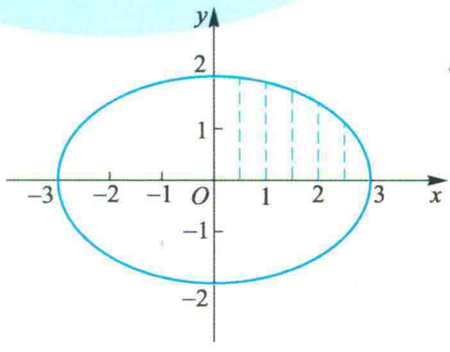
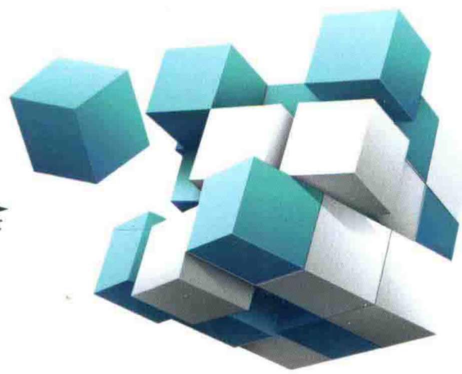
中等职业教育“十二五”规划教材

数学辅导与自测
（职业模块 工科类）

SHUXUE FUDAO YU ZICE
ZHIYE MOKUAI GONGKELEI

主编◎樊方爱 广学丽





航空工业出版社

中等职业教育“十二五”规划教材

数学辅导与自测

（职业模块　工科类）

主编　樊方爱　广学丽

航空工业出版社

北京

内容提要

本书是与中等职业教育教材《数学（职业模块 工科类）》相配套的学生用书，是根据《中等职业学校数学教学大纲》的要求进行编写的。

本书共分5章，主要内容包括：三角计算及其应用，坐标变换与参数方程，复数及其应用，逻辑代数初步，算法与程序框图。本书中，每章都以节为单位，每节包括“重点与难点辅导”“教材习题解析”和“自我检测题”，每章末尾还包括“教材复习题解析”和“本章自我检测题”。在书的最后，还附有检测题答案，以供学生查阅。

本书可供中等职业学校的教师和学生使用。

图书在版编目（CIP）数据

数学辅导与自测 ：职业模块 ：工科类 / 樊方爱，广学丽主编. -- 北京 ：航空工业出版社，2016.2
ISBN 978-7-5165-0981-4

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①樊… ②广… Ⅲ. ①数学课一中等专业学校一教学参考资料 Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第029286号

数学辅导与自测（职业模块 工科类）

Shuxue Fudao yu Zice (Zhiye Mokuai Gongke lei)

航空工业出版社出版发行

（北京市朝阳区北苑2号院 100012）

发行部电话：010-84936597 010-84936343

三河市祥达印刷包装有限公司印刷 全国各地新华书店经售

2016年2月第1版 2016年2月第1次印刷

开本：787×1092 1/16 印张：12.5 字数：258千字

印数：1—5000 定价：26.00元

编者的话

本书是与中等职业教育教材《数学（职业模块　工科类）》相配套的学生用书，是根据《中等职业学校数学教学大纲》的要求进行编写的。

本书共分 5 章，按照教材的章节顺序进行编写。每章都以节为单位，每节包括“重点与难点辅导”“教材习题解析”和“自我检测题”，每章末尾还包括“教材复习题解析”和“本章自我检测题”。在书的最后，还附有检测题答案，以供学生查阅。

本书结构清晰，每一节均先进行知识结构梳理，对重点、难点进行总结；随后对教材习题进行解析，加深学生对知识的理解；最后让学生进行自我检测，强化学生对知识的掌握。

本书设置了多种题型，同时降低了习题难度，真正遵守新大纲的要求，使学生学习并掌握职业岗位和生活中所必要的数学基础知识，引导学生逐步养成良好的学习习惯、实践意识、创新意识和实事求是的科学态度，提高学生的就业能力与创业能力。

本书由樊方爱、广学丽担任主编。

在编写过程中，我们参考了大量的文献资料。在此，向这些文献的作者表示诚挚的谢意。

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中疏漏与不当之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

本书配有精美的教学课件，读者可到北京金企鹅文化发展中心网站（www.bjjqe.com）下载。

编　者

2016 年 1 月

目　　录

第 1 章　三角计算及其应用

1.1　两角和与差的余弦公式与正弦公式

【重点与难点辅导】

1．两角和的余弦公式为

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,$$

简记作 $C_{(\alpha+\beta)}$.

两角差的余弦公式为

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta,$$

简记作 $C_{(\alpha-\beta)}$.

公式 $C_{(\alpha+\beta)}$ 和公式 $C_{(\alpha-\beta)}$ 统称为两角和与差的余弦公式，简记作 $C_{(\alpha\pm\beta)}$.

2．两角和的正弦公式为

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,$$

简记作 $S_{(\alpha+\beta)}$.

两角差的正弦公式为

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta,$$

简记作 $S_{(\alpha-\beta)}$.

公式 $S_{(\alpha+\beta)}$ 和公式 $S_{(\alpha-\beta)}$ 统称为两角和与差的正弦公式，简记作 $S_{(\alpha\pm\beta)}$.

3．二倍角公式为

$$\begin{cases}\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\\ \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ \tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\left(\alpha,2\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right).\\ \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1\\ \cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha\end{cases}$$

4．二倍角公式可以起到升幂的作用．在应用二倍角公式时，要分清角之间的相对关系，如 2α 是 α 的倍角，4α 是 2α 的倍角．

【教材习题解析】

习　题　1.1

1．求下列各式的值．

（1）$\sin 105^\circ$；　（2）$\cos 165^\circ$；

（3）$1-2\cos^2\dfrac{\pi}{12}$；　（4）$\sin^2\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{2}$；

（5）$\dfrac{1}{2}\cos 15^\circ+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 15^\circ$；　（6）$\cos 40^\circ\sin 80^\circ+\sin 40^\circ\cos 80^\circ$．

解答　（1）$\sin 105^\circ=\sin(45^\circ+60^\circ)=\sin 45^\circ\cos 60^\circ+\cos 45^\circ\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$．

（2）$\cos 165^\circ=\cos(45^\circ+120^\circ)=\cos 45^\circ\cos 120^\circ-\sin 45^\circ\sin 120=-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$．

（3）$1-2\cos^2\dfrac{\pi}{12}=-\cos(2\times\dfrac{\pi}{12})=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

（4）$\sin^2\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1-\cos\dfrac{\pi}{4}}{2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$．

（5）$\dfrac{1}{2}\cos 15^\circ+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 15^\circ=\sin 30^\circ\cos 15^\circ+\cos 30^\circ\sin 15^\circ=\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

（6）$\cos 40^\circ\sin 80^\circ+\sin 40^\circ\cos 80^\circ=\sin 120^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

2．化简下列各式．

（1）$\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha$；　（2）$\sin(\dfrac{\pi}{3}+\alpha)+\sin(\dfrac{\pi}{3}-\alpha)$；

（3）$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2$；　（4）$\cos^4\beta-\sin^4\beta$．

解答　（1）$\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha=2(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\dfrac{1}{2}\sin\alpha)=2(\sin 60^\circ\cos\alpha+\cos 60^\circ\sin\alpha)=$ $2\sin(60^\circ+\alpha)$．

（2）$\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)+\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha+\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha=$

$2\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha=\sqrt{3}\cos\alpha$.

（3）$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=1-\sin2\alpha$.

（4）$\cos^4\beta-\sin^4\beta=(\cos^2\beta+\sin^2\beta)(\cos^2\beta-\sin^2\beta)=\cos2\beta$.

3．已知 $\cos\alpha=\frac{12}{13}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，求 $\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})$，$\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})$ 的值.

解答 因为 $\cos\alpha=\frac{12}{13}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-(\frac{12}{13})^2}=\frac{5}{13},$$

故

$$\begin{aligned}\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})&=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{6}-\cos\alpha\sin\frac{\pi}{6}\\&=\frac{5}{13}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{12}{13}\times\frac{1}{2}=\frac{5\sqrt{3}-12}{26},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})&=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{6}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}\\&=\frac{12}{13}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{13}\times\frac{1}{2}=\frac{5+12\sqrt{3}}{26}.\end{aligned}$$

4．已知 $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$，$\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$，$\cos\beta=\frac{3}{4}$，$\beta\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$，求 $\cos(\beta-\alpha)$ 的值.

解答 因为 $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$，$\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$，所以

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-(-\frac{2}{3})^2}=-\frac{\sqrt{5}}{3},$$

又因为 $\cos\beta=\frac{3}{4}$，$\beta\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$，所以

$$\sin\beta=-\sqrt{1-\cos^2\beta}=-\sqrt{1-(\frac{3}{4})^2}=-\frac{\sqrt{7}}{4},$$

故

$$\begin{aligned}\cos(\beta-\alpha)&=\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha\\&=\frac{3}{4}\times(-\frac{\sqrt{5}}{3})+(-\frac{\sqrt{7}}{4})\times(-\frac{2}{3})\\&=\frac{2\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{12}.\end{aligned}$$

5．已知$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，求$\cos\alpha$的值.

解答　因为$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以

$$\alpha+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}),$$

又因为$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，所以

$$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\sqrt{1-\cos^2(\alpha+\frac{\pi}{6})}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},$$

故

$$\begin{aligned}\cos\alpha&=\cos[(\alpha+\frac{\pi}{6})-\frac{\pi}{6}]\\&=\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})\cos\frac{\pi}{6}+\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})\sin\frac{\pi}{6}\\&=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\times\frac{1}{2}\\&=\frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

6．已知$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$，求$\sin2\alpha$，$\cos2\alpha$的值.

解答　因为$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$，所以

$$\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2}=-\frac{\sqrt{6}}{3},$$

所以

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times(-\frac{\sqrt{3}}{3})\times(-\frac{\sqrt{6}}{3})=\frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=(-\frac{\sqrt{6}}{3})^2-(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2=\frac{1}{3}.$$

7．已知 $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，试确定角 α 所在的象限.

解答 因为 $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，所以

$$\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25},$$

$$\cos\alpha=\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}=(\frac{4}{5})^2-(\frac{3}{5})^2=\frac{7}{25},$$

所以角 α 是第一象限角.

【自我检测题】

检 测 题 1.1

1．填空题

（1）$\cos 255^\circ$ 的值为_____.

（2）已知 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{6})$，$\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{6})$，则 $\sin(\alpha-\beta)=$_____.

（3）在 $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{12}{13}$，$\sin B=\frac{3}{5}$，则 $\sin C$ 的值为_____.

（4）已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\sin 2\alpha=$_____.

（5）已知 $\alpha\in(\frac{5\pi}{2},3\pi)$，则 $\sqrt{1+\cos\alpha}+\sqrt{1-\cos\alpha}=$_____.

2．选择题

（1）满足 $\cos\alpha\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\alpha\sin\beta$ 的一组 α，β 的值为（　　）.

A．$\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\beta=\frac{\pi}{6}$　　B．$\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\beta=\frac{\pi}{3}$

C．$\alpha=\frac{\pi}{3}$，$\beta=\frac{\pi}{6}$　　D．$\alpha=\frac{13\pi}{12}$，$\beta=\frac{3\pi}{4}$

（2）已知$\sin\frac{\alpha}{2}=-\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，则角$\alpha$是（　　）.

A．第一象限角　　B．第二象限角

C．第三象限角　　D．第四象限角

（3）化简：$\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)-\sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=$（　　）.

A．$\sin 2\alpha$　　B．$\cos 2\alpha$　　C．$-\sin 2\alpha$　　D．$-\cos 2\alpha$

（4）求值：$\sqrt{2-\sin^2 2+\cos 4}=$（　　）.

A．$\sin 2$　　B．$-\cos 2$　　C．$\sqrt{3}\cos 2$　　D．$-\sqrt{3}\cos 2$

3．计算下列各式的值.

（1）$\sin 13^\circ\cos 343^\circ+\sin 77^\circ\sin 17^\circ$；　　（2）$\cos 75^\circ\cos 15^\circ+\sin 255^\circ\sin 15^\circ$；

（3）$\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$；　　（4）$\sin^2\frac{\pi}{8}-\frac{1}{2}$.

4．化简下列各式.

（1）$\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha)-\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)$；　　（2）$\sin(\alpha-\beta)\cos\alpha-\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha$；

（3）$\cos^4\frac{\pi}{12}-\sin^4\frac{\pi}{12}$；　　（4）$\frac{4\sin^2\alpha}{1-\cos2\alpha}$.

5．已知$\cos\alpha=-\frac{2}{3}$，$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，求$\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$，$\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)$的值.

6．已知$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\cos\beta=\frac{12}{13}$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，求$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$的值.

7．已知$\sin\alpha+\sin\beta=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha+\cos\beta=\frac{3}{5}$，求$\cos(\alpha-\beta)$的值.

8．已知 $\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$，$\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，求 $\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$，$\tan 2\alpha$ 的值．

9．已知 $\cos\alpha=\dfrac{12}{13}$，$\alpha\in(\dfrac{3\pi}{2},2\pi)$，求 $(\sin\dfrac{\alpha}{2}-\cos\dfrac{\alpha}{2})^2$ 的值．

10．已知 $\cos\alpha=\dfrac{5}{13}$，$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，求 $\dfrac{\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{4})}{\cos(2\alpha+4\pi)}$ 的值．

11．已知 $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$，$\cos\beta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，求角 $\alpha+\beta$ 的大小．

1.2 正弦型函数

【重点与难点辅导】

1. 形如 $y = A\sin(\omega x+\varphi)$ 的函数被称为**正弦型函数**.

2. 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0)$ 的定义域为 **R**，最小正周期为 2π，最大值为 A，最小值为 $-A$.

3. 正弦型函数的图像叫做**正弦型曲线**，可以通过“五点法”得到.

4. 简谐交流电的电流强度 i 随时间 t 的变化规律满足函数关系式

$$i = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_0)(I_{\mathrm{m}}>0,\ \omega>0,\ -\pi\leqslant\varphi_0\leqslant\pi).$$

其中 I_{m} 是电流强度的最大值，叫做简谐交流电的**峰值**；$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 叫做简谐交流电的**变化周期**，表示交流电完成一次周期性变化所需的时间（单位：s）；单位时间内，交流电完成周期性变化的次数叫做**频率**，用 f 表示，$f=\dfrac{1}{T}$，单位为 Hz（赫兹）；$\omega x+\varphi_0$ 叫做**相位**，ω 叫做**角频率**，φ_0 叫做**初相位**.

5. 在物理学中，用 $s = A\sin(\omega t+\varphi)$ 表示简谐振动，s 表示位移，A 叫做**振幅**，$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 叫做简谐振动的**变化周期**，$f=\dfrac{1}{T}$ 叫做简谐振动的**变化频率**，$\omega t+\varphi$ 叫做**相位**，φ 叫做**初相位**.

【教材习题解析】

习　题　1.2

1. 求下列函数的周期.

（1）$y=\sin(3x+\dfrac{\pi}{3})$；　　（2）$y=\sin(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3})$；

（3）$y=\cos 2x+\sin 2x$；　　（4）$y=\sqrt{3}\cos x+\sin x$.

解答　（1）$\dfrac{2\pi}{3}$；（2）4π；（3）π；（4）2π.

2. 指出当 x 为何值时，下列函数取得最大值和最小值.