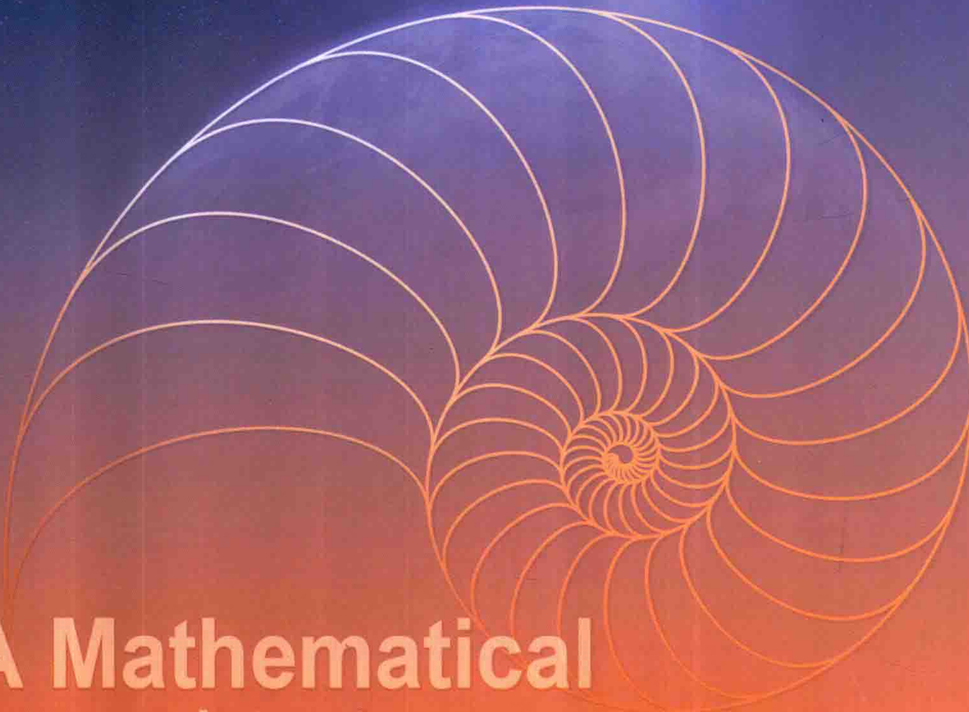
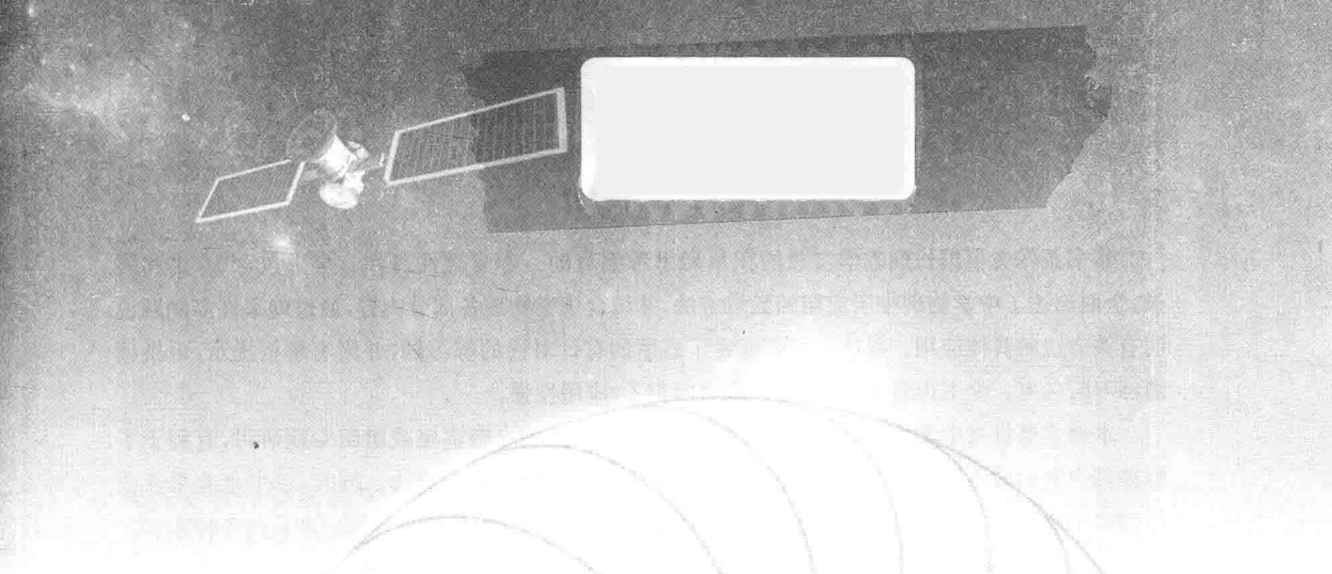


A Mathematical Approach to High School Physics

王溢然　编著

中学物理数学方法讲座

中国科学技术大学出版社



中学物理数学方法讲座

王溢然　编著

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书系作者根据长期教学实践的积累和思考编写的一本专题性著作。全书包含16讲和附录，全面论述了中学物理中所应用的数学方法，并结合中学物理各部分内容，通过列举许多例题说明有关方法的具体应用。每讲后面都配置了适量的有针对性的练习题，并附有解析提示，可供读者练习时参考。全书内容丰富，叙述力求透彻明了，应用性强。

本书主要供高中学生配合平时学习使用，也可用于开展专题讲座或组织专题研讨，有利于了解物理中常用的各种数学方法，提升应用数学知识解决物理问题的能力。同时，本书也非常适合作为高中物理高考复习时的专题参考，有利于进一步全面熟悉处理物理问题时涉及的各种数学方法。本书对中学物理教师和教学研究人员也极有参考研究价值。

图书在版编目(CIP)数据

中学物理数学方法讲座/王溢然编著. —合肥：中国科学技术大学出版社，2017.5
ISBN 978-7-312-04193-8

Ⅰ. 中…　Ⅱ. 王…　Ⅲ. 数学物理方法—青少年读物　Ⅳ. O411.1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 067037 号

出版　中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号，230026
http://press.ustc.edu.cn
https://zgkxjsdxcbs.tmall.com
印刷　安徽联众印刷有限公司
发行　中国科学技术大学出版社
经销　全国新华书店
开本　787 mm×1092 mm　1/16
印张　35.25
字数　858 千
版次　2017 年 5 月第 1 版
印次　2017 年 5 月第 1 次印刷
定价　78.00 元

前　言

我国著名科学家钱学森说过这样的话:“从严密的综合科学体系讲,最基础的是两门学问:一门物理,是研究物质运动基本规律的学问;一门数学,是指导推理、演算的学问。”

物理和数学也是目前高中阶段联系最为紧密的两门基础课。在物理的学习中,我们不仅常常得益于数学中严密推理论证的逻辑思维力量,而且还需要运用各种数学方法进行比较、分析、推理、演算、检验、讨论并得出最终结果等。如果在物理学习中,根据相关的原理建立了方程,却不会运用数学方法求解,依然会功亏一篑!并且,随着对物理学习的进一步深入,数学的应用将会越来越重要。如果在中学阶段的学习中,能较好地具备应用数学方法解决物理问题的基础,无疑会对以后的继续学习产生积极的作用。

因此,早在 20 世纪 80 年代,在中学物理教学中就已经提出了“要提高学生应用数学知识解决物理问题的能力”的要求,学生在物理学习中应用数学的能力逐渐受到广泛的重视。进入 21 世纪后,随着科技的发展,学生的视野和处理实际物理问题的能力得到了进一步拓展,对数学能力的要求相应地也有了提高。本书的编写目的就是希望能满足中学物理教学中对数学方法应用的要求不断提升的需要。

本书包含 16 讲和附录,全面地论述了目前中学物理中所涉及的数学方法。每一讲中,首先扼要地阐述了有关的数学知识,接着结合具体实例介绍相关数学知识在中学物理中的作用,然后列举物理学各个部分的许多例题,进一步展示数学方法在具体问题中的应用。在这些例题中,既包含突出数学方法的应用的经典问题,也融入了近年许多情景新颖的高考题,“传统”与“时尚”交相辉映。每讲最后都配有一定的练习题,并附有解析提示,可作为巩固性练习的参考。

本书可以作为高中学生配合平时学习的学习资料,帮助学生了解有关数学知识在物理学习中的作用,同时可作为高中物理总复习的专题性资料,以便进一步全面体会和熟悉各种数学方法在分析、研究物理问题中的应用。本书也可供物理教师进行教学研究时参考,并可直接用于开展课外讲座和组织专题讨论。如果本书能够对高中学生应用数学知识解决物理问题具有一定的指导意义,切实地提高学生这方面的能力,能够对中学物理教师同行们开展相关的研究具有一点儿启示,作者将会感到非常欣慰!

在本书的编写过程中,我的老同事、江苏省数学特级教师颜尔达先生和府钰、邵璞老师在有关数学方面给予了许多帮助,钟锷在打印和校验等方面也给予了许多支持,在此一并表示由衷的感谢。限于本人的知识和能力,书中难免会有疏漏和不妥之处,读者发现后请予指正。

作　者

2017 年春于苏州庆秀斋

目　　录

第 1 讲　比 和 比 例

1.1　比和比例的基础知识

1.1.1　比和比例的定义

比，就是两个量（或式）的比较。

在数学上，常见的是两个同类量（或代数式）的比较。一个量 a 被另一个量 $b(b\neq0)$ 除，称为这两个量的比，记作 $a:b$ 或 $\frac{a}{b}$，读作 a 比 b。

在 $a:b$ 中，a 称为“比的前项”，b 称为“比的后项”。比的前项除以比的后项所得的商称为比值。

如果两个比 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{c}{d}$ 的比值相等，用这两个比组成的等式就称为比例，即

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},\quad 或\quad a:b=c:d$$

在上述比例中，a 和 d 称为比例外项，b 和 c 称为比例内项。

1.1.2　比和比例的基本性质

1. 比的基本性质

比的前项和后项都乘以或除以不等于零的同一个量（或代数式），比值不变，即

$$a:b=ma:mb\quad(m\neq0)$$

$$a:b=\frac{a}{m}:\frac{b}{m}\quad(m\neq0)$$

这是比的基本性质。

2. 比例的基本性质

在比例中，两个外项之积等于两个内项之积，即

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\iff ad=bc$$

这是比例的基本性质。

由于比例的两个内项或两个外项可以互换，比例的前后项可以互换，因此，由$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$可以分别得到

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c},\quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d},\quad \frac{c}{a}=\frac{d}{b}$$

等不同形式。

3. 合比与分比

比例的一个比的两项之和与后项的比，等于另一个比的两项之和与后项的比，称为“合比定理”。

比例的一个比的两项之差与后项的比，等于另一个比的两项之差与后项的比，称为“分比定理”。

这两个定理可统一表示为

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\quad\Leftrightarrow\quad\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$$

推论 比例的一个比的两项之和与两项之差的比，等于另一个比的两项之和与两项之差的比，称为“合分比定理”。即

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}(\neq 1)\quad\Leftrightarrow\quad\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$

4. 等比定理

几个相等的比的前项之和与后项之和的比，等于其中任意一个比，称为“等比定理”，即

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=\frac{m}{n}\quad(b+d+f+\cdots+n\neq 0)\quad\Rightarrow\quad\frac{a+c+e+\cdots+m}{b+d+f+\cdots+n}=\frac{a}{b}$$

1.1.3 比例系数

比例关系实际上反映了两个量（或两个代数式）之间的一种函数关系。例如：成正比关系的两个量 x、y 取一系列值时，有关系式

$$\frac{y}{x}=\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\cdots=\frac{y_n}{x_n}$$

由于这一系列比式有确定的大小关系，因此引入系数 k，就可以用一个等式表示，即

$$\frac{y}{x}=k,\quad \text{或写成}\quad y=kx$$

成反比关系的两个量 x、y 取一系列值时，有关系式

$$xy=x_1y_1=x_2y_2=\cdots=x_ny_n$$

引入系数 k'后，可以用等式表示为

$$xy=k',\quad \text{或写成}\quad y=\frac{k'}{x}$$

这里的 k 和k'称为比例系数（或称为比例常数），它反映了成比例的两个量（或式）之间确定的数值关系。在 $y-x$ 和 $y-\frac{1}{x}$的平面直角坐标中，它们都反映了图像斜率的大小，如图

1.1 和图 1.2 所示,则

$$k = \tan\alpha,\quad k' = \tan\beta$$

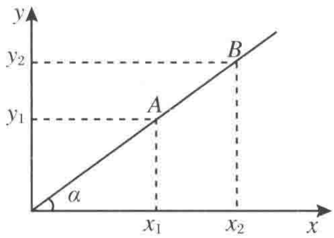


图 1.1　正比例关系图像的斜率

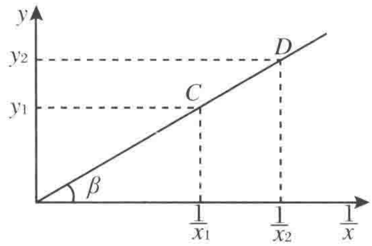


图 1.2　反比例关系图像的斜率

如果把两个变量(或代数式)之间的比例关系加以推广,构成比例关系的也可以是某个变量的 n 次幂或 n 次根,或是 n 个量的乘积或商,或是某个量的三角函数值等。例如:

$$y \propto x^2,\quad y \propto \frac{1}{x^2},\quad y \propto \sqrt{x},\quad y \propto \sin x,\quad \cdots$$

引入一定的比例系数后,同样可以把这些比例关系写成等式,即

$$y = kx^2,\quad y = k\frac{1}{x^2},\quad y = \frac{k}{\sqrt{x}},\quad y = k\sin x,\quad \cdots$$

1.2　比和比例在物理中的作用

比和比例在物理学中的应用很普遍,除了便于进行计算外,它在物理学中的作用主要体现在以下三个方面。

1.2.1　定义物理量

我们先来研究一个关于速度的定义。

初中物理书中常这样说:“在物理学中,把物体在单位时间内通过的路程叫作速度。”* 如果从“语法”中的“主、谓、宾”来分析,则

路程	叫作	速度
(主语)	(谓语)	(宾语)

因此这句话就可以简化为“路程叫作速度”。显然,这个定义很不严谨,仅是为了使初中学生对速度概念形成一个初步的认识而已。

高中物理采用比值的方法进行定义:“在物理学中,把物体通过的位移 s 跟发生这段位移所用时间 t 的比值叫作速度。”** 这个定义,不仅把速度需要由位移和时间两个因素共同确定的物理内涵表达了出来,而且明确了速度的单位(需要由位移单位和时间单位共同确定),

* 义务教育课程标准实验教科书《物理(八年级)》(上海科学技术出版社,2003)。

** 普通高中课程标准实验教科书《物理(共同必修 1)》(上海科学技术出版社,2007)。

指出了速度的方向(跟位移 s 的方向相同)。因此,它能完整地反映这个量(或概念)的物理意义。显然,它比初中物理中的定义更为严格,也更为合理。

根据这个定义,很容易写出速度的定义式:

$$速度 = \frac{位移}{时间}, \quad 或 \quad v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

跟速度的定义相类似,物理学中有许多物理量(或物理概念)都是通过比值来定义的。例如:

用物体的质量与体积的比定义物质的密度,即

$$密度 = \frac{质量}{体积}, \quad 或 \quad \rho = \frac{m}{V}$$

用试验电荷受到的电场力与其电量之比定义电场强度,即

$$电场强度 = \frac{电场力}{电量}, \quad 或 \quad E = \frac{F}{q}$$

用入射角的正弦与折射角的正弦之比定义折射率,即

$$折射率 = \frac{入射角的正弦}{折射角的正弦}, \quad 或 \quad n = \frac{\sin i}{\sin\gamma}$$

……

很明显,在物理学中应用比和比例跟数学中有所不同,不仅可以把同类量相比,也可以把不同类的物理量相比。上面的这三个定义式反映了“比”在物理中应用的三种典型情况:

(1) 可以用“比”建立起同一事物不同属性间的关系(如密度的定义式);

(2) 可以用“比”联系描述同一事物的两个并不直接相关的量(如电场强度的定义式);

(3) 可以用“比”反映某种特定的物理内容(如折射率的定义式)。

其他如加速度、功率、压强、比热容、电容、电介质的介电常数、电流强度、磁感应强度等物理量,也都是采用比值的方法来定义的。

有时,通过用比例关系对物理量做出定义后,还可以了解一些新知识并进行扩展性研究。这方面在中学物理学习中也常会有所体现。

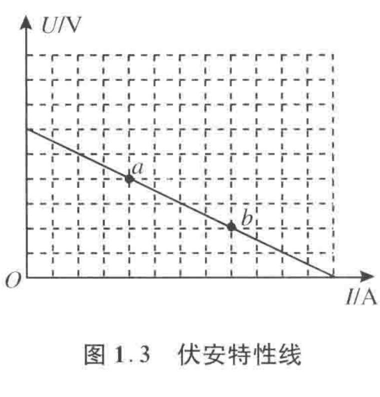


图 1.3　伏安特性线

例题 1(2010 年全国理综)　电源的效率 η 定义为外电路电阻消耗的功率与电源的总功率之比。在测电源电动势和内阻的实验中得到的实验图线如图 1.3 所示。图中 U 为路端电压,I 为干路电流,a、b 为图线上的两点,相应状态下电源的效率分别为 η_a、η_b,由图可知 η_a、η_b 的值分别为(　　)。

A. $\frac{3}{4}$,$\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$,$\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$,$\frac{1}{3}$

分析与解答　由图像得电源电动势 $E=6$ V,a、b 两点电压分别为

$$U_a = 4\ \text{V}, \quad U_b = 2\ \text{V}$$

设电源总功率为 P,a、b 两点外电路消耗的功率(即输出功率)分别为 P_a、P_b。根据电源效率的定义,a、b 两点的电源效率分别为

$$\eta_a = \frac{P_a}{P} = \frac{IU_a}{IE} = \frac{U_a}{E} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad \eta_b = \frac{P_b}{P} = \frac{IU_b}{IE} = \frac{U_b}{E} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

所以，正确的是D。

说明 电源的效率是一个新概念。本题通过比例关系做出定义后立即付之应用，既考查了对新知识的应用能力，又考查了对闭合电路伏安特性线的理解，可谓一箭双雕！必须注意：输出功率与电源效率是两回事，当外阻等于内阻，电路的输出功率最大时，电源效率却只有1/2。

例题2 根据辐射理论，我们做出定义：在单位时间内垂直通过某面积的光能量与该面积之比值，称为辐射（光）强度。现有某金属在一束频率为 ν_1 的光照射下，恰能产生光电效应，那么改用另一束光强度相同、频率为 $\nu_2(\nu_2>\nu_1)$ 的光照射，则（ ）。

A. 逸出的光电子初动能增加，每单位时间内逸出的光电子数增加

B. 逸出的光电子初动能增加，每单位时间内逸出的光电子数减少

C. 逸出的光电子初动能增加，每单位时间内逸出的光电子数不变

D. 逸出的光电子初动能不变，每单位时间内逸出的光电子数增加

分析与解答 根据爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2 + W_0$$

用频率为 ν_1 的光照射刚好有电子逸出，即逸出功为

$$W_0 = h\nu_1$$

当改用频率为 $\nu_2>\nu_1$ 的光照射时，光电子的最大初动能将增加。

由于频率为 ν_2 的光子能量比较大，当这两束光的强度相同时，根据所给定的光强度定义可知，频率为 ν_2 的光每单位时间内到达金属表面单位面积的光子数少，因此每单位时间内逸出的光电子数也减少。正确的是B。

说明 中学物理中研究的是表面光电效应，逸出的光电子与入射光子间具有“一一对应”关系，因此，本题的选项涉及对光强度的理解。这里以题中光强度的定义为依据，如果没有上述定义，很容易误选C，即误认为题中两束光每秒达到金属表面的光子数相同。

1.2.2 表述物理规律

由于比例关系比较简单，科学家本着自然界有序、和谐的信念，从实验数据中研究物理现象的定量关系时，往往会先尝试着用某种比例关系表述。

早在公元前6世纪，古希腊的哲学家毕达哥拉斯就已经用“比”建立起谐音之间简单的数量关系。如二弦长之比为1∶2，发出八音度谐音；二弦长之比为2∶3，发出五音度谐音等。他通过研究还得出结论：频率之比为两个小整数的比（如1∶2，2∶3，3∶4等）的两个音，同时发音会使人听起来觉得和谐、悦耳。

公元前3世纪，古代最伟大的数学家、力学家阿基米德根据人们在长期实践中使用杠杆所积累起来的经验，从几条公理中归纳出了杠杆原理，同样用比例关系做出了表述：两物体平衡时，所处距离与其重量成反比。如图1.4所示，可表示为

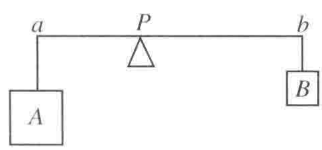


图1.4 杠杆原理

$$\frac{G_A}{G_B} = \frac{Pb}{Pa}$$

1604年，伽利略为了研究落体运动，设计了“冲淡重力”的斜面实验。他让一个小球从斜面上由静止滚下，依次记录了小球在各段时间内通过的距离。表1.1所示是后人发现的

伽利略记录在羊皮纸手稿中的某次实验数据(有"+"表示稍大些)。把各段时间平方,并列出通过的距离之比,如表1.2所示。

表1.1 伽利略手稿中记录的某次实验数据

时间单位	1	2	3	4	5	6	7	8
距离单位	32	130	298+	526+	824	1192	1600	2104

表1.2 对伽利略手稿中实验数据的处理

时间单位	1	4	9	16	25	36	49	64
距离单位	1	4.06	9.31	16.43	25.75	37.25	50.0	65.75

可见,考虑到实验的误差,可以认为小球沿斜面运动时,通过的距离与时间的平方成正比,即

$$s \propto t^2$$

这样,伽利略才得以利用外推法揭示出自由落体运动的奥秘。

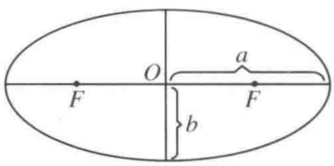


图1.5 行星运动第三定律

在物理学史上,首先用数学公式表述物理定律的是德国物理学家开普勒。他利用丹麦天文学家第谷留下的大量观测数据,潜心研究后相继发现了行星运动三大定律。其中的第三定律(周期定律)就是用比例表示的一个简洁的关系:行星绕太阳运动的周期的平方跟它们轨道半长轴的立方成正比。如图1.5所示,有比例式

$$T^2 \propto a^3, \quad 或 \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

在中学物理范围内,有众多的规律都可表示为一定的比例关系,其主要有这样几类形式:

(1) 正比例关系

胡克定律 $f \propto x$ 或 $f = kx$

牛顿第二定律 $a \propto \frac{F}{m}$ 或 $a = \frac{F}{m}$

查理定律 $p \propto T$ 或 $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$

欧姆定律 $I \propto \frac{U}{R}$ 或 $I = \frac{U}{R}$

法拉第电磁感应定律 $E \propto \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ 或 $E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

……

(2) 反比例关系

玻意耳定律 $p \propto \frac{1}{V}$ 或 $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$

直线电流的磁场 $B \propto \frac{1}{r}$ 或 $B = k\frac{I}{r}$

容抗 $X_C \propto \frac{1}{C}$ 或 $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$

……

(3) 平方正比关系

匀变速直线运动的位移 $s \propto t^2$ 或 $s=\frac{1}{2}at^2$

弹性势能 $E_p \propto x^2$ 或 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$

焦耳定律 $Q \propto I^2$ 或 $Q=I^2Rt$

……

(4) 平方反比关系

万有引力定律 $F \propto \frac{1}{r^2}$ 或 $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$

库仑定律 $F \propto \frac{1}{r^2}$ 或 $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$

氢原子的能级 $E_n \propto \frac{1}{n^2}$ 或 $E_n=-\frac{2\pi^2k^2e^4m}{h^2n^2}$

……

(5) 平方根的比例关系

单摆的振动周期 $T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$ 或 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

弹簧振子的周期 $T \propto \sqrt{\frac{m}{k}}$ 或 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

LC 振荡电路的周期 $T \propto \sqrt{LC}$ 或 $T=2\pi\sqrt{LC}$

……

毋庸置疑,没有其他方法比用这种数学形式对物理规律进行表述更为简洁、更为确切了。

用一个只有几个符号的公式,就可以概括丰富的物理内涵,这也许就是数理结合的神奇之处了。因此在学习中,切不可“死记硬背”,必须理解公式中各个符号的意义及其相互关系,也就是说,要求能够完成“公式符号与物理内容”之间的“翻译”。

一点注意

值得注意的是,当用“比值”的方法定义了物理量或用“比例关系”表述了物理规律后,有时通过对比例关系的变换,往往还可以赋予公式以新的意义。

例如,根据电容器的电容量

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q'}{U'} \Rightarrow \frac{Q}{Q'}=\frac{U}{U'}$$

利用分比知识进行变换

$$\frac{Q}{Q-Q'}=\frac{U}{U-U'} \Rightarrow \frac{Q}{U}=\frac{Q-Q'}{U-U'}=\frac{\Delta Q}{\Delta U}$$

即得

$$C=\frac{\Delta Q}{\Delta U}$$

变换后的定义式$\left(C=\frac{\Delta Q}{\Delta U}\right)$表示电容器的电容量等于其电量的改变量与两极间电势差

的改变量之比，在数值上等于两极板间电势差每改变 1 个单位时所需要改变的电量，即当 $\Delta U=1$ 单位时，$C=Q$。

这个定义式不仅可以给有关的计算带来方便，也能使我们对电容的概念、比较电容的大小有一个更为直观的认识：给不同的电容器带上相同的电量，两极间电势差改变量越小，电容器的电容量越大；反之，当不同的电容器两极间电势差都升高（或降低）1 V 时，所需要增加（或减少）的电量越多，电容器的电容量越大。

又如，查理定律指出：一定质量的理想气体，当保持体积不变时，气体的压强与其绝对温度成正比，即

$$p \propto T \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

经过变换后也可写成

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}=\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2},\quad \frac{\Delta p}{p}=\frac{\Delta T}{T},\quad 或 \quad \frac{\Delta p}{\Delta T}=\frac{p}{T}$$

这也就是说，一定质量的理想气体的体积不变时，气体压强的变化量与其温度的变化量成正比；或者说，气体压强的变化量与其温度的变化量之比等于某一状态下压强与温度之比。这些比例式的物理意义用等容线很容易说明。如图 1.6 中的斜直线 OC 表示一定质量的理想气体的某条等容线（设体积为 V），A、B 和 A'、B' 分别是等容变化前后的两个状态，对应的状态参量依次为

$$A(p_1,T_1,V),\quad B(p_2,T_2,V)$$
$$A'(p'_1,T'_1,V),\quad B'(p'_2,T'_2,V)$$

由于等容线是一条斜率一定的倾斜直线，所以它们都满足同样的条件，即

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}=\frac{\Delta p_1}{\Delta T_1}=\frac{\Delta p_2}{\Delta T_2}=\tan\alpha$$

在处理实际问题时，可以根据需要灵活选用相应的比式。

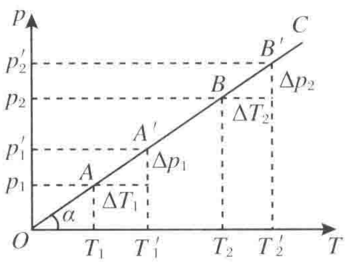


图 1.6　理想气体的等容线

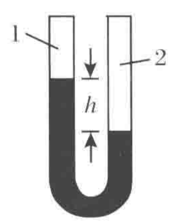


图 1.7　U 形管

例题 3　如图 1.7 所示，密封的 U 形管中装有水银，左右两端都封闭着一定量空气，两侧水银面高度差为 h。现把 U 形管竖直浸没在热水中，那么高度差 h（　　）。

A. 增大　　B. 减小

C. 不变　　D. 条件不足，无法确定

分析与解答　把 U 形管浸没在热水中，两侧气体的温度、体积和压强都会发生变化。为了便于判断，可以先假设气体的体积不变，比较两侧气体温度升高后压强增量的大小，然后由水银柱的移动方向确定高度差的变化。

在 $p-T$ 平面上画出如图 1.6 所示的等容线，得两侧气体压强增量的大小分别为

$$\Delta p_1 = p_1' - p_1 = \Delta T\frac{p_1}{T_1},\quad \Delta p_2 = p_2' - p_2 = \Delta T\frac{p_2}{T_2}$$

因为原来的压强 $p_2 > p_1$，所以 $\Delta p_2 > \Delta p_1$，即温度升高后右边气体压强的增量比较大，所以右侧水银面将下降，左侧水银面会上升，两边水银面高度差增大，所以A正确。

1.2.3 满足测量需要

比例在物理测量中的应用可以分为两个主要方面。

1. 测量仪器的设计与分度

在技术上，利用某些物理量之间存在着简单的正比例关系（如天平的附加质量与游码在横梁上的移动距离成正比，通过电流表的电流与指针的偏角成正比等），可以给仪器的设计制作及其分度带来很大的方便。

例题4 如图1.8所示为一个力电转换器的示意图，它的输出电压正比于受压面的压力（比例系数为 k）。测量时先调节输入端的电压，使转换器空载时的输出电压为0；而后在其受压面上放一物体，即可测得与物体的质量成正比的输出电压 U。

(1) 请完成电路设计，要求力电转换器的输入电压可调，并且使电压的调节范围尽可能大。

(2) 列出待测物体质量 m 的表达式。

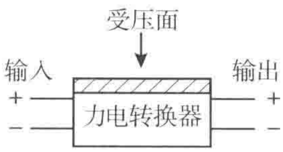


图1.8

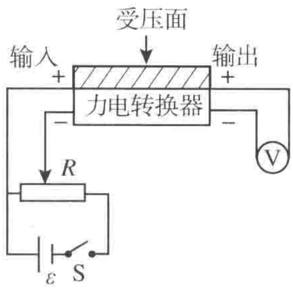


图1.9

分析与解答 (1) 电路如图1.9所示。由于要求力电转换器的输入电压调节范围比较大，因此变阻器采用分压式接法。

(2) 将已知质量为 m_0 的砝码和待测物体先后放在力电转换器的受压面上，记下输出电压，分别为 U_0 和 U，可得

$$U_0 = km_0 g,\quad U = kmg$$

两式相比，即得被测物体的质量

$$m = \frac{U}{U_0}m_0$$

说明 根据被测物体的质量正比于输出电压的关系，就可以很方便地在电压刻度值上标出相应的质量值了。

2. 满足特定的测量需要

在物理学的实验研究中，为满足某些测量需要，常常会引入一些特定的比值。例如，在