

三个苹果
青少年智慧馆



陈省身

教你学平面曲线

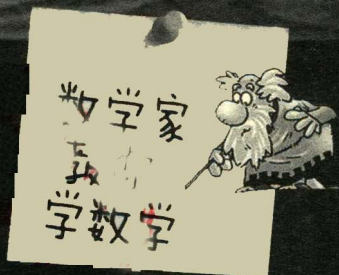
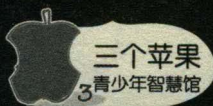
[韩]吴惠贞 著 石舒 译

考点精析，高分必备！

- ★ 概念
- ★ 例题
- ★ 习题
- ★ 证明

解概念 · 掌握应用 · 攻克难点
★ 数学 ★
就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社



陈省身

教你学平面曲线

[韩]吴惠贞著 石舒译

藏书

考点精讲，高分必备！

- ★ 曲率
- ★ 悬链线
- ★ 摆线
- ★ 对数螺线

掌握应用，攻克难点
 理解概念，数学思维
 就得这样学！

全国百佳图书出版单位
 时代出版传媒股份有限公司
 黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaeum & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

陈省身教你学平面曲线 / 【韩】吴惠贞著; 石舒译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5168-7

I. ①陈… II. ①吴… ②石… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 176509 号

版权合同登记号 图字: 12151528

CHENXINGSHEN JIAO NI XUE PINGMIAN QUXIAN

陈省身教你学平面曲线

【韩】吴惠贞 著 石舒 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 程景

特约编辑 古宏伟 赵迪秋

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 安徽国文彩印有限公司

版次 2016 年 2 月第 1 版

印次 2016 年 2 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 90 千

印张 9

书号 ISBN 978-7-5461-5168-7

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,

请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理，让我们亲身体会真理之伟大的“平面曲线”的故事！

抬起头认真地观察一下这个世界。

眼睛看得到的所有事物都是由线和面构成的吧？直线、曲线、平面、曲面……这些线和面构成了一个独特而美丽的世界。规整的直线给人一种简洁的感觉，而曲线则让人觉得温婉而具有灵活性。

和简单的直线相比，曲线更为复杂。生活中我们会遇见很多与曲线相关的事物，由于弯曲程度不同，它们的形状也各具特色。

杯子、碗等餐具中经常使用到的圆形底面；

棒球选手打飞的球划出的抛物线；

韩国的永宗大桥和南海大桥上美丽的悬链线；

寺庙建筑的屋顶、瓦房的屋顶体现的柔和的屋脊；

能让人感到惊险刺激的高铁铁轨的摆线；

海螺、南瓜藤上可爱的旋涡线。

这些曲线都根据形状的不同而具有各自的特性。韩国有名的永宗大桥上沉重但又优雅的铁链，看上去好像是为了美观而挂上去的，但实际上却起到了安全支撑数万吨钢筋混凝土和包括车辆在内的桥的作用。

海螺长成旋涡形状都是因为细胞生长速度差异所致。鹰隼因为两旁眼睛位置的关系而以等角螺线轨迹接近猎物。

像上面这些，通过数学的视角重新解读我们身边很容易发现的社会现象和自然现象，让我们得到可以更加亲密地接触数学的机会。对于只能通过教科书接触到数学的学生们来说，数学仿佛是离人们生活的世界很远的一门学问。虽然在学习方法的层面上，满是让人感到生疏的数学公式的教科书已经在谋求变化，但还是面临着无法成为日常生活一部分的实际情况。

本书中，仅用几种曲线就可以设计生活，体现了各种曲线的美，以及自然的效率性。借此使大家知道，数学绝不是世界之外没用的理论。

希望通过本书，大家可以参透隐藏在学术这堵墙里的曲线理论，理解它在现实世界所起的重要作用。

吴惠贞



课 程 导 航

1 这本书的不同之处

这本《陈省身教你学平面曲线》向我们介绍了周边常见的悬链线、摆线、对数螺线这些迷人的曲线。并通过陈省身老师明快的教程和精心安排的体验活动，生动有趣地为读者讲述了它们各自固有的特性和这些特性如何应用在生活中，以及这些曲线如何展现它们的美丽。通过各种各样的例子说明了具有这些曲线的生物为了适应自然环境而选择的一种进化方式，使大家理解数学是说明社会与自然现象的一个重要工具。通过实地探访各个曲线具有代表性的场所，令读者感受到生动和现实。这种形式不仅能引起读者的兴趣，更能为读者提供与数学亲密接触的机会。

1. 在教科书中，曲线的知识很少，并且非常难理解。本书通过说明曲线在实际应用中的各种体验活动和对各个曲线应用实例的详细介绍，来帮助读者理解各个曲线的性质和应用。虽然表示各曲线的式子是数学教科书之外非常难的知识点，不过在讲解之前，本书将会详细地说明极坐标，以此来帮助读者理解复杂的式子。

2. 曲线最突出的特性就是弯曲。所以弯曲的程度既能决定曲线的形状，又能表示曲线的其他特性。这本书通过我们身边具有代表性的曲线公路来对表示曲线弯曲程度的曲率进行说明，使读者更加容易理解。

3. 这本书从数学的角度来说明与各个曲线相关的社会现象或者自然现象，阐述了数学不是侧重于理论的学问，而是解读这个世界的一个重要工具。



第一课 曲线的弯曲程度——曲率

大关岭（也叫弥失岭）可以说是弯曲道路的代名词。仔细观察这条道路可以发现，即使是在同一条路上，根据弯曲程度的不同，形状也是千差万别。那么怎么表示曲线的弯曲程度呢？在这一课中，我们将学习把曲线的弯曲程度用数字来表示的曲率，并通过具体的例子来学习通过曲率半径和切线求曲率的方法。

• **提前预习：**曲线和切线、无穷大。

• **学习方法：**弥失岭的老路是由一连串的急弯和缓弯构成的。

如何区分急弯和缓弯呢？光用“急”“有点急”“缓和”“平缓”这些词语作为区分的标准显然太过模糊，无法准确地表达弯路的弯曲程度。在这种标准模糊的情况下，必须用数字来表示弯曲的程度，定义表示弯曲程度的曲率的概念。这一课我们将探索利用曲率半径和切线来求曲率的方法，并通过比较两种方法来了解它们的优缺点。最后通过找出曲率在实际生活中应用在除道路以外的其他地方的实例来加深理解。

第二课 用极坐标、旋转角度和距离打造位置

在指南针或雷达荧光屏上确认船舶或飞机位置的方法与在直角

坐标上确认一点位置的方法不同，是确认位置的另一个体系。实际上，确认位置的方法很多。这一课中我们将学习与用直角坐标中表示点位置的方法不同的极坐标的表示方法。通过同时用直角坐标和极坐标表示直线或曲线的式子来进行比较，会令读者理解得更透彻。

• **提前预习：**坐标、平面坐标， $y=f(x)$ 的式子。

• **学习方法：**在海上交通管制中心能看到确认船舶位置的雷达荧光屏。在本课中将要学习像雷达荧光屏这样可以表示人或物位置的种种方法，并对各种方法进行比较。在比较的过程中认识到最方便而又最普遍的方法就是坐标，并学习在初中、高中教科书中出现过的坐标。另外，雷达荧光屏是利用转向角及与现位置之间的距离来显示飞机或船舶的位置，结合这一具体的例子学习极坐标的表示方法。最后，分别用直角坐标和极坐标表示图形，了解哪种坐标更便于实际应用。

第三课 外柔内刚——悬链线

观察两个高压线塔中间被拉紧的高压线能够发现，线稍微呈下垂状。把像高压线这样粗细和重量均匀的线的两端固定在相同的高度上，线下垂时所呈现出弯曲形状的曲线叫作悬链线。这一课将通过悬链线在实际生活中应用的具体实例来了解它的特性。这看似无比柔软单薄的悬链线，把它应用到桥梁上时，却能使长长的桥梁承

受住数万千克的重量。

• **提前预习：**抛物线。

• **学习方法：**站在永宗大桥纪念馆的屋顶上就能发现永宗大桥上巨大的悬链线。永宗大桥承受着桥本身和桥面上沉重的钢索悬链线的重量却能屹立不倒，这当中的原因就要通过探索悬链线的特征来弄清楚了。另外，外观非常相似的抛物线和悬链线是完全不同的，这一点要通过悬链线和抛物线的式子来确认，并通过实际画图来比较两种曲线。

第四课 自行车轮子上的数学——摆线

有高度相同、长度不同的三种滑梯：直线形状的滑梯、圆形的滑梯、摆线形状的滑梯，在三个滑梯的最顶端同时滚下三个球，哪个滑梯上的球会最先落地呢？令人吃惊的是，答案不是直线形的滑梯，而是比直线更长的摆线形的滑梯。本课中我们将会学习摆线这个名字比较陌生的概念，以及与它相关的趣事。通过详细地学习，使大家了解摆线是最速降线并且是具备等时性的曲线这一事实。

• **提前预习：**轨迹。

• **学习方法：**在自行车轮上系上薄薄的藏青色的胶带，骑自行车时藏青色的胶带就会反复画出类似于半圆形的曲线。在这一课中，通过滚动用厚纸壳做成的圆的体验活动来学习藏青色胶带所显

示的轨迹就是摆线，并通过和大小不同的圆的比较去认识摆线是与圆的形状不同的曲线。亲自在数学体验馆里的直线、圆、摆线三种轨道的滑梯上，做从相同的高度使球滚下的实验，摆线轨道上的球最先到达地面，通过这一结果理解摆线是最速降线。在摆线形状的滑梯上，即使从不同的高度使球滚下去，球到达地面的时间都是相同的，通过这一实验学习摆线具备等时性这一特性。

第五课 自然的发展模式——对数螺线

蜗牛、海螺壳、南瓜藤和蝾蝥笼子，它们的共同点是什么？就是都成旋涡状的螺线。为了准确理解对数螺线的概念，这一课中将会对两种具有代表性的螺线，即阿基米德螺线和对数螺线进行比较，尤其会对对数螺线在大自然中经常被发现的原因进行了解。

- **提前预习：**等差数列、等比数列、黄金比。

- **学习方法：**把绳子一圈一圈地缠起来的话，看起来就像是许多圆层层叠叠地堆在一起，但实际上出现的曲线是与海螺壳上的螺线形状相像的螺线。但这两种曲线具备的特性稍微有些不同。在这一课中，通过画缠绕绳子所形成的阿基米德螺线和海螺壳上的对数螺线的活动来比较两种螺线的不同，尽量准确地理解对数螺线所具备的特征。对数螺线又叫等角螺线、黄金螺线，了解它之所以叫这个名字的理由。学习在自然界中对数螺线经常出现的理由。



数学家简介

陈省身 (1911~2004)

我被称为“国际级美籍华人数学家”“微分几何学之父”。

我在中国出生，在美国进行研究，后来取得了美国国籍。

我成为国际级数学家的主要契机是证明了高斯-博内定理。

这个定理表示的是一点或局部几何的性质和全体的性质之间的关系，

对它的证明可以说是现代微分几何学或黎曼几何学上的巨大业绩。

高斯-博内定理所表示的意义在许多重要研究中都起着核心作用。

优秀的数学家们为了能共享自己的学问并合作进行研究而成立了数学

研究所，我也为了自身的进步而付出了大量的努力。

结果在1983年获得数学领域的最高奖项沃尔夫奖。

2004年，国际天文学会小行星命名委员会认可了我的业绩，

并将1998CS2号小行星命名为“陈省身星”。

夜空里，以我的名字命名的小行星正给漆黑的夜空增加一丝光明。



大家好，我是陈省身！

大家好，我是陈省身，1911年出生于中国浙江省嘉兴市。在今后的五节课中，我将和大家一起探索和学习知识。

我的名字很陌生吧？东方人很少有人认识我，在我出生的中国也很少有人知道我。

人们介绍我的时候，通常称我为“国际级美籍华人数学家”“微分几何学之父”。当别人叫我“微分几何学之父”时，我却有些害羞和难为情。

为了进行更深更广阔的数学研究，我去了美国并加入了美国国籍，所以人们称我为美国的数学家。

小时候我就非常爱学习，尤其喜欢学习数学科目，所以经常被称为数学天才。1926年，我考入天津南开大学，当时是15岁。我认为大学课程中最有意思的就是几何学课程。

上大学时，我在学习方面一点都不懒惰，但仍觉得缺少些什么。恰好这时我听说德国数学家布拉希克（Wilhelm Blaschke，1885~1962）要来北京讲学。我想我没有理由错过这个好机会，于是毫不犹豫去听了他的讲座。

布拉希克的讲座是围绕着“微分几何学中的位相数学问题”这个主题进行的，当时在中国，这方面的内容几乎没人了解。对于我来说，微分几何学是第一次听到的知识。新的知识让我曾经烦闷的心竟然变得豁然开朗了。当时我就下决心要研究这个领域。可以说，这个决定结束了我很久以来的疑虑，而且我日后对这个决定也从未后悔过。

微分几何学到底是什么？它是一门利用微分来研究几何图形的学问。独自一个人学习微分几何学的我，为了学到更多的知识而向往着去布拉希克所在的地方。在听布拉希克讲座的两年后，我很幸运地获得以公费留学生的身份前往德国深造的机会。这使我真切地感受到了“有志者事竟成”。我所向往的大学当然是布拉希克就职的汉堡大学。去汉堡大学我就可以得到布拉希克的亲自指导，从而更好地学习微分几何学了。

就读汉堡大学两年后我获得了博士学位，然后又进行了一年左右的学习，于1937年回国担任清华大学的教授。

也许是我太贪心了，回国后我从未放弃做更广泛领域研究的念头。不知道是不是我的运气太好，我又得到了一个去美国的机会。看来我真是一个幸运儿。

在美国时，我不仅进行了大量的曾经想做的个人研究，还在普林斯顿大学、芝加哥大学、加利福尼亚大学、伯克利分校等大学做过代数的位相数学、球面几何学、外微分形式等讲义。

我之所以成为国际级数学家，是因为被高斯-博内定理所吸引，并通过“转移”这个新概念证明了高斯-博内定理。这个定理表示的是一点或者局部几何的性质和全体的性质之间的关系，对它的证明可以说是现代微分几何学或黎曼几何学上的巨大业绩。高斯-博内定理所表示的意义对现在正在进行的重要研究的核心起着中心作用。当时身为普林斯顿高级研究所院士的我和赫尔·外尔、安德烈·韦伊所进行的学术性交流对这个证明的帮助很大。之后，我并没有骄傲自满，而是致力于培养出色的弟子。我经常和其他的数学家进行学术交流，为自身的成长而不断努力着。因为学问是无止境的。

为了使优秀的数学家们能够互相共享各自的学问并且合作进行研究，我也积极投身到数学研究所的建立事业中。最终建成了中央研究院数学研究所、伯克利数学研究所和南开数学研究所。