

航空高等院校教材

# 气动弹性力学

諸德超 陈桂彬 鄒丛青 合編

航空工业部教材編审室

# 气动弹性力学

諸德超 陈桂彬 邹丛青 合編

航空工业部教材编审室

## 内 容 简 介

本书包括气动弹性力学的四个基本内容：一、飞机的静气动弹性基本理论，二、飞机颤振的基本理论，三、飞机动力响应的基本分析方法。四、颤振试验的相似条件和模型设计参数选择。除阐述基本概念和基本理论外，还介绍了常用的工程处理方法，并给出一些数值示例。

本书可用作航空技术院校有关专业研究生和本科生的教学用书或参考书，也可供航空工业和其它工业部门结构设计与分析人员参考。

## 气 动 弹 性 力 学

諸德超 陈桂彬 邹丛青 合編  
責任編輯 吳延璽 欧阳京武

\*

航空工业部教材編审室  
北京航空学院印刷厂印装 内部发行

\*

787×1092 1/16 印张：10.75 字数：275千字  
1986年6月第一版 1986年8月第一次印刷 印数：0,001—800  
统一书号：41213j 定价：1.98元

# 前 言

春风拂面，杨柳起舞，洒旗飘扬，作为一种景色，倒颇能引起游人诗兴。但是作为一种自然的气动弹性现象，其中蕴藏着的力学机理，却很少被人注意，其实，工程技术界的许多部门，也会遇到类似的或其它许多气动弹性现象。特别是航空事业在本世纪的兴起，不少早期飞机就碰到过气动弹性问题。例如，Langley的单翼机在1903年因机翼变形发散而坠落在Potomac河中，第一次世界大战期间的Handley Page O/400双发轰炸机因尾翼颤振而坠毁，等等。另外，1940年通车仅四个月的美国Tacoma大悬桥，在每秒18米相当低的风速情况下，经过一个半小时越振越烈的颤振后倒塌，是桥梁史上一件十分令人震惊的事件。事后的分析研究揭露，造成这些灾难性事故的原因，都是气动弹性效应所致。近代飞行器，为了减轻自身结构重量和达到高速飞行，刚度相对地越来越小，因此有发生更多气动弹性问题的可能。对于桥梁以及烟囱、桥柱、电视台天线、大型起重机等高层建筑物，气动弹性问题的严重性也在不断增长。显然，详细了解和解决这些问题是保证工程结构工作安全和设计优化的基本先决条件。气动弹性力学作为一门独立的学科就是在这种背景下建立和发展起来的。

顾名思义，气动弹性力学是研究弹性体在气流作用下各种行为的一门学科，弹性体在气动载荷作用下会发生变形或振动，而变形或振动又反过来影响气动载荷的分布与大小，正是这种交互作用将在不同条件下产生形形色色的气动弹性现象。因此，本学科又是建立在弹性力学包括结构理论，空气动力学和振动理论这些专门学科基础上的一门边缘学科，涉及到的专门知识相当广泛和深邃。

气动弹性力学首先是适应航空事业的需要而发展起来的，受到航空工业部门技术人员以及航空科技院校有关专业研究生和本科生的关心，自然是不言而喻。有鉴于此，我们编写了本书，尝试为航空科技界贡献一本基本教材或参考书。同时，为了控制学时和篇幅，本书侧重于介绍基本理论和工程处理方法，至于某些气动力方面的知识，将直接引用结果而略去较复杂的推导过程。本书的内容大致如下。

第一、二章讲述静气动弹性问题，包括变形发散、载荷分布，操纵反效和效率诸问题。通过二元翼段介绍基本概念，然后给出翼面的工程计算方法。

第三~六章讲述颤振问题，侧重于弹性机翼在稳定气流中振动稳定性的分析，介绍翼面颤振的工程处理方法，其中包括防止翼面-操纵面发生颤振行之有效的质量平衡法，也将概要地介绍自动控制技术对气动弹性问题的影响和应用。

第七章讲述颤振试验的相似理论，并介绍如何根据相似条件选择风洞颤振模型的设计参数。

第八章讲述动力响应的基本理论，并介绍弹性飞机在任意气动载荷作用下的振动响应历程的工程分析方法。

至于航空技术领域以外的气动弹性问题，本书将不予讨论。

本书的第一、二章由邹丛青编写，第三~六章由陈桂彬编写，第七、八章由诸德超编写。西北工业大学赵令诚教授审阅了初稿并提出了宝贵意见，对此表示深切的感谢。作者也衷心感谢将对本书提出批评和建议的读者。

# 目 录

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| 绪 论                        |       |
| 第一章 气动弹性静力问题               |       |
| 第一节 静气弹的基本现象               | (4)   |
| 第二节 长直机翼的扭转发散              | (13)  |
| 第三节 长直机翼的载荷重新分布            | (22)  |
| 第四节 长直机翼的操纵反效及操纵效率         | (24)  |
| 第二章 积分方程的矩阵解法              |       |
| 第一节 定常升力分布                 | (29)  |
| 第二节 积分方程方法                 | (35)  |
| 第三节 后掠机翼的静气弹问题             | (46)  |
| 第三章 颤振的基本概念                |       |
| 第一节 颤振问题的概述                | (51)  |
| 第二节 颤振的物理现象                | (52)  |
| 第三节 频率重合理论                 | (57)  |
| 第四节 影响颤振速度的一些因素            | (60)  |
| 第五节 操纵面质量平衡概念              | (62)  |
| 第四章 颤振分析基础                 |       |
| 第一节 不可压缩流中振动的二元机翼上的气动力     | (65)  |
| 第二节 应用准定常气动力理论的二元机翼颤振      | (73)  |
| 第三节 应用非定常气动力理论的二元机翼颤振      | (77)  |
| 第四节 颤振行列式的求解               | (80)  |
| 第五节 关于单自由度颤振的讨论            | (87)  |
| 第五章 工程颤振分析                 |       |
| 第一节 大展弦比直机翼的颤振计算—用准定常气动力理论 | (90)  |
| 第二节 大展弦比直机翼的颤振计算—用非定常气动力理论 | (98)  |
| 第三节 大展弦比后掠机翼颤振分析特点         | (103) |
| 第四节 尾翼颤振分析特点               | (106) |
| 第五节 小展弦比机翼的颤振计算            | (107) |
| 第六节 超音速飞机翼的颤振计算—应用活塞理论     | (109) |
| 第七节 颤振分析工作程序及颤振判别式         | (112) |

|     |           |       |
|-----|-----------|-------|
| 第八节 | 关于广义坐标的选择 | (115) |
|-----|-----------|-------|

## 第六章 颤振的防止和颤振主动抑制

|     |                 |       |
|-----|-----------------|-------|
| 第一节 | 颤振的防止           | (117) |
| 第二节 | 基于气动能量概念的颤振主动抑制 | (118) |
| 第三节 | 基于控制理论的颤振主动抑制   | (120) |

## 第七章 风洞颤振试验

|     |                 |       |
|-----|-----------------|-------|
| 第一节 | 风洞模型颤振试验概述      | (124) |
| 第二节 | 相似条件            | (125) |
| 第三节 | 关于若干相似条件的讨论     | (127) |
| 第四节 | 根据相似条件选择模型参数的途径 | (130) |

## 第八章 动力响应

|     |                             |       |
|-----|-----------------------------|-------|
| 第一节 | 弹性飞机的扰动运动方程                 | (139) |
| 第二节 | 在已知外力 $P(x, y, t)$ 作用下的动力响应 | (143) |
| 第三节 | 结构在指定外载荷作用下的瞬态应力            | (149) |
| 第四节 | 着陆时的瞬态应力                    | (152) |
| 第五节 | 对于阵风的动力响应                   | (154) |
| 第六节 | 其它问题                        | (165) |

## 参考文献

## 绪 论

各种弹性结构在气流中都会发生气动弹性现象。可以认为，“气动弹性力学”是一门研究弹性体在气流中的力学行为的学科。“气动弹性力学”这个概念是在三十年代开始形成的，目前已发展成为一门独立的学科。

1946年英国的 Collar 绘制了气动弹性力三角形，它使气动弹性问题作了很好的分类，这个三角形直观地表达了气动弹性问题中各种力之间的联系，从而区分了各学科的研究范畴（如图 a）。

气动弹性力学所研究的各类气动弹性（简称气弹）现象，不外乎起因于空气动力、弹性力和惯性力三者之间的相互作用。在上列力三角形上，把其中任意两个角点联系起来，都形成一个重要的领域。例如“振动力学”它涉及到弹性力和惯性力的相互作用，又如“刚体飞行力学”

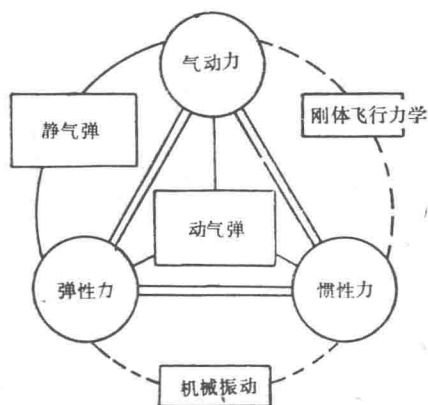


图 a 气动弹性力三角形

；它是将气动力与惯性力的相互作用为研究对象；而把气动力与弹性力联系起来，或者说把流体力学与固体力学这两个范畴结合起来研究，则又形成了通常称之为气动弹性静力问题的内容。它主要包含了静力扭转发散，操纵反效，载荷重新分布以及飞行静稳定性等问题。其实，从概念上讲，不论连结力三角形的哪两个角点，都可以认为它们是气动弹性力学中的一个特殊方面。但是由于历史的原因，只是把气动弹性静力问题放在气动弹性这个学科内，并以它组成气动弹性力学的前一部分，称为“气动弹性静力学”（简称“静气弹”）。如果所论问题涉及到三角形的全部角点时，三种力都参与作用，则更进一步出现了各种气动弹性动力学问题，它主要地包含了颤振、动力响应和抖振等现象，这部分内容构成了气动弹性力学的后一部分，称为“气动弹性动力学”（简称“动气弹”）。由此可见，这门课程是跨越了三个完全独立的学科的。

为了区分实际形成的力学分支，在力三角形中把“振动力学”和“刚体飞行力学”用虚线来表示。气动弹性力学与这些学科间并无严格的界限。

根据研究问题的特点，在研究方法上也就具有它自身的特点。我们都知道，弹性力学的经典理论是研究弹性体在给定外力或位移作用下的应力与应变。在一般情形下，物体上的外作用力与变形无关。通常认为在小变形下，不影响外力的作用。但是在大多数重要的气动弹性问题中，情况起了变化。也就是说，在气动弹性问题中，认为外力是随着物体的变形情况（其中包含了变形、变形速度以及加速度）而改变的。即载荷本身不是事先可以确定的，弹性变形对它起着重要作用，在解出问题之前，外力不是已知数。这是气动弹性问题的特点。例如，在研究飞行器的气动弹性问题时，我们把它当作弹性体处理。机翼是其上的主要升力面，而升力又取决于机翼翼面相对于气流的位置和运动，即此时的气动力载荷不是一个事先

可以确切给出的值。所以说，弹性体在飞行中产生的现象是典型的气动弹性现象。

气动弹性力学主要关心的问题之一是弹性结构在气流中的稳定性（或者更确切地说是不稳定性）。因为对于一定的结构，其空气动力将会随着气流流动速度而增加，而结构的弹性刚度却与流动速度无关，所以可能存在着一个临界的流动速度，在这个速度下，结构变为不稳定的。根据惯性力是否允许忽略，这种不稳定性又可区分为静力不稳定性 和动力不稳定性。前者主要的是扭转变形发散，而后者主要的是颤振问题。这种不稳定性会产生极大的变形，并将导致结构的毁坏，这在飞机设计中是决不允许的。当然气动弹性力学还研究飞行器的很多其他问题，诸如气动弹性静力问题中，还有弹性变形引起的载荷重新分布，操纵效率与操纵反效等问题；气动弹性动力问题中则还有飞机对外加载荷的动力响应，这种响应可以是飞机的变形、运动或诱生的动应力。由操纵面偏转、突风、着陆撞击、机炮射击等引起的响应都属于这类问题。

气动弹性问题在未被人们重视并掌握之前，曾经相继地造成惨重的损失。例如，在第一次世界大战时间，德国福克 D-8 飞机就是一个早期的例子。当时流行的是双翼机翼，而这架飞机采用了高单翼的悬臂机翼，但是机翼的扭转刚度却仍是按原先双翼机的刚度准则确定的，因此扭转刚度偏低。这种高单翼机虽然在某些性能上占优势，却多次在高速俯冲时机翼被毁坏。为了找出失事原因，曾经作了六架机翼的静力实验，它们的结果表明强度是足够的。于是，又作了变形的测量，发现载荷增加的同时，翼尖上的弹性扭角显著增大，这就说明，俯冲飞行时，翼尖攻角要比中部的攻角大，也就是翼尖载荷比中部载荷的增加快得多，正是这种攻角沿展向的增大造成机翼的毁坏。这种现象属于气动弹性现象，后来把它称为载荷重新分布问题。临近第二次世界大战时期，新型飞机猛烈发展的结果，使气动弹性力学开始发展成为一门独立的科学分支，那一时期，飞机失事的主要原因是操纵面和尾翼颤振，特别是经常发生调整片的颤振，操纵面的质量不平衡起着决定性的作用。到二次世界大战临近结束时，飞机速度首次突破音速，又提出了新的气动弹性问题。舵面效率又具有重要的意义。可以这样认为，在飞行器上气动弹性现象是普遍存在的，无论是现代高性能飞机，还是直升机旋翼，或者涡轮叶片，务必解决气动弹性问题。在同一时期，民用工业中也曾经发生过轰动一时的气动弹性事故。1940年美国著名的塔科玛海峡悬桥在风速每小时42哩时，发生剧烈振动而致破坏。事故之后才被认识到这是一起与机翼颤振类似的事件。这一教训一直为后来桥梁工程所重视。其他如高层建筑，输油管道、输电线路、电视天线和核工程等也都存在着气动弹性带来的种种困难，在此就不多叙述了。

在近代航空航天工程的领域内，为了解决气动弹性问题作出了巨大的努力。因为航空领域必须使飞机飞得更快，设计得更为安全可靠，外形及气动力的变化都给气动弹性问题提出新的课题。特别在近代高速飞行器上，由于进入大气层时的高温环境，结构产生了热应力，为此需要研究结构在受热条件下的气动弹性现象，这就形成了“热气动弹性”的问题。同时由于自动操纵和稳定系统日益广泛的应用，伺服传动系统的动力学问题与气动弹性问题互为交感。这样促使控制系统与弹性系统在设计中应考虑到相互影响，以至在研究方法上趋于互相渗透。于是又形成了“伺服气动弹性”的问题。对于飞向外层空间的火箭，也有各种气弹现象，属于这类飞行器的气弹问题主要有壁板颤振，弯曲发散，抖振以及伺服气弹问题。另外还有火箭在发射场的垂直发射位置上受到地面风问题，这个问题类似于地面塔型建筑物的气动弹性问题。对于可重复使用的航天飞行器，由于它又出现升力面与操纵面，因此常规的



气动弹性问题又出现了，特别是“热气动弹性”问题受到了高度的重视。

热气动弹性力学这个概念，也可以直观地用一个热气弹四面体表示。它是在经典的气动弹性力三角形上增加一个角点，即热效应产生的热力。这个力四面体的每一个面都表示了一门相互交叉的学科（如图 b）。

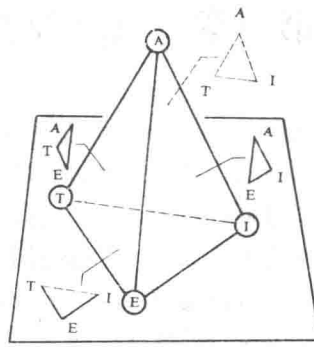
随着飞机设计的发展，气动弹性问题在飞机设计中的地位也发生了深刻的变化。对于近代高速飞机，由于飞机性能的迅速发展，采用了薄翼和细长机身，这样一来，使气动弹性

问题几乎成为所有翼面的临界设计条件之一。特别是现代战斗机，为了尽量加大飞机推重比，严格地控制飞机的重量，成为很突出的问题。然而为了满足气动弹性所要求的刚度及质量分布，往往使结构在满足应力设计的基础上，还要付出很大的重量代价，例如，为此要增加结构刚度或装上一些配重、阻尼器等，这些措施都会使飞机的重量加大，或者使有效载重降低。为了防止结构发生严重的气动弹性现象，以上一些设计上的措施，尽管不很理想，但至今还一直在采用着、通常把这种设计称为“被动控制”的方法。

从六十年代起，国外开始研究并试验新兴的“主动控制”的科学技术，这当然是与日趋成熟可靠的飞机控制系统相应的。利用这种主动控制的新技术，已经在一些飞机上获得成功，它使许多气动弹性现象得到减缓甚至避免。这样，飞机设计中就必须把结构与控制系统作为一个整体来考虑，而气动弹性问题正是这种总体布局中不容忽视的因素。由此可见，从被动控制向主动控制的逾越，将促使气动弹性这门学科发生新的突破。

总的来说，气动弹性现象往往是设计中的不利因素，甚至极为有害，绝不允许。学习本课程的主要目的就在于掌握气动弹性现象的基本原理，研究它们对飞机设计的影响，以及减轻或避免它们的破坏作用。气动弹性是复杂的，在这方面要特别借助于计算机辅助设计。同时，还必须认识到，在气动弹性工作中如果没有大量的实验研究及其巨大成果，几乎不可能有现代飞行器的成功发展。而这方面的理论及方法实际上已形成了又一专业范围，所以就不能在本书中叙述了。

A—气动力            I—惯性力  
E—弹性力            T—热力



AEI—经典气动弹性  
ATI—空气热力学  
ATE—气动热弹性静力学  
EIT—热弹性动力学  
AEIT—气动热弹性力学

图 b 气动弹性力四面体

# 第一章 气动弹性静力问题

在讨论气动弹性静力问题时,通常认为结构的弹性变形是一个缓慢的过程。因此,结构因弹性变形所引起的惯性力比气动力要小得多,可以略去不计。同时,由于运动缓慢,所以运动引起的附加气动力也很小,也可以略去不计。这样,在处理气动弹性静力问题时,可以采用定常气动力理论来计算空气动力。总之,在这类问题中,时间不作为一个独立的变量。

静气弹问题主要包括以下两种类型。第一类是扭转发散问题以及与之密切有关的载荷重新分布问题,第二类是操纵效率与操纵反效问题。

本章内将首先以二元翼段分析气动弹性静力问题的基本现象,从这些现象中建立一个物理基础。同时还将研究一个长直机翼的静气弹计算,并讨论近似计算的方法。

## 第一节 静气弹的基本现象

为了便于理解气动弹性静力问题的现象和机理,以二元翼段作为讨论的起点比较简洁。

所谓二元翼段,它是一个刚硬的平直机翼的翼段。翼段的弯曲和扭转变形可以分别用剖面刚心(即翼段弹性轴)的上、下平移和剖面绕它的转动来表示。由于在气动弹性静力问题中,认为翼段的上、下平移不引起附加的气动力,因此,翼段的平移就可以不予考虑。在翼段的刚心处连有一个扭转弹簧,将这个弹簧固定到风洞壁上。这样,翼段可以绕刚心旋转,图1.1表示了一个最简单的二元翼段模型。

### 一、二元翼段的扭转发散

将上述二元翼段连同刚心处的扭转弹簧一起偏转一个初始角度  $\alpha_0$ , 然后开启风洞,气流速度为  $V$ 。此时,由于翼段是弹性连接于支点上的,所以在气动力与弹簧力的作用下,翼段将在新的攻角

$$\alpha = \alpha_0 + \theta$$

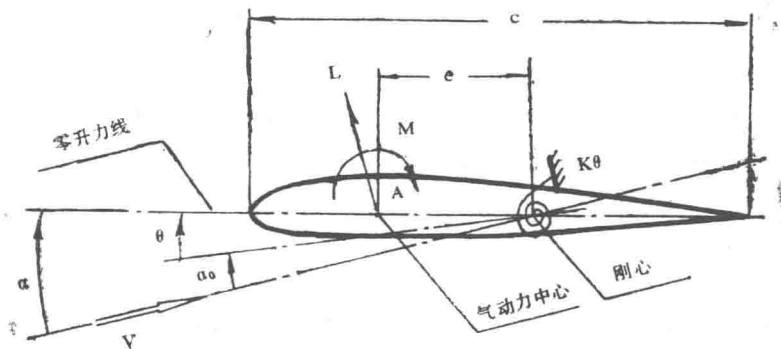


图1.1 二元翼段

下达到平衡（如图1.1）。显然，附加的攻角 $\theta$ 是因为翼段具有弹性支持而产生的扭转变形，体现了弹性体在气流中的效应，所以，这是一种气动弹性效应。

不难设想，如果弹簧的刚度很大，或者风洞的流速很低，则扭角 $\theta$ 会很小；如果弹簧的刚度很低，或者翼段处于高速气流下，则扭角 $\theta$ 将很大，以至于发生弹簧扭转超过极限而导致破坏的现象。

这个附加攻角 $\theta$ 与气流速度有密切的关系，这种关系，有时会达到极为敏感的程度。由气动力理论已知，翼型上的二元（平面）流动的气动力可以表示为升力 $L$ （作用于气动力中心 $A$ ，向上为正）和绕 $A$ 点的力矩 $M_A$ （抬头为正）。对于二元不可压流，其气动力中心位于距翼型前缘 $1/4$ 弦长处，绕该点的气动力矩与攻角无关，所以，可分别得到升力和绕刚心的气动力矩

$$L = C_L q S = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \theta) q S \quad (1-1)$$

$$M = M_A + L e \quad (1-2)$$

其中  $C_L$  是升力系数；

$q$  是气流动压；

$S$  是翼段面积；

$M$  是绕刚心的气动力矩；

$e$  是以气动力中心 $A$ 为起点量至刚心的距离，向后为正。

事实上，在不影响问题本质的前提下，不妨假定 $M_A = 0$ ，于是绕刚心的气动力矩成为

$$L e = C_L q S e = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \theta) q S e \quad (1-3)$$

根据气动力矩与弹簧力矩平衡的条件，可以写出平衡方程

$$K_\theta \theta = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \theta) q S e \quad (1-4)$$

其中  $K_\theta$  是扭转弹簧常数。

上式经过移项归并，则成为

$$\left( K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \right) \theta = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \alpha_0 \quad (1-5)$$

由此解得

$$\theta = \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \alpha_0}{K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S} \quad (1-6)$$

由（1-6）式，可以看出一个重要的可能发生的情况：当动压 $q$ 达到某一特定值时，（1-6）式的分母项成为零， $\theta$ 就趋于无穷大，翼段成为扭转不稳定。这种现象称为扭转发散。

显然，在变形达到无穷大之前，弹簧早已破坏了，这就是前面提到的遭致破坏的现象。可见

（1-6）式分母为零的条件就是扭转发散的“发散条件”。即发散条件可表示为

$$K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S = 0 \quad (1-7)$$

由此可得发散动压为

$$q_D = \frac{K_\theta}{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e S} \quad (1-8)$$

又因为动压为  $\frac{1}{2} \rho V^2$ ，故可求得“发散速度”为

$$V_D = \sqrt{\frac{2K_\theta}{\rho \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e S}} \quad (1-9)$$

我们将可以将 (1-6) 式中的  $\theta$  值代入升力系数  $C_L$  的表达式，则有

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \left( \alpha_0 + \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \alpha_0}{K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S} \right) \\ &= \frac{K_\theta \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}}{K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S} \alpha_0 \end{aligned} \quad (1-10)$$

可见，在发散条件(1-7)式成立时，升力亦同样趋于无穷大。而当动压  $q$  小于发散动压  $q_D$  时，(1-10)式的分母将大于零，此时 (1-10) 式具有确定值，升力将随动压而改变。这种现象就属于载荷重新分布的问题。

综上所述，我们可以用一个框图来表示气动力与弹性系统之间的关系。图(1.2)所示的  $\alpha_0$  可称为输入攻角，升力  $L$  是输出，弹性扭角  $\theta$  则是系统的反馈量。由此可见，气动弹性问题就是当系统具有弹性反馈时的气动问题。

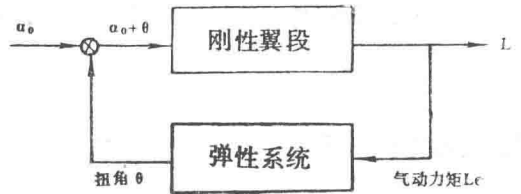


图1.2 弹性机翼的气动弹性反馈

观察 (1-6) 式，可以发现，如果将其分子、分母同除以  $K_\theta$ ，于是有

$$\theta = \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \alpha_0 / K_\theta}{1 - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S / K_\theta} \quad (1-11)$$

显然，其分子项表示：当不考虑气弹效应所附加的气动力时，亦即在原先的  $\alpha_0$  攻角下的气动力所产生的弹性扭角。把它记作  $\theta^r$ ，即

$$\theta^r = \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S \alpha_0 / K_\theta}{1 - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S / K_\theta} \quad (1-12)$$

利用 (1-8) 式，则 (1-11) 式成为

$$\frac{\theta}{\theta^r} = \frac{1}{1 - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e q S / K_\theta} = \frac{1}{1 - q/q_D} \quad (1-13)$$

此式表示考虑了气弹效应后弹性扭转变形的放大因子,当动压趋近于发散动压时,扭角  $\theta$  将急剧增大。当然对于任何实际机翼,弹性扭角不可能达到无穷大,因为弹性扭转与气动力矩之间的线性关系只能在小攻角时成立,攻角稍大时,这种关系早已不符合了。但是,弹性扭转加大,会使结构破坏。为此,飞机的允许飞行速度都必须低于升力面的发散速度。

分析(1-8)式,可以发现,当  $e$  成为负值时,即刚心移至气动中心之前时,  $q_D$  为负,没有物理意义,这说明此时机翼在任何动压下都是气动弹性扭转稳定的。正因为如此,对于超音速飞机由于气动中心后移,刚心到了气动中心之前,扭转发散的危險就大为降低了,可见,扭转发散是典型的亚音速现象。同时,(1-8)式还表明,发散动压  $q_D$  与输入的攻角  $\alpha_0$  无关。所以,可以进一步令方程(1-5)的等号右边为零来研究这一现象。当  $\alpha_0 = 0$  时,方程(1-5)成为

$$\left( K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - eqS \right) \theta = 0 \quad (1-14)$$

这是一个以  $\theta$  为变量的齐次方程。这个方程除有  $\theta = 0$  的显然解之外,还可以是任意非零解,其条件则是(1-14)式中  $\theta$  的系数等于零,该条件可表为

$$K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - eqS = 0 \quad (1-15)$$

由上式可解得使  $\theta$  具有非零解的动压  $q$ ,这一动压就是(1-8)式表示的发散动压  $q_D$ ,而(1-15)式也正是发散条件(1-7)式。当(1-5)式的等号右边不为零时,也就是在一定的初始攻角  $\alpha_0$  下,它将成为变量  $\theta$  的非齐次方程,于是在系数不等于零的条件下,  $\theta$  可有确定值。而只有当动压  $q$  小于发散动压  $q_D$  时,系数才不等于零。有了  $\theta$  的确定值,就可以根据升力公式(1-1)求得在考虑气弹效应后的升力  $L$ 。这个问题就是载荷重新分布问题。根据以上所述,可以了解到扭转发散与载荷重新分布具有密切的联系,但又有本质的区别,并且不可能同时存在。从数学上讲,求发散动压属于求解方程(1-14)的特征值问题,参数  $q_D$  是其特征值。由此可以得到确定发散动压  $q_D$  的一般方法。而载荷重新分布问题则是个非齐次方程的问题。

如果我们再把(1-14)式改写为

$$K_\theta \theta = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - eqS \theta$$

可以更明显地看出它的力学意义:假想系统产生一个小的扭角  $\theta$ ,当  $q = q_D$  时,因  $\theta$  而附加的气动力恰好与  $\theta$  扭角产生弹簧扭矩相平衡。在力学中这是个静力稳定性的问题。 $q_D$  就是随遇平衡的临界值。上式中的两项若都以  $q$  为横坐标,可以画出如图 1.3 所示的两条直线。图中表示,当  $q$  值较小时,附加的气动力矩小于弹簧扭矩,说明系统是稳定的。当动压增大时,同样的  $\theta$  角产生的气动力矩将随之增大,而弹簧扭矩却是一个恒定值,它与动

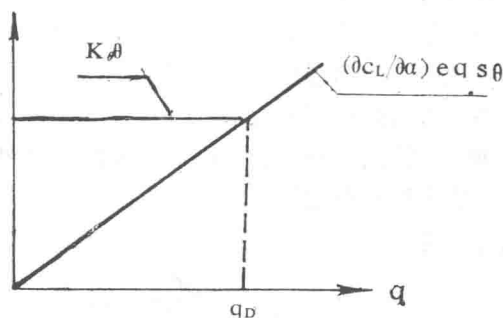


图 1.3 弹性反作用力矩和附加气动力矩随动压的变化

压无关。所以必定在某一动压 $q_D$ 下，两个扭矩相等。当动压再继续增大时，附加的气动力矩将超过弹簧的恢复力矩，从而微小的扭角 $\theta$ 都会使系统成为弹性静不稳定。按图 1.3 中的交点，可以确定发散动压 $q_D$ 。

## 二、操纵效率与操纵反效

为了研究二元翼段操纵面效率的基本物理关系，可以利用一个带有操纵舵面的模型来阐明，如图 1.4 所示。

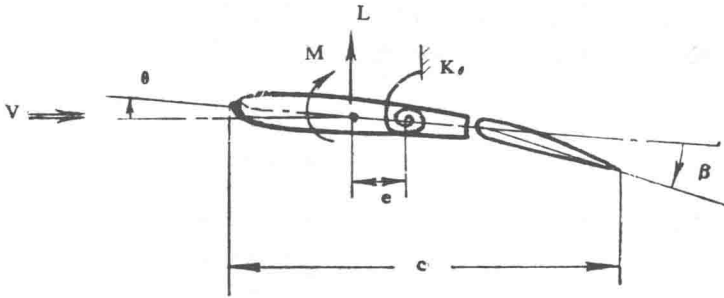


图 1.4 带操纵面的二元翼段

以上讨论的是翼段在垂直的对称面内飞行的基本气弹现象。这里将讨论操纵面偏转（对于机翼就是副翼）时，飞机产生绕机体轴的滚转时所产生的气弹现象。

仍然同以前一样，将二元翼段用弹簧支持在刚心上，使机翼攻角为零，固定在风洞中。然后偏转 $\beta$ 角，并开启风洞。此时偏转操纵面引起翼段上气动力改变。例如， $\beta$ 向下偏转，将使翼型弯度加大，从而使升力增大，这个增量可以表示为 $\frac{\partial C_L}{\partial \beta} - \beta q S$ ，其作用点一般均位于翼剖面的气动中心的后面，如果把它移至气动中心上。则同时产生一个对气动中心的力矩，它可以用 $\frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} - \beta q S C$ 来表示，通常这个力矩为低头力矩，也就是导数 $\frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta}$ 为负值。这个低头力矩使翼段向减小攻角的方向产生弹性扭转变形，于是将附加一个向下的升力，使总升力减小。一般情况下，这个附加升力往往与操纵面偏转直接产生的升力方向相反，从而减小操纵面偏转的效率。随着动压的增大，效率会不断降低，当动压增大到某一临界值时，偏转角 $\beta$ 将完全失去效用，如果再增大动压，则甚至会产生相反的效果，这种现象就是气动弹性的又一种现象，称为操纵效率和操纵反效问题。

为了得出操纵反效的临界动压，以及观察操纵效率随动压的变化，在这里列出图 1.4 所示的翼段平衡方程。设操纵面未偏转之前翼段攻角为零，这个假定对于所论问题是沒有影响的。假定机翼在扭转了角度 $\theta$ 后达到平衡位置，那么根据平衡条件，可得出对刚心的力矩平衡方程为

$$K_{\theta} \theta = \frac{\partial C_L}{\partial \beta} - \beta q S e + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - \theta q S e + \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} - \beta q S C$$

即

$$\left( K_{\theta} - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - q S e \right) \theta = \left( e \frac{\partial C_L}{\partial \beta} + C \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} \right) q S \beta \quad (1-16)$$

这个方程表明，系统在偏转操纵面 $\beta$ 后，在气动力与弹性力作用下产生的扭转变形为

$$\theta = \frac{\left( e \frac{\partial C_L}{\partial \beta} + C \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} \right) q S}{\left( K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} q S e \right)} \beta \quad (1-17)$$

于是可求得此时的升力系数为两部分组成，一部分是弹性扭角 $\theta$ 引起，另一部分是偏转 $\beta$ 直接引起的。利用(1-17)式，即可得到

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \theta + \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \beta \\ &= \left( \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} q S C + K_\theta \frac{\partial C_L}{\partial \beta}}{K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} q S e} \right) \beta \end{aligned} \quad (1-18)$$

上式中，由于 $\frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta}$ 通常为负，所以在动压尚未到达发散动压之前（即分母不为零），如果动压 $q$ 增大，以致使分子成为零。此时 $C_L = 0$ ，说明在这一动压下操纵面偏转不产生升力，操纵面失去效用。这一动压称为操纵反效临界动压，记作 $q_R$ 。由上式分子为零的条件得

$$q_R S C \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} + K_\theta \frac{\partial C_L}{\partial \beta} = 0 \quad (1-19)$$

可解得反效动压

$$q_R = \frac{K_\theta \left( \frac{\partial C_L}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)}{-S C \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta}} \quad (1-20)$$

或反效速度

$$V_R = \sqrt{-\frac{\rho}{2} S C \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \beta} / \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)} \quad (1-21)$$

由上式可见，反效的临界状态与距离 $e$ 无关。这是因为翼段处于反效临界状态时，升力为零，仅有纯力偶。

假如翼段是刚硬支持的，显然此时操纵面偏转角 $\beta$ 所产生的升力增量仅仅与 $\beta$ 有关，我们把这个升力系数记作 $C_L^r$ ，即

$$C_L^r = \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \beta \quad (1-22)$$

当动压 $q < q_R$ 时，虽然尚未达到操纵反效的极端情况，但是由于气动弹性的影响，将使操纵效率降低，这种降低的程度可以用比值 $\frac{C_L}{C_L^r}$ 来表示，这一比值称为操纵效率，记作 $\eta$ 。由

(1-18)、(1-22)式，可得

$$\eta = \frac{C_L}{C_L^r} = \frac{\left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} q S C + K_\theta \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \right)}{\left( K_\theta - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} q S e \right) \frac{\partial C_L}{\partial \beta}} =$$

$$= \frac{\left( q \frac{S e}{K_\theta} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \cdot \frac{C}{e} \frac{\partial C_{m0}}{\partial \beta} - \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \right) + 1}{1 - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{1}{K_\theta} q S e} \quad (1-23)$$

考虑到 (1-8) 和 (1-20) 式, 则上式成为

$$\eta = \frac{1 - q/q_R}{1 - q/q_D} = \frac{1 - q/q_R}{1 - (q_R/q_D)(q/q_R)} \quad (1-24)$$

可见, 操纵效率  $\eta$  是随着飞行动压与反效动压之比  $q/q_R$  而变化的。而其参变量是反效动压与发散动压之比  $q_R/q_D$ 。图 1.5 表示了这种关系。对于  $q_R < q_D$  的情况, 如图 1.5a 所示, 则当  $q \rightarrow q_R$  时,  $\eta \rightarrow 0$ 。对于  $q_R = q_D$  的情况,  $\eta$  总为 1。这说明使  $q_R = q_D$  的设计可能获得弹性翼段的最佳操纵效率。至于  $q_R > q_D$  的情况, 如图 1.5b 所示, 相当于扭转发散发生在操纵反效之前, 则当  $q \rightarrow q_D$  时, 效率趋于无穷大。但如果  $q_D < q < q_R$ , 效率成为负值, 并且操纵已经反效, 因此, 在这种情况下的  $q_D$  也成为一个临界的反效速度。可见操纵反效在  $q_R$  或  $q_D$  时都会发生, 但究竟在哪个动压下发生, 要取  $q_R$  和  $q_D$  中的较小者。

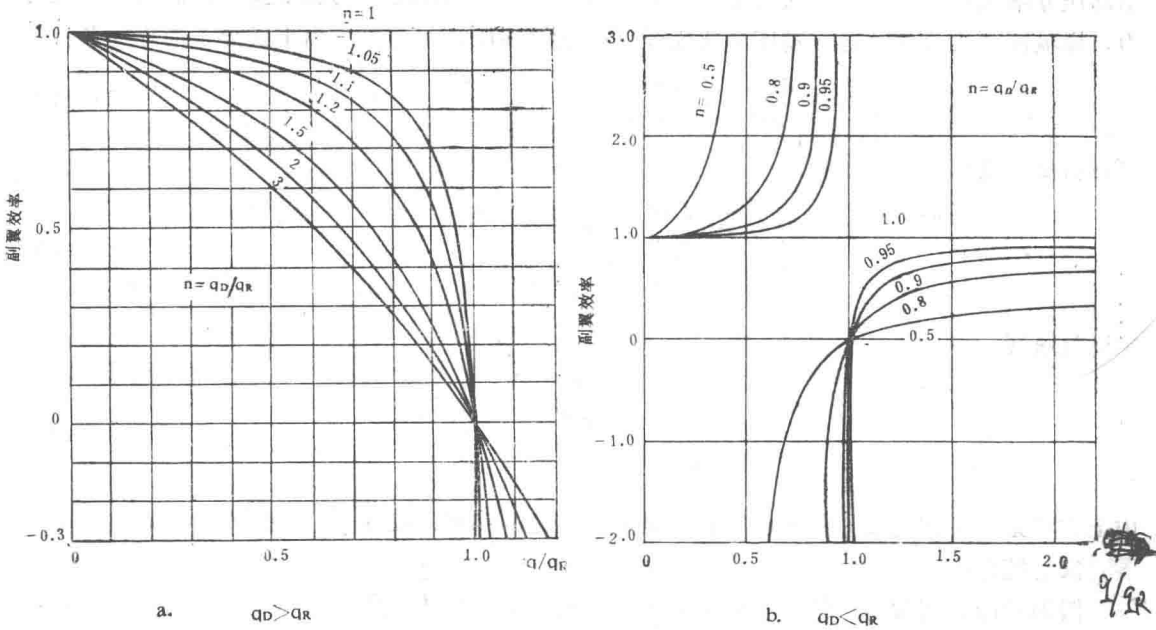


图 1.5 副翼效率对动压的变化曲线

由 (1-8) 式和 (1-20) 式可以看出, 最高效率 ( $\eta = 1$ ) 时, 翼段的参数选择宜符合下列关系式

$$\frac{q_R}{q_D} = 1 = \frac{-e}{C} \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \beta}}{\frac{\partial C_{m0}}{\partial \beta}} \quad (1-25)$$

其中 气动力导数  $\frac{\partial C_{m0}}{\partial \beta}$  和  $\frac{\partial C_L}{\partial \beta}$  都取决于操纵面的相对弦长  $\bar{C}_\beta$ , 例如对于薄翼, 其理



论公式为<sup>[1]</sup>

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta} = \frac{1}{\pi} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} [2 \sqrt{\bar{C}_\beta(1-\bar{C}_\beta)} + \cos^{-1}(1-2\bar{C}_\beta)]$$

$$\frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} = \frac{-1}{\pi} \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \sqrt{\bar{C}_\beta(1-\bar{C}_\beta)^3}$$

其中  $\bar{C}_\beta = \frac{C_\beta}{C}$ ,

$C$  为弦长,

$C_\beta$  为操纵面弦长;

$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi$ ,  $\beta$  用弧度单位。

在设计时可以调节这些参数的关系。例如, 对于二元不可压流动, 若刚心位于前缘之后40%弦长处, 则操纵面的相对弦长应为31%。

将(1-25)式改写后可以得出在  $\eta = 1$  时, 有下列关系

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + \frac{C}{e} \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} = 0 \quad (1-26)$$

同时注意到, 假如翼段不是弹性支持, 而是刚硬地固定在风洞里, 那么, 操纵面偏转所引起的对刚心的气动力矩只包含了与  $\beta$  有关的项, 用符号  $\Delta M^r$  表示, 则

$$\Delta M^r = \left( \frac{\partial C_L}{\partial \beta} e + \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} C \right) q S \beta \quad (1-27)$$

对照(1-26)式, 恰好表明, 使  $\eta = 1$  的条件(1-26)式正是对应于  $\Delta M^r = 0$  的情况。从物理意义上也是不难想象的, 这正说明若操纵面偏转  $\beta$  角而不直接引起对刚心轴的附加气动力矩增量, 此时不产生气动弹性对操纵的影响, 所以效率  $\eta$  保持为 1。

**例题** 一个二元翼段, 若其操纵面以扭转弹簧  $K_\theta$  支持于翼段的铰链轴如图1.6所示, 试求该气弹系统的扭转发散条件及反反动压  $q_{R_0}$ 。

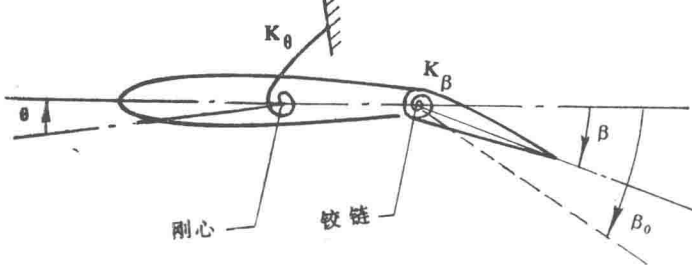


图1.6 铰链弹性支持的二元翼段

**解** 该系统由于刚心与铰链轴均为弹性支持, 因此当操纵面偏转  $\beta_0$  后, 系统由于气动弹性效应使原先处于自由状态的弹簧都产生变形, 在  $\theta$ 、 $\beta$  的位置上达到平衡, 现列出这两个力矩平衡方程:

对刚心的力矩平衡为

$$K_\theta \theta = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \theta q S e + \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \beta q S e + \frac{\partial C_{m_0}}{\partial \beta} \beta q S C \quad (a)$$