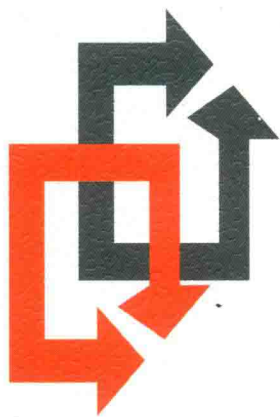


现代逻辑视域下的 哲学逻辑研究

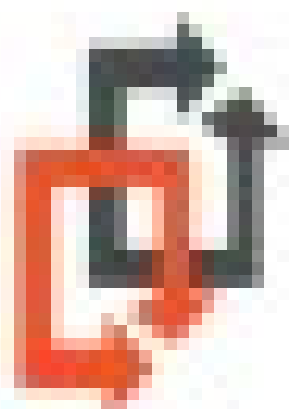
高航 著



西南交通大学

現代文學理論下的 中國文學研究

◎ 王德威



◎ 王德威



现代逻辑视域下的哲学逻辑研究

高 航 ◎ 著

西南交通大学出版社

• 成都 •

图书在版编目 (C I P) 数据

现代逻辑视域下的哲学逻辑研究 / 高航著. —成都:

西南交通大学出版社, 2017.11

ISBN 978-7-5643-5890-7

I. ①现… II. ①高… III. ①哲理逻辑—研究 IV.

①B815

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 275070 号

Xiandai Luoji Shiyu Xia De Zhexue Luoji Yanjiu

现代逻辑视域下的哲学逻辑研究

高航 著

责任编辑 张宝华
助理编辑 郑丽娟
封面设计 原谋书装

出版发行 西南交通大学出版社
(四川省成都市二环路北一段 111 号
西南交通大学创新大厦 21 楼)
发行部电话 028-87600564 028-87600533
邮政编码 610031
网 址 <http://www.xnjdcbs.com>
印 刷 四川煤田地质制图印刷厂
成品尺寸 170 mm × 230 mm
印 张 14.5
字 数 260 千
版 次 2017 年 11 月第 1 版
印 次 2017 年 11 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5643-5890-7
定 价 59.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

逻辑学是一门技术性的学科，有着特定的语言、符号和方法，其研究的核心问题是推理。从信息论的观点看，推理是信息变换过程，因而逻辑学的根本任务是研究信息变换形式正确性的条件。人的思维过程其实也是一种信息变换过程。在这个意义上说，逻辑学是研究思维形式及其变换有效性条件的科学。逻辑学在 20 世纪中叶用数理逻辑的理论成果来分析基本哲学范畴必然、偶然和可能，在可能世界语义学的基础上，形成了逻辑学和哲学又一次结缘的新景观——哲学逻辑。

数理逻辑的创立为哲学逻辑的兴起提供了历史前提，当代分析哲学为哲学逻辑的产生提供了总的思想背景，现有的经典逻辑理论自身的缺陷和不足为哲学逻辑的产生提供了动因，而现代语言学、计算机科学又对哲学逻辑提出了现实需要。哲学逻辑就是在这种情况下，应用现代数理逻辑的技巧和方法去分析研究自然语言中的某些概念、范畴及其推理问题，并且这些概念、范畴或者直接就是传统哲学的概念、范畴，或者对于哲学研究具有重要意义。

哲学逻辑是与经典逻辑不同的一类逻辑，是以模态逻辑为代表的一类逻辑的总称。哲学逻辑最广的范围是指现代逻辑中除经典逻辑外的所有逻辑，最窄的范围是指与模态逻辑类似的一类逻辑。哲学逻辑这一术语最初是由罗素引入的，透过这个术语，罗素意在传递人工语言对于自然语言和思想的研究是充分的这样一种想法。本质上这是一种对语言加以形式化处理的哲学纲领。

本书以现代逻辑为背景，以哲学逻辑的主要问题为核心，以逻辑的应用和逻辑思想史为补充，主要目标是为读者提供有关当前哲学逻辑各专题领域的基础知识，包括相关的概念、问题、方法和主要结果，甚至还包括应用。现代逻辑研究问题的一般方法和思路是：① 确定研究的层

次和范围；② 创制足以刻画研究对象的形式语言；③ 建立语义，给出有效性概念；④ 建立形式推理的公理系统；⑤ 研究系统的可靠性和完全性等性质。本书的每一章内容的安排基本上是按照这一思路展开的。

一本书，常常是不仅仅属于自己独特的东西。正如波兰控制论学者格林尼斯基说的那样：“作者总是他的前辈的继承者，甚至在他反对前人的意见时也是这样。他的声音，在一定程度上，往往是老师、朋友、同事告诉他的话的回声。”本书也不例外。在撰写本书时，作者参考了书末所列著作的有关章节。在此，我对这些著作的专家、学者谨致谢意！

与逻辑结缘，已有十几载。研究生求学期间，导师宁莉娜教授、弓肇祥教授的课堂趣味盎然，从那时起我就喜欢上了逻辑。两位恩师在专业、人生等诸多方面都给予我很多帮助和指导，更给予我追求逻辑的无限勇气和力量！2011 年至今，我任教于四川警察学院，期间陆续发表了一些有关哲学逻辑方面的论文。在这里，当感谢诸多同事的关心与支持，更应向帮助和关心本书成长的四川警察学院学术委员会表示衷心感谢！还要感谢西南交通大学出版社编辑们的辛勤付出和大力支持！

哲学逻辑作为一门新兴的交叉学科，涵盖量大，研究内容广阔，本书只是选取其中一些较为重要的专题进行研究。由于作者学识有限，本书难免存在一些不当甚至错漏之处，热忱欢迎读者批评指正。

高 航

2017 年 8 月于泸州寓所

目 录

绪论 一个非经典逻辑的群体——哲学逻辑.....	/ 001
第 1 章 模态和模态命题形式	/ 005
1.1 模态及其类型.....	/ 005
1.2 真性模态命题形式.....	/ 008
1.3 一些著名的模态公式.....	/ 009
第 2 章 模态逻辑系统	/ 011
2.1 现代模态逻辑的诞生.....	/ 011
2.2 模态命题逻辑的语言.....	/ 013
2.3 极小的模态系统 K	/ 014
2.4 模态系统 D 和 T	/ 021
2.5 模态系统 $S4$ 、 $S5$ 、 B	/ 024
2.6 模态归约和模态范式.....	/ 031
2.7 模态谓词逻辑.....	/ 034
第 3 章 可能世界语义学基本理论	/ 038
3.1 可能世界语义理论直观思想.....	/ 038
3.2 可能世界语义模型.....	/ 041
3.3 可能世界语义理论的意义.....	/ 046
第 4 章 模态语义图	/ 047
4.1 归谬赋值法.....	/ 047
4.2 模态语义图基本思想.....	/ 048
4.3 验证 T -有效性语义图	/ 049
4.4 验证 $S4$ -有效性语义图	/ 056
4.5 验证 $S5$ -有效性语义图	/ 058

第 5 章	时态逻辑	/ 059
5.1	时态命题形式	/ 059
5.2	时间逻辑系统	/ 060
5.3	米突时态逻辑系统	/ 065
5.4	时态逻辑语义学	/ 067
第 6 章	道义逻辑	/ 069
6.1	道义命题形式	/ 069
6.2	一元道义逻辑	/ 070
6.3	二元道义逻辑	/ 075
6.4	道义逻辑语义学	/ 077
第 7 章	认知逻辑	/ 080
7.1	认知命题形式	/ 080
7.2	知道逻辑	/ 081
7.3	信念逻辑	/ 092
7.4	断定逻辑	/ 094
7.5	知道逻辑语义学	/ 97
7.6	信念逻辑语义学	/ 103
第 8 章	多主体认知逻辑系统	/ 105
8.1	多主体系统及其相关概念	/ 105
8.2	知识逻辑和它们的性质	/ 107
8.3	知识逻辑的公理系统	/ 109
第 9 章	多主体完全的认知逻辑	/ 112
9.1	M 主体的认知系统	/ 112
9.2	$S5_m(CDE)$ 的语义学	/ 118
9.3	认知逻辑的发展	/ 119
第 10 章	动态逻辑	/ 120
10.1	动态逻辑的缘起	/ 120
10.2	模态逻辑推广于程序推理	/ 121
10.3	程序推理的层次	/ 122
10.4	命题动态逻辑	/ 124
10.5	一阶动态逻辑 QDL	/ 129
第 11 章	多值逻辑	/ 132

11.1	二值性原则突破, 多值逻辑诞生	/132
11.2	多值逻辑系统	/134
11.3	弗晰逻辑和意义逻辑	/142
第 12 章	相干逻辑	/145
12.1	相干逻辑的缘起和基本思想	/145
12.2	相干命题逻辑系统 R	/147
12.3	相干逻辑自然演绎系统	/149
12.4	相干逻辑系统 E	/151
12.5	相干逻辑语义学	/154
第 13 章	部分逻辑	/158
13.1	部分逻辑的缘起	/158
13.2	部分逻辑的基本概念和基本思想	/161
13.3	部分逻辑语义学	/163
13.4	一阶部分理论	/167
第 14 章	自由逻辑	/172
14.1	自由逻辑的缘起	/172
14.2	自由逻辑的公理系统	/176
14.3	自由逻辑自然演绎系统	/180
14.4	自由语义学	/182
第 15 章	弗协调逻辑	/194
15.1	协调性和足道性	/194
15.2	弗协调逻辑的缘起	/195
15.3	构建弗协调逻辑的方法	/197
15.4	弗协调逻辑系统 C_n	/201
15.5	弗协调逻辑语义学	/204
第 16 章	直觉主义逻辑	/207
16.1	直觉主义逻辑的缘起和它的基本思想	/207
16.2	直觉主义逻辑公理系统	/210
16.3	直觉主义逻辑自然演绎系统	/211
16.4	直觉主义逻辑语义学	/216
参考文献		/221

绪论

一个非经典逻辑的群体——哲学逻辑

1. 经典逻辑和非经典逻辑

逻辑学是一门古老的科学，早在公元前四世纪，古希腊哲学家亚里士多德（前 384—322）就研究了词项、命题和推理，建立了以三段论为主要内容的词项逻辑。同时他还系统地研究了证明理论和逻辑谬误理论，探讨了模态理论和逻辑规律问题。通常人们把这些理论统称为亚里士多德逻辑。稍后，麦加拉学派（Megaric school）、斯多噶（stoics）学派的学者们研究了假言命题和选言命题的性质，讨论了假言推理和选言推理的某些形式，从而奠定了命题逻辑的基础。中世纪欧洲的逻辑学家们进一步发展了古代逻辑，在某些方面做了改进和扩充，出现了像《波尔罗亚尔逻辑》（*Port Royal Logic*）这样的教科书。

差不多与古希腊学者同时，中国古代的学者们提出自己的逻辑理论，其中最著的是墨家的逻辑。古代印度的学者们也建立了称作因明的推理理论。

通常人们把上述逻辑理论称作传统逻辑（*Traditional Logic*）。传统逻辑和现代逻辑的分起点是 1847 年。在这一年，乔治·布尔（Boole, G.）发表了《逻辑的数学分析》一书，于是现代命题逻辑出现了。同时，德·摩根（De, Morgan, A.）、皮尔斯（Peirce, C.S.）等人提出关系逻辑理论。1879 年，弗雷格（Frege, G.）的著作《概念文字》（*Begriffsschrift*）问世。他在其中研究了量词理论，从而建立了第一个谓词演算系统。20 世纪初，怀特海（Whitehead, A.N.）和罗素（Russell, B.）出版了他们的巨著《数学原理》（*Principia Mathematica*）（1910, 1912, 1913）建立了完整的命题演算和谓词演算系统。于是，新的公理化的逻辑系统定型了。20 世纪 30 年代坚钦（Gentzen, G.）提出自然演绎方法，建立了第一个自然演绎系统，使逻辑演算更接近人们的实际推理程序。通常把以命题演算和谓词演算为基础的逻辑称作数理逻辑（又称符号逻辑或逻辑斯谛）。现在，数理逻辑还包括模型论、公理化集合论、递归论和证明论。

我们把由弗雷格、罗素等人建立起来的数理逻辑称作经典逻辑或标准逻辑、正规逻辑。随着现代逻辑不断发展,人们对于与非经典逻辑相对的经典逻辑的特征的认识逐步加深。现在,我们认为经典逻辑具有如下特征:

第一个特征是它的外延性(extensionality)或真值函项性(truthvalue functionality)。我们相对于语言的各种表达式将外延性概念定义如下:

个体常元 a 的外延是 a 所指称的那个个体。如果 a 是专名,那么被 a 所命名的个体是它的外延。如果 a 是摹状词,那么被摹状者是它的外延。谓词 P 的外延是使 P 成立的实体的类,即是具有属性 P 的所有事物的类。一个语句(或命题)的外延是它的真值。而由联结词所结合的复合语句的外延是由联结词的性质和组成该复合句的各原子语句的值决定的。所以一个复句形式是组成它的原子语句的真值函项。

这里顺便提一下,外延性原则(principle of extensionality):如果在公式 E 中用有跟 e 占相外延的表达式 e' 替换 e ,那么 E 的外延仍保持不变。

第二个特征是它的二值性(bivalence)。所谓二值性是指每个命题不是真的,就是假的。更精确地说,所有命题的集合划分为两个不相交的子集,它们中一个对应于真命题的集合,另一个对应于假命题的集合,一个真命题不能同时是假的,一个假命题不能同时是真的。斯多噶学派,特别是克吕西波(Chrysippus)把二值原则作为逻辑学基础,所以它又被称作“克吕西波原则”。

第三特征是它的个体域的非空性(non-empty)。在经典的量词理论中,要求所有个体常元和个体变元都在所有模型中指派所指。换句话说,在量词逻辑的模型中,其解释域是非空的集合,这就是所谓的“存在承诺”(existential commitments),奎因(Quine, W.V.)把它称作“本体论承诺”(ontological commitments)。

第四个特征是它的单调性(monotonicity)。这里的单调性是对推理而言。一个推理是单调的,就是说,由已知前提推出的结论,不会被进一步的推演所推出的结论所否定。换句话说,单调的推理所获得的新信息不会影响原有信息的真实性。形式地说,令 Γ 是公式的集 $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ 的集合,对于 Γ 来说,如果 $\Gamma \vdash \varphi_i$,那么对任一 ψ , $\Gamma \cup \psi \vdash \varphi_i$ 。

第五个特征是它的陈述性(statementety)。按奥斯汀(Austin, J.L.)的语言行为(speech act)理论,把话语作了这样的划分:陈述的话语和施为(做事)的话语。前者陈述事件状态,后者用于完成某种行为。陈述话语有真假,而施为话语无真假。而经典逻辑是从真假角度研究推理,所以它只研究由陈述句构成的推理。因而它具有陈述性。

凡是不具有上述五个特征之一的逻辑均属非经典逻辑(non-classical logic),它们是通过扩充和修改经典逻辑的这几个特征而发展起来的逻辑系统。例如,

多值逻辑不满足二值性要求；模态逻辑突破外延性原则；自由逻辑对非空性原则提出挑战；非单调逻辑修改了单调性原则；命令逻辑不具有陈述性，等等。

2. 哲学逻辑研究的对象和范围

在现有的哲学和逻辑学文献中，“哲学逻辑”这一术语是多义的。它的第一种涵义是指关于逻辑中一些重要的概念和论题的理论研究。例如，对于名称、摹状词、量词、模态词、命题、分析性、真理、意义、指涉、命题态度、否定、悖论、存在及索引等诸概念及与它们相关的论题的理论研究。这个意义上“哲学逻辑”不是在研究推理形式意义上的逻辑科学的分支，而是逻辑哲学。如格雷林（Grayling, A.）的《哲学逻辑导论》（1982）、沃尔弗拉姆（Wolfram, S.）的《哲学逻辑引论》（1989）和弗洛伊斯塔德（Floistad, G.）主编的多卷本《当代哲学》（1981）第二卷《哲学逻辑》就属于这类著作。它的第二种涵义是一些非经典逻辑所形成的群体。如，美国逻辑学家雷歇尔（Rescher, N.）就把“哲学逻辑”一词用作富有哲学意味的各种非经典逻辑。它的第三种涵义是兼有上述两种涵义的哲学逻辑，我们把它称作广义哲学逻辑。

也有人把与数理逻辑有区别的研究有效推理形式和原则的学科称作哲学逻辑。例如，卡瑞（Curry, H.）就说过：“为了把在这种意义上的逻辑跟下面将要引入的另一种意义上的逻辑（数理逻辑）区别开来，我们称它为哲学逻辑。”^①他的“哲学逻辑”是指传统逻辑。

我们是在第二种涵义上，即作为现代逻辑的一个领域的涵义上使用“哲学逻辑”这一术语，其主体是“逻辑”。于是，我们可以说，哲学逻辑或应用逻辑是由经典逻辑的各种扩充或选择而形成的种种非经典逻辑的一个群体。该群体的诸成员一般是以命题逻辑和谓词逻辑为基础，并且与传统哲学中的一些概念和论题有直接或间接联系。正是在这个意义上，冯·赖特（Wright, G.H.von）的话才是对的。他说：“哲学逻辑有时定义作运用逻辑分析传统上哲学家们所关心的概念和概念结构。”

从上述定义可以看出哲学逻辑（有时称作应用逻辑）包括的范围很广，它涉及非经典逻辑一大部分，包括经典逻辑的各种扩充、采取不同真值及对常项做不同解释而形成的非经典逻辑群体，但它不等于非经典逻辑，后者包含着前者。它又可划分为三个子类。一类是在经典逻辑中增加不同的初始词项而形成的不同逻辑系统，如模态逻辑、时态逻辑、道义逻辑、认知逻辑、信念逻辑、问题逻辑、优先逻辑等。第二类是通过采取不同的真值形式而形

^① Curry, H. Foundations of Mathematical Logic, 1963, p.1.

成的逻辑系统,如多值逻辑、模糊逻辑等。第三类是通过对逻辑常项(命题联结词和量词)做不同解释而形成的种种逻辑系统。如,对联结词和量词做构造性解释而形成的直觉主义逻辑;对蕴涵做不同理解而形成的严格蕴涵逻辑、相干逻辑;对量词做非存在的理解而形成的自由逻辑;对否定做弗协调性的解释而形成的弗协调逻辑,等等。其诸分支可总结如下图示。



以上所列诸逻辑分支并未穷尽哲学逻辑各分支,只是从一般意义上说明哲学逻辑领域的广泛和分支众多。在这里,“经典逻辑的选择”是指其形成过程一方面使用与经典逻辑相同的词汇,另一方面,又对经典逻辑的公理和规则进行了限制甚至根本性修改,从而使之脱离了经典逻辑统摄的那些逻辑分支。这种分类是否恰当仍需我们进一步研究。

3. 哲学逻辑研究的意义

逻辑学在 20 世纪中叶用数理逻辑的理论成果来分析基本哲学概念、范畴,如必然、偶然和可能,在可能世界语义学的基础上,形成了逻辑学和哲学又一次结缘的新景观——哲学逻辑。数理逻辑的创立为哲学逻辑的兴起提供了历史前提,当代分析哲学又为哲学逻辑的产生提供了总的思想背景,哲学逻辑就是在这种情况下,应用现代数理逻辑的技巧和方法去分析研究自然语言中的某些概念、范畴及其推理问题,并且这些概念、范畴或者直接就是传统哲学的概念、范畴,或者对于哲学研究具有重要意义。

哲学逻辑是逻辑学的重要组成部分,它不仅仅是面向哲学家和逻辑学家的,同时也在其他领域也发挥着重要作用,如它是知识表示、系统认证或人工智能方面计算机科学发展必不可少的部分。哲学逻辑在计算机科学、认知科学、信息科学、博弈论、决策论和理论语言学领域都显示出非常重要的应用价值。

第 1 章

模态和模态命题形式

1.1 模态及其类型

模态逻辑是研究模态命题形式及其推理的逻辑学科。在研究模态逻辑系统之前，我们对概念“模态”和“模态命题形式”进行简要考察。

1.1.1 模态概念

汉语中“模态”一词是英语形容词 modal 的音译，后者源出于拉丁词 modalis，它的相应的英语名词是 modality 或 mode。它们都含有样式、程式、样态的意思。在这里，“模态”（modality）含有事物的存在方式或命题的样式之意。

我们从下述几个方面讨论其涵义。

从哲学方面看，模态是事物的存在方式和根据。人们常常用“可能性”“必然性”或“实然性”表达事物发展的趋势和存在的根据。例如，“宇宙正在膨胀”“大同世界可能实现”“一个远离平衡态的开放系统必然从无序状态转变为有序状态”。

从逻辑上看，模态是命题本身所具有的种种非真值函项性质。通常把“可能”“必然”和“偶然”看作模态算子（或函子）。模态算子和作为真值算子的命题联结词（如，“非”“并且”“或”“如果……那么……”“……当且仅当……”）不同，由后者联结原子命题（或非原子命题）所形成的复合命题的真值是由组成该命题的原子命题和联结词的性质决定的。例如 $p \rightarrow q$ 的真值是由 p 和 q 依据“ $\rightarrow$ ”的性质决定的。而模态算子则是非真值函项算子。严格地说，一个模态算子 M 运算于命题变元 p 是非真值函项运算，当且仅当 Mp 的真值不是，或者至少不完全是由 p 的值决定的。

从语义学和语用学角度看,模态是语句所包含的附加信息。语句是传达信息的。语句中所传达的基本信息是指语句所涉及的对象和它的性质之间的关系、对象与对象之间的关系、对象和性质及关系量上的特征等信息,或对象状态的信息。借助语句中的主词(或个体词)、谓词、量词和联结词来传达这些基本信息。而附加信息是指这样一些信息:关于对象与性质或对象间联系程度的信息;关于对象状态程度的信息;关于语句本身成立根据(如,可靠的还是可疑的)的信息;语句评价(如,是好的或是坏的)、语句调节(如,必须的、允许的或禁止的)功能的信息;语句在时间方面(现在、过去和将来)的信息。

1.1.2 模态分类

根据不同的功能、结构或真性,对模态可分别做如下划分,形成不同模态类型:

(1) 客观模态和主观模态。

所谓客观模态是指表示事物存在和发展趋势的模态。例如,“模拟人的智力活动过程是可能的”“社会进步是必然的”。这是本体论意义上的“可能性”和“必然性”。而主观模态是指人们认识的确定性程度。如,“金字塔可能是外星人建的”。从它建成时就已是确定不移的事实,而只不过是今人所不能确知而已。这种模态属于认识论模态。数学中所谓主观概率(或可信度)就是主观模态意义上的可能性程度。

(2) 逻辑模态和非逻辑模态。

逻辑模态是逻辑关系的某些性质,如前提与结论之间的联系是必然的或者是或然的。逻辑上的必然性也指数学等演绎科学中的必然性。凡是逻辑上无矛盾的或协调的都是逻辑上可能的。有人说,凡是不违反矛盾律的都是可能的。

非逻辑模态主要指物理学等实验科学中的模态性。物理学的规律是物理上必然的,不与物理规律相冲突的事物,称作物理上或然的(可能的)。物理模态与逻辑模态虽然不同,但二者又有密切联系,它们之间的关系是:物理上必然的东西不一定是逻辑上必然的,而逻辑上是或然的东西也不一定是物理上或然的;逻辑上不可能的东西也一定是物理上不可能的,而物理上不可能的不一定是逻辑上不可能的。牛顿关于力学的三大定律和法拉第定律等不是逻辑上必然的;而自由落体不是向下落而是向上飞、电磁场中旋转的导体上电源将不发生感应,以及孙悟空会七十二变之类的事情,

在逻辑上却是可能的。像“ $2+2=4$ 是必然的”“单身汉是未婚的人是必然的”中的必然性是逻辑上必然的，而“量子的能量与频率互成正比是必然的”是物理上必然的。

(3) 命题模态和事物模态。

从中世纪以来，逻辑学家常常把模态区分为命题模态和事物模态。所谓命题模态（即 *de dicto*）是属于整个命题（或语句）的模态。如，“人类基因发生突变是可能的”，它说的是“人类基因发生突变”这个命题具有可能性这种模态性质。在这个表述中，模态词“可能的”属于整个语句，表示该语句的真假状态，即它是可能真的。而事物模态（即 *de re*）是属于语句中的系词或动词的模态。^①如，“类人猿可能是人类的祖先”“这个项目可能被启动”，在前一个语句中“可能”修饰系词“是”，后一个语句中“可能”修饰动词“启动”。事物模态表明事物与事物或事物与其属性之间的联系程度。事物模态算子属于词项算子，而命题模态算子属于命题算子，它跟命题联结词属于同一层次。

更严格地说，一个合式公式 α 包含两个模态算子（ $\Box$ 或 $\Diamond$ ）被说成表达一个模态 *de re*，当且仅当在其中某模态算子的辖域内包含一个体变元的自由出现；否则将被说成表达一个模态 *de dicto*。^②

冯·赖特曾提示过，在足够充分的模态谓词逻辑中，所有模态 *de re* 都可以借助模态 *de dicto* 消除。^③

(4) 一元模态和二元模态。

根据模态算子所运作的主目的数目，模态算子可区分为一元模态和二元模态。传统上所研究的“必然”“可能”“偶然”“不可能”等只联结一个主目，因此它们是一元模态算子。如，“ p 是可能的”“ q 是必然的”等。从20世纪20年代起，一些逻辑学家试图构造一种比实质蕴涵算子更适合表述推断关系的新算子。在半个多世纪的努力中，先后提出了如“严格蕴涵”“衍推”等新算子。它们刻画两个命题间的必然联系，因而涉及两个主目，所以它们是二元模态算子。两个命题之间的相容关系也可用二元可能性算子来刻画。“衍推”和“相容”间的关系类似于“必然”和“可能”之间的关系。

(5) 真性模态和非真性模态。

我们把涉及必然性、或然性、衍推性、相容性等表达事物联系或真假程

① 拉丁文“*de re*”英译为“about the thing”，意思是关于事物的；“*de dicto*”英译为“about what is said”，意思是关于所说的。也可译为从物模态和从言模态。

② G.E.Hughes, M.J.Cresswell. *An Introduction to Modal Logic*, 1968, p.184.

③ G.H.Von.Wright. *An Essay in Modal Logic*, 1951, pp.26-28.

度的模态称作真性 (alethic) 模态。因为它们涉及命题的真值。在现代模态逻辑文献中, 对“模态”一词的涵义理解得比较广泛。如, 把“子女赡养扶助父母是必须的”“伽里略已经知道自由落体的加速度是一个常量”“哥白尼相信太阳是宇宙的中心”等也看作模态命题。也就是说, 除上述提到的“必然”“可能”等之外, 还可以把“必须”“允许”“禁止”“知道”“相信”“可证”“可疑”“可接受”“断定”“优先于”“中立”“曾总是”“将总是”等看作模态算子, 它们中有一些并不真正涉及真假值, 而是表达命题本身所具有的种种性质。我们把这类模态称作非真性模态。

此外, 模态还可分为其他类型, 然而论述其他模态类型已超出本书范围, 因此在此不做考察。

1.2 真性模态命题形式

在真命题中间, 有些是偶尔真的, 有些是一定真的; 同样, 在假命题中间, 有的是偶尔假的, 有些是一定假的。我们把一定真的命题称作必然真的命题 (或必然命题), 如“三角形有三个角”; 把一定假的命题称作不可能真的命题 (或不可能命题), 如“圆是正方形”; 把既不是必然真的, 又不是不可能真的命题称作偶然真的命题 (偶然命题), 如“明天将下雨”。有些偶然命题是真的, 有些则是假的。如果一个命题不是不可能的, 那么它就是可能的。可能真的命题 (或可能命题) 并不意味着“纯粹的可能”。所谓纯粹可能的, 是指它事实上是不能实现的, 因而是假的。所以在非纯粹可能的意义上, 可能命题包括除不可能命题之外的所有命题。

我们引入记号 $\Box$ 和 $\Diamond$, 它们分别表示模态“必然”和“可能” (有的书中, 用 L 和 M 表示“必然”和“可能”)。令 p, q, r, s 表示不含模态算子的命题。于是, $\Box p, \Diamond q, \neg \Box r, \neg \Diamond s$ 分别读作: “ p 是必然的” “ q 是可能的” “ r 是不必然的” “ s 是不可能的”。也可以通过命题联结词把初等模态命题联结为复合命题, 也可以对复合命题加上模态算子。如:

2 是质数或 2 不是质数是必然的。 (1.2.1)

如果人的生命有限是必然的, 那么人长生不老是不可能的。 (1.2.2)

如果生物进化是必然的, 那么生物不进化是不可能的。 (1.2.3)

这株植物开花是可能的, 当且仅当这株植物不开花不是必然的。 (1.2.4)

上述四个命题可以记写为模态命题形式: