \sin \alpha + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2-2)$$

采用恒定流中计算沿程水头损失的达西公式, 来计算非恒定流中的切应力 τ_0 , 即

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad (2-3)$$

式中, f 为沿程阻力系数; 用 $V|V|$ 代替 V^2 是为了保证摩阻力的方向总是与流速方向相反。

流体的加速度常用欧拉法表示, 即

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (2-4)$$

式(2-4)右边两项分别为当地加速度、迁移加速度。

将式(2-3)、式(2-4)代入式(2-2)得

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + g \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (2-5)$$

对于液体流动, 常用测压管水头 H 来代替压强 p , 有 $p = \rho g (H - z)$, 则

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \alpha \right) \quad (2-6)$$

将式(2-6)代入式(2-5)得

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (2-7)$$

这就是有压管道中瞬变流的运动方程。

恒定流是非恒定流的特例, 上式也适用于恒定流 $\partial V / \partial t = 0$, 若管径不变 $\partial V / \partial x = 0$, 则可以变化为

$$\Delta H = -f \frac{\Delta x}{D} \frac{V|V|}{2g} \quad (2-8)$$

这就是计算圆管沿程水头损失的达西公式。

也可以用流量 Q 表示运动方程, 由于 $V=Q/A$, 则有

$$gA^2 \frac{\partial H}{\partial x} + Q \frac{\partial Q}{\partial x} + A \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2D} = 0 \quad (2-9)$$

第三节 连续方程

从管道系统中取出长为 dx 的微元段, 沿中心线的坐标轴 x 与流速 V 的正方向取同一指向, 如图 2-2 所示。

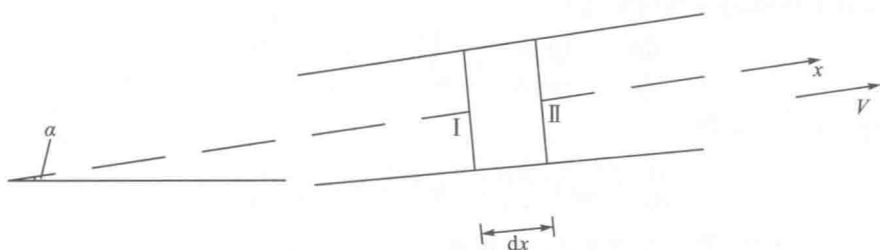


图 2-2 压力管道中的微元流体示意

根据质量守恒原理, 单位时间内流入、流出微元段的流体的质量差值, 应等于该微元段内的质量增量。在 dt 时间内流入 I 断面的质量为 $\rho AV dt$, 从 II 断面流出的质量为 $\left[\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx \right] dt$, 微元段内质量的增量为 $\frac{d(\rho A dx)}{dt} dt$, 因此有

$$\rho AV dt - \left[\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx \right] dt = \frac{d(\rho A dx)}{dt} dt$$

即

$$-\frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} = \frac{d(\rho A)}{dt} \quad (2-10)$$

变化为

$$-\left(A \rho \frac{\partial V}{\partial x} + AV \frac{\partial \rho}{\partial x} + V \rho \frac{\partial A}{\partial x} \right) = \rho \frac{dA}{dt} + A \frac{d\rho}{dt} \quad (2-11)$$

考虑到流体密度 ρ 和横断面面积 A 沿 x 的变化率都比流速的变化率小得多, 式(2-11)左边括号中的第二、第三项可以忽略不计, 因此化简为

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (2-12)$$

可以写为

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \right) \frac{dp}{dt} = 0 \quad (2-13)$$

式(2-13)中左边第二项括号中的两项都有一定的物理意义: $\frac{1}{A} \frac{dA}{dp}$ 表示当压强发生变化时

横断面面积变化率的相对值； $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp}$ 表示当压强变化时流体密度变化率的相对值。当管道材料、几何尺寸和流体的性质一定时，此两项随时间的变化很小，可以近似地看作常量。

通常令

$$\frac{1}{a^2 \rho} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (2-14)$$

即

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \right)}} \quad (2-15)$$

式(2-15)就是波速公式的一般形式，将在本章第四节专门讨论。

式(2-13)中压强的导数可以变换为

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial p}{\partial t} = V \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-16)$$

由于 $p = \rho g (H - z)$ ，即

$$\frac{dp}{dt} = \rho g V \frac{\partial H}{\partial x} - \rho g V \sin \alpha + \rho g \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2-17)$$

将式(2-14)、式(2-17)代入式(2-13)，整理得

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \alpha + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2-18)$$

这就是有压管道中瞬变流的连续方程。

用流量 Q 表示的连续方程为

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{Q}{A} \sin \alpha + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2-19)$$

第四节 水击波速计算

刚性管水击波速的计算公式已在第一章中给出，本章第三节推导出考虑液体压缩和管壁变形的波速公式。由液体体积模量 K 的定义，有 $(d\rho/dp)/\rho = 1/K$ ，式(2-15)可以写为

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + K \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} \right)}} \quad (2-20)$$

求解 $(dA/dp)/A$ 的关键在于确定管道横断面面积 A 与压强 p 的关系。一般假定，在水力过渡过程中管壁变形在弹性范围内，因而可以利用弹性力学的理论建立二者之间的函数关系。以下先针对薄壁均一圆管导出计算公式，对其他管道可以作相应的修正。

一、薄壁均一圆管

对于圆管，有

$$\frac{dA}{A} = \frac{d(\pi D^2/4)}{\frac{1}{4}\pi D^2} = 2 \frac{d(\pi D)}{\pi D} = 2d\epsilon \quad (2-21)$$

式中, ϵ 为管壁的环向应变, 包括分别由环向应力、轴向应力产生的环向应变 ϵ_2 、 ϵ' 。

根据胡克定律(Hooke's law), 有

$$\epsilon = \epsilon_2 + \epsilon' = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1) \quad (2-22)$$

式中, E 为管壁的弹性模量; μ 为管材的泊松比; σ_2 、 σ_1 分别为管壁的环向应力、轴向应力。环向应力可以表示为 $\sigma_2 = Dp/(2\delta)$, δ 为管壁厚度, 故有

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} \frac{D}{2\delta} p \quad (2-23)$$

因此, 管壁的环向应变为

$$\epsilon = \frac{1}{E} \left(\frac{D}{2\delta} p - \mu\sigma_1 \right) \quad (2-24)$$

即

$$d\epsilon = \frac{D}{2E\delta} \left(1 - \mu \frac{2\delta}{D} \frac{d\sigma_1}{dp} \right) dp \quad (2-25)$$

将式(2-25)代入式(2-21), 得

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{E\delta} \left(1 - \mu \frac{2\delta}{D} \frac{d\sigma_1}{dp} \right) \quad (2-26)$$

根据管道支承方式的不同, 轴向应力 σ_1 有不同的表达式。

1. 管道上游段固定

这时管道能沿轴向运动, 轴向应力等于作用在封闭端上的总水压力除以管壁截面积, 因此有

$$d\sigma_1 = \frac{Adp}{\pi D\delta} = \frac{Ddp}{4\delta} \quad (2-27)$$

代入式(2-26)推导出

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right) \quad (2-28)$$

2. 全管段固定

这时管道没有轴向运动, 轴向应变等于零, 即

$$\frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2) = 0 \quad (2-29)$$

可以推求出轴向应力为 $\sigma_1 = \mu\sigma_2$, 从而有

$$d\sigma_1 = \mu \frac{D}{2\delta} dp \quad (2-30)$$

代入式(2-26)推导出

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{E\delta} (1 - \mu^2) \quad (2-31)$$