

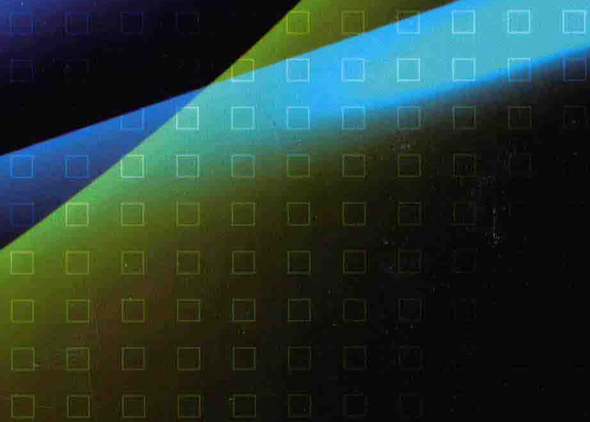


“十二五”江苏省高等学校重点教材

化学工程与工艺实验

邵荣 许伟 冒爱荣 郁桂云 编著

HUAXUE GONGCHENG
YU GONGYI SHIYAN



化学工业出版社



“十二五” 江苏省高等学校重点教材

化学工程与工艺实验

邵荣 许伟 冒爱荣 郁桂云 编著



化学工业出版社

· 北京 ·

本书是高等学校化工类专业本科教学用书,内容包括实验基础知识、化工原理实验、化学工程专业实验、精细化工专业实验、化工设计性实验和化工研究创新性实验。实验基础知识部分介绍了实验误差分析和测量不确定度评定、实验设计与数据处理、化工基本物理量测量和化工物性数据测定。化工原理实验主要针对典型化工单元过程进行验证和特性测定。化学工程和精细化工专业实验部分贴近生产实际,选取适合教学使用的实验项目。通过化工设计性实验训练学生分析、解决问题的能力,通过化工研究创新性实验全面提升学生专业能力,培养创新思维和创造能力。在附录中收入了化工实验安全、常用数据和仪表操作规程。本书引入测量不确定度评定,并结合 Statistic、Excel、Origin 等应用软件对实验设计及数据处理进行了介绍,反映了学科的发展和技术的进步。

本书涵盖教育部化学工程学科指导委员会制定的化学工程本科专业实验基本要求的内容,可供高等学校化工类专业教学选用。

图书在版编目 (CIP) 数据

化学工程与工艺实验/邵荣等编著. —北京: 化学工业出版社, 2016. 7

“十二五”江苏省高等学校重点教材

ISBN 978-7-122-27795-4

I. ①化… II. ①邵… III. ①化学工程-化学实验-高等学校-教材 IV. ①TQ016

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 181600 号

责任编辑: 李玉晖
责任校对: 边涛

文字编辑: 王琪
装帧设计: 韩飞

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印装: 大厂聚鑫印刷有限责任公司

787mm×1092mm 1/16 印张 18 $\frac{3}{4}$ 字数 462 千字 2017 年 2 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 39.00 元

版权所有 违者必究

实验课程教学是高校培养具有创新能力人才的必要环节，而实验课程的教材在学生实验课程的过程中发挥着至关重要的作用。本书是在 2010 年出版的《化学工程与工艺实验》的基础上，结合盐城工学院化学工程与工艺省重点专业的建设，更新修订而成。

本书根据教育部化学工程与工艺学科教学指导委员会制定的化学工程与工艺本科专业实验教学的基本要求编写，强调了“打好专业基础、拓宽就业口径、增强实践能力、提高创新素质”这一指导思想，着力培养化学工程与工艺专业高水平应用型人才。结合化工学科的时代发展，增加了设计性及研究创新性实验；在实验项目设计上突出了化工与资源环境、食品及材料等领域的交叉，以加强学生创新能力的培养，全面提升学生专业素质。本书中还引入了实验中不确定度的评定，引导学生对影响实验结果的因素进行系统思考。

本书共分为 6 章，其中第一章较系统地介绍了化学工程与工艺实验的基本理论，包括实验误差及测量不确定度、实验设计与数据处理、化工基本物理量的测量技术；第二章是化工过程基础实验；第三章是化学工程专业实验；第四章是精细化工专业实验；第五章为化工设计性实验；第六章为化工研究创新性实验。本书内容涵盖化工热力学、反应工程、化工分离、精细化学品合成等领域。在编写过程中结合相关的实验设计和数据分析软件如 Statistica、Excel、Origin 等进行介绍，书中简明的例子可帮助学生迅速掌握相关方法。

2010 年出版的《化学工程与工艺实验》经盐城工学院和兄弟院校师生使用，获得了较好的认同，被评为“江苏省精品教材”和“十二五”江苏省高等学校重点教材。在使用过程中，根据广大师生们的反映，我们在修订中主要进行了以下方面的改进：（1）详细阐述实验原理，以适合于学生自学。（2）充分介绍实验仪器设备的结构、性能、使用方法和注意事项，并适当增加其应用实例和相关背景的介绍，以拓宽知识面和创新思路。（3）对实验步骤不再做详尽而冗长的描述。（4）根据学科的发展特点，新增了部分化工基

础及专业实验项目。

本书编写过程中力求概念清晰、层次分明、阐述简洁易懂，使本书具有较强的实用性和可读性。本书可作为化学工程本科专业用书，也可供化工专业科研和实验工作者参考使用。

鉴于编者的水平和能力有限，书中疏漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正，我们将在教学及研究过程中不断修正和完善。

编著者

2016年12月

第一章 实验基础知识

第一节 实验误差分析及测量结果不确定度	1
一、实验的误差分析	1
二、测量结果的评定和不确定度	7
第二节 实验设计与数据处理	12
一、正交实验设计	12
二、Statistica 软件在正交实验中的应用	18
三、实验数据的列表表示法	25
四、实验数据的图示法	27
五、实验数据的数学描述	28
六、Origin 软件在实验数据处理中的应用	35
七、Microsoft Excel 软件在实验数据处理中的应用	41
第三节 化工基本物理量的测量	45
一、温度的测量及控制	45
二、流量的测量及控制	53
三、压力、压差的测量	60
四、液位的测量	64
五、功率的测量	67
第四节 化工物性数据的测定	68
一、密度及其测量	68
二、黏度及其测量	69
三、液-气表面张力及其测定	72
四、熔点及其测定	75
五、沸点的测定	80
六、折射率及其测定	80
七、旋光度及其测定	83

第二章 化工原理实验

实验一	伯努利方程演示实验	87
实验二	雷诺实验	90
实验三	离心泵特性曲线测定实验	92
实验四	流体流动阻力测定实验	95
实验五	化工流动过程综合实验	99
实验六	恒压过滤常数测定实验	106
实验七	传热系数测定实验	111
实验八	传热综合实验	113
实验九	筛板精馏塔的操作及全塔效率测定实验	118
实验十	填料精馏塔的操作及等板高度测定实验	123
实验十一	填料吸收传质系数测定实验	126
实验十二	流化干燥塔的操作及干燥速率曲线测定实验	132
实验十三	洞道式干燥器的操作及干燥速率曲线测定实验	136
实验十四	液液萃取实验	139

第三章 化学工程专业实验

实验一	CO ₂ 临界状态观测及 p - V - T 关系测定	145
实验二	陶瓷膜分离实验	149
实验三	三组分液液平衡数据测定	153
实验四	气升式环流反应器传递性能的测定	157
实验五	反应精馏合成甲缩醛实验	163
实验六	连续均相反应器停留时间分布测定	166
实验七	甲苯液相氧化制苯甲酸	169
实验八	邻二甲苯气相氧化制取邻苯二甲酸酐	172
实验九	二元体系气液平衡数据测定	174
实验十	液固催化反应动力学测定	179
实验十一	鼓泡反应器中气泡比表面积及气含率的测定	184
实验十二	乙苯脱氢制苯乙烯实验	188
实验十三	液膜分离法脱除废水中的污染物	191
实验十四	液液传质系数的测定	195
实验十五	纳米 ZnO 光催化降解亚甲基蓝实验	199
实验十六	掺银氧化锌的合成及光催化性能测定	202

第四章 精细化工专业实验

实验一	酸性橙 II 的合成	205
实验二	酸性橙 II 的染色实验	207
实验三	表面活性剂十二烷基硫酸钠的合成	208
实验四	洗发香波的配制	209
实验五	杀菌剂“代森锌”的合成	211
实验六	香料乙酸异戊酯的合成	212
实验七	食品防腐剂山梨酸钾的制备	213
实验八	2,6-吡啶二甲醛的制备及结构表征	215
实验九	薄层色谱实验	217
实验十	乙酰水杨酸(阿司匹林)的合成	220
实验十一	十二烷基二甲基甜菜碱的合成	222
实验十二	从红辣椒中提取、分离辣椒红色素	223
实验十三	从植物中提取天然香料	225
实验十四	固体酒精的制备	226
实验十五	腐殖酸钾的制备	227

第五章 化工设计性实验

实验一	酸碱混合物测定的方法设计	232
实验二	聚铁类高分子絮凝剂的制备方法设计	233
实验三	废旧锌锰电池中锌、锰的回收方法研究	234
实验四	二苯甲酮的合成方法设计	234
实验五	对氨基苯酚的合成方法设计	235
实验六	肉桂酸的合成方法设计	236
实验七	地表水分析监测	237
实验八	土壤污染监测	238
实验九	食用级 L-乳酸分离精制工艺的研究	238
实验十	染料对位红的合成及染色实验	239
实验十一	改性壳聚糖絮凝剂的制备及性能研究	240
实验十二	稻壳燃烧法制备白炭黑	241
实验十三	低交联度聚丙烯酸钠的合成	242
实验十四	三草酸合铁(III)酸钾的合成及组成测定	243
实验十五	葡萄糖酸锌的制备及质量分析	244

第六章 化工研究创新性实验

附录

附录一 实验安全·····	249
附录二 常用正交设计表·····	253
附录三 相关系数检验表·····	257
附录四 国际相对原子质量表·····	258
附录五 希腊字母英文对照及读音·····	259
附录六 常用仪器·····	259
1102 气相色谱工作站操作说明 ·····	259
TAS-986 原子吸收分光光度计（火焰）的使用 ·····	264
超临界萃取装置操作说明·····	270
气压计的校正和使用·····	271
UV-9600 型紫外可见分光光度计操作规程 ·····	273
SP6800A 气相色谱仪操作规程（TCD） ·····	274
LC1200 液相色谱仪操作规程 ·····	274
WAY（2WAJ）阿贝折射仪操作规程 ·····	279
DDS-307 电导率仪操作规程 ·····	281
pHS-3C 型酸度计的使用和维护保养 ·····	282
人工智能调节器·····	282

参考文献

第一章 | 实验基础知识

第一节 实验误差分析及测量结果不确定度

一、实验的误差分析

由于实验方法和实验设备的不完善,周围环境的影响,以及人的观察力,测量程序限制等,实验观察值和真值之间总是存在一定的差异,在数值上即表现为误差。为了提高实验的精度,缩小实验观测值与真值之间的差值,需要对实验的误差进行分析和讨论。

1. 误差的基本概念

(1) 真值与平均值 真值是一个理想的概念,一般是不可能观测到的。但是若对某一物理量经过无限多次的测量,出现误差有正有负,而正负误差出现的概率是相同的。因此,在不存在系统误差的前提下,它们的平均值就相当接近于这一物理量的真值。所以实验科学中定义:无限多次的观测值的平均值为真值。由于在实验工作中观测的次数总是有限的,由这些有限的观测值的平均值,只能近似于真值,故称这个平均值为最佳值。化工中常用的平均值有以下几种。

① 算术平均值 以下式表示:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-1)$$

② 均方根平均值 以下式表示:

$$x_s = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (1-2)$$

③ 几何平均值 以下式表示:

$$x_c = (x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1-3)$$

计算平均值方法的选择,取决于一组观测值的分布类型。在一般情况下,观测值的分布属于正态类型,即正态分布。因此,算术平均值作为最佳值使用最为普遍。

(2) 误差表示法 某测量点的误差通常由下面三种形式表示。

① 绝对误差 某量的观测值与真值的差称为绝对误差,通称误差。但在实际工作中,以平均值(即最佳值)代替真值,把观测值与最佳值之差称为剩余误差,但习惯上称为绝对

误差。

② 相对误差 为了比较不同被测量的测量精度，引入了相对误差。即为：

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\%$$

③ 引用误差 引用误差（或相对示值误差）指的是一种简化和实用方便的仪器仪表指示值的相对误差，它是以仪器仪表的满量程示值为分母，量程内最大示值误差为分子，所得比值的百分数。仪器仪表的精度是用仪器的最大引用误差来表示。比如 1 级精度仪表，即为：

$$\frac{\text{量程内最大示值误差}}{\text{满量程示值}} \times 100\%$$

在化工领域中，通常用算术平均误差和标准误差来表示测量数据的误差。

④ 算术平均误差 以下式表示：

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - X_m|}{n} \quad (1-4)$$

⑤ 标准误差 标准误差称为标准差或称均方根误差。当测量次数为无穷时，其定义为：

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_n)^2}{n} \right)} \quad (1-5)$$

当测量次数为有限时，常用下式表示：

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_m)^2}{n-1} \right)} \quad (1-6)$$

式中， n 表示观测次数； X_i 表示第 i 次的测量值； X_m 表示 n 次测量值的算术平均值。

标准误差的大小说明，在一定条件下等精度测量的数据中每个观测值对其算术平均值的分散程度。如果测的数值小，该测量列数据中相应小的误差占优势，任一单次观测值对其算术平均值的分散程度就小，测量的精度高；反之，精度就低。

(3) 误差的分类

① 系统误差 系统误差是指在同一条件下，多次测量同一量时，误差的数值和符号保持恒定，或在条件改变时，按某一确定的规律变化的误差。系统误差的大小反映了实验数据准确度的高低。

产生系统误差的原因是：a. 仪器不良，如刻度不准、仪表未经校正或标准表本身存在偏差等；b. 周围环境的改变，如外界温度、压力、风速等；c. 实验人员个人的习惯和偏向，如读数的偏高或偏低等引入的误差。系统误差可针对上述诸原因分别通过改进仪器和实验装置以及提高实验技巧予以清除。

② 随机误差（或称偶然误差） 随机误差是指在已经消除系统误差的前提下，在相同条件下测量同一量时，误差的绝对值时大时小，其符号时正时负，没有确定规律的误差。随机

误差的大小反映了精密程度的高低。这类误差产生的原因无法预测，因而无法控制和补偿。但是倘若对某一量值做足够多次数的等精度测量时，就会发现随机误差完全服从统计规律，误差的大小和正负的出现完全由概率决定。因此随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值必然趋近于零。所以，多次测量结果的算术平均值将更接近于真值。

③ 过失误差（或称粗大误差） 过失误差是一种显然与事实不符的误差，它主要是由于实验人员粗心大意如读错数据或操作失误等所致。存在过失误差的观测值在实验数据整理时必须剔除，因此测量或实验时只要认真负责是可以避免这类误差的。

显然，实测到数据的精确程度是由系统误差和随机误差的大小来决定的。系统误差越小，实测到数据的精确度越高；而随机误差越小，实测到数据的精确度越高。所以要使实测到数据的精确度提高，就必须满足系统误差和随机误差均很小的条件。

2. 误差的基本性质

(1) 偶然（随机）误差的正态分布 实测到数据的可靠程度如何？怎样提高它们的可靠性？这些都要求我们应了解在给定条件下误差的基本性质和变化规律。

如果测量列中不包含系统误差和过失误差，从大量的实验中发现偶然误差具有如下特点。

- ① 绝对值相等的正误差和负误差，其出现的概率相同。
- ② 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零，也就是误差值有一定的实际极限。
- ③ 绝对值小的误差出现的概率大，而绝对值大的误差出现的概率小。
- ④ 当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，误差的算术平均值趋近于零，这是由于正负误差相互抵消的结果。也就说明在测定次数无限多时，算术平均值就等于测定量的真值。

根据偶然误差的分布规律，在经过大量的对测量数据的分析后知道，它是服从正态分布的，其误差函数 $f(x)$ 表达式为：

$$y = f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad (1-7)$$

或者：

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-8)$$

式中， h 为精密指数， $h = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$ ； x 为测量值与真实值之差； σ 为均方误差。

上式称为高斯误差分布定律。根据此方程所给出的曲线则称为误差分布曲线或高斯正态分布曲线。此误差分布曲线完全反映了偶然误差的上述特点，如图 1-1 所示。

现在我们来考虑一下 σ 值对分布曲线的影响，由式 (1-8) 可见，数据的均方误差 σ 越小， e 指数的绝对值就越大， y 减小得就越快，曲线下下降得也就更急，而在 $x=0$ 处的 y 值也就越大；反之， σ 越大，曲线下下降得就缓慢，而在 $x=0$ 处的 y 值也就越小。图 1-2 对三种不同的 σ 值给出了偶然误差的分布曲线。

从这些曲线以及上面的讨论中可知， σ 值越小，小的偶然误差出现的次数就越多，测定精度也就越高。当 σ 值越大时，就会经常碰到大的偶然误差，也就是说，测定的精度也就越差。因而实测到数据的均方误差，完全能够表达出测定数据的精确度，也即表征着测定结果的可靠程度。

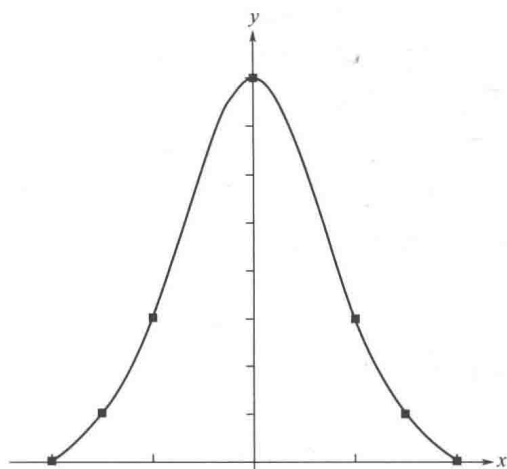
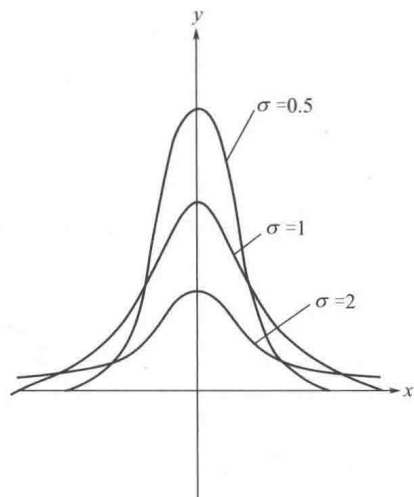


图 1-1 误差分布曲线 (高斯正态分布曲线)


 图 1-2 不同 σ 值时的误差分布曲线

(2) 可疑的实验观测值的舍弃 由概率积分可知,偶然误差正态分布曲线下的全部面积,相当于全部误差同时出现的概率,即:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-9)$$

若随机误差在 $-\sigma \sim +\sigma$ 范围内, 概率则为:

$$P(|x| < \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\sigma}^{+\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-10)$$

令 $t = \frac{x}{\sigma}$, 则 $x = t\sigma$, 所以:

$$P(|x| < \sigma) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 2\varphi(t) \quad (1-11)$$

即误差在 $\pm t\sigma$ 的范围内出现的概率为 $2\varphi(t)$, 而超出这个范围的概率则为 $1-2\varphi(t)$ 。

概率函数 $\varphi(t)$ 与 t 的对应值在数学手册或相关专著中均附有此类积分表, 现给出几个典型的 t 值及其相应的超出或不超出 $|x|$ 的概率, 见表 1-1。

 表 1-1 t 值及相应的概率

t	$ x $	不超过 $ x $ 的概率 $2\varphi(t)$	超过 $ x $ 的概率 $1-2\varphi(t)$	测量次数 n	超过 $ x $ 的测量次数 n
0.67	0.67σ	0.4972	0.5028	2	1
1	σ	0.6226	0.3174	3	1
2	2σ	0.9544	0.0456	22	1
3	3σ	0.9973	0.0027	370	1
4	4σ	0.9999	0.0001	15626	1

由上表可知, 当 $t=3$ 、 $|x|=3\sigma$ 时, 在 370 次观测中只有一次绝对误差超出 3σ 范围, 由于在测量中次数不过几次或几十次, 因而可以认为 $|x| > 3\sigma$ 的误差是不会发生的, 通常

把这个误差称为单次测量的极限误差，这也称为 3σ 规则。由此认为， $|x| = 3\sigma$ 的误差已不属于偶然误差，这可能是由于过失误差或实验条件变化未被发觉引起的，所以这样的数据点经分析和误差计算以后予以舍弃。

3. 函数误差

上述讨论主要是直接测量的误差计算问题，但在许多场合下，往往涉及间接测量的变量，所谓间接测量是通过直接测量与被测的量之间有一定函数关系的其他量，并根据函数关系计算出被测量，如流体流速等测量变量。因此，间接测量就是直接测量得到的各测量值的函数。其测量误差是各原函数。

(1) 函数误差的一般形式 在间接测量中，一般为多元函数，而多元函数可用下式表示：

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1-12)$$

式中， y 为间接测量值； x 为直接测量值。

由泰勒级数展开得：

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (1-13)$$

或

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (1-14)$$

它的极限误差为：

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (1-15)$$

式中， $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 为误差传递系数； Δx 为直接测量值的误差； Δy 为间接测量值的极限误差或称函数极限误差。

由误差的基本性质和标准误差的定义，得函数的标准误差：

$$\sigma = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-16)$$

式中， σ_i 为直接测量值的标准误差。

(2) 某些函数误差的计算

① 设函数 $Y = X \pm Z$ ，变量 X 、 Z 的标准误差分别为 σ_x 、 σ_z 。

由于误差的传递系数 $\frac{\partial y}{\partial x} = 1$ ， $\frac{\partial y}{\partial z} = \pm 1$ ，则：

$$\text{函数极限误差} \quad \Delta y = |\Delta x| + |\Delta z| \quad (1-17)$$

$$\text{函数标准误差} \quad \sigma_y = (\sigma_x^2 + \sigma_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1-18)$$

② 设函数 $y = k \frac{xz}{w}$ ，变量 x 、 z 、 w 的标准误差分别为 σ_x 、 σ_y 、 σ_w 。

由于误差传递系数分别为：

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{kz}{w} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{kx}{w} = \frac{y}{w}$$

$$\frac{\partial y}{\partial w} = -\frac{kxz}{w^2} = -\frac{y}{w}$$

则函数的相对误差为:

$$\Delta y = |\Delta x| + |\Delta z| + |\Delta w| \quad (1-19)$$

函数的标准误差为:

$$\sigma_y = k \left[\left(\frac{z}{w} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{x}{w} \right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{x}{w^2} \right)^2 \sigma_w^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-20)$$

③ 设函数 $y = a + bx^n$, 变量 x 的标准误差为 σ_x , a 、 b 、 n 为常数。由于误差传递系数为:

$$\frac{dy}{dx} = nbx^{n-1}$$

则函数的误差为:

$$\Delta y = |nbx^{n-1} \Delta x| \quad (1-21)$$

函数的标准误差为:

$$\sigma_y = nbx^{n-1} \sigma_x \quad (1-22)$$

④ 设函数 $y = k + n \ln x$, 变量 x 的标准误差为 σ_x , k 、 n 为常数。由于误差传递系数为:

$$\Delta y = \left| \frac{n}{x} \Delta x \right| \quad (1-23)$$

函数的标准误差为:

$$\sigma_y = \frac{n}{x} \sigma_x \quad (1-24)$$

⑤ 算术平均值的误差表示实验测量列中任一次测量结果的标准偏差, 用来表征测量设备的重复性, 标准误差为 σ_m 。

由算术平均值的定义可知:

$$M_m = \frac{M_1 + M_2 + \cdots + M_n}{n}$$

其误差传递系数为:

$$\frac{\partial M_m}{\partial M_i} = \frac{1}{n} \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

则算术平均值的误差为:

$$\Delta M_m = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta M_i|}{n} \quad (1-25)$$

算术平均值的标准误差为:

$$\sigma_m = \left(\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-26)$$

当 M_1, M_2, \cdots, M_n 是同组等精度测量值, 它们的标准误差相同, 并等于 σ 。所以:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-27)$$

除了上述讨论由已知各变量的误差或标准误差计算函数误差外, 还可以应用于实验装置的设计和实验装置的改进。在实验装置设计时, 如何去选择仪表的精度, 即由预先给定的函

数误差（实验装置允许的误差）求取各测量值（直接测量）所允许的最大误差。但由于直接测量的变量不是一个，在数学上则是不定解。为了获得唯一解，假定各变量的误差对函数的影响相同，这种设计的原则称为等效原则或等传递原则，即：

$$\sigma_y = \sqrt{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \sigma_i \quad (1-28)$$

或

$$\sigma_i = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)} \quad (1-29)$$

二、测量结果的评定和不确定度

测量的目的是，不但要测量待测物理量的近似值，而且要对近似真实值的可靠性做出评定（即指出误差范围），这就要求我们还必须掌握不确定度的有关概念。下面将结合对测量结果的评定对不确定度的概念、分类、合成等问题进行讨论。

1. 不确定度的含义

在实验中，常常要对测量的结果做出综合的评定，采用不确定度的概念。不确定度是“误差可能数值的测量程度”，表征所得测量结果代表被测量的程度。也就是因测量误差存在而对被测量不能肯定的程度，因而是测量质量的表征，用不确定度对测量数据做出比较合理的评定。

对一个实验的具体数据来说，不确定度是指测量值（近真值）附近的一个范围，测量值与真值之差（误差）可能落于其中。不确定度小，测量结果可信赖程度高；不确定度大，测量结果可信赖程度低。在实验和测量工作中，不确定度表示由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度。它是被测量真值在某一范围内的一个评定。因为误差是未知的，不可能用指出误差的方法去说明可信赖程度，而只能用误差的某种可能的数值去说明可信赖程度，所以不确定度更能表示测量结果的性质和测量的质量。用不确定度评定实验结果的误差，这是更准确地表述了测量结果的可靠程度，因而有必要采用不确定度的概念。

2. 测量结果的表示和合成不确定度

在做实验时，要求表示出测量的最终结果。在这个结果中既要包含待测量的近似真实值 \bar{x} ，又要包含测量结果的不确定度 σ ，还要反映出物理量的单位。因此，要写成含义深刻的标准表达形式，即：

$$x = (\bar{x} \pm \sigma) \text{单位} \quad (1-30)$$

式中， x 是待测量； \bar{x} 是测量的近似真实值； σ 是合成不确定度，一般保留一位有效数字。这种表达形式反映了三个基本要素：测量值、合成不确定度和单位。

在实验中，直接测量时若不需要对被测量进行系统误差的修正，一般就取多次测量的算术平均值 \bar{x} 作为近似真实值；若在实验中有时只需测一次或只能测一次，该次测量值就为被测量的近似真实值。如果要求对被测量进行该系统误差的修正，通常是将该系统误差（即绝对值和符号都确定的可估计出的误差分量）从算术平均值 \bar{x} 或一次测量值中减去，从而求得被修正后的直接测量结果的近似真实值。

在测量结果的标准表达式中，给出了一个范围 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ，它表示待测量的真值在 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ 范围内的概率为 68.3%，不要误认为真值一定会落在 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ 。

在上述的标准式中,近似真实值、合成不确定度、单位三个要素缺一不可,否则就不能全面表达测量结果。同时,近似真实值 \bar{x} 的末尾数应该与不确定度的所在位数对齐,近似真实值 \bar{x} 与不确定度 σ 的数量级、单位要相同。在开始实验中,测量结果的正确表示是一个难点,要引起重视,从开始就应注意纠正出现的偏差和错误,培养良好的实验习惯,才能逐步克服难点,正确书写测量结果的标准形式。

在不确定度的合成问题中,主要是从系统误差和随机误差等方面进行综合考虑的,提出了统计不确定度和非统计不确定度的概念。合成不确定度 σ 是由不确定度的两类分量(A类和B类)求“方和根”计算而得。为使问题简化,本书只讨论简单情况下(即A类、B类分量保持各自独立变化,互不相关)的合成不确定度。

A类不确定度(统计不确定度)用 S_i 表示,B类不确定度(非统计不确定度)用 σ_B 表示,合成不确定度为:

$$\sigma = \sqrt{S_i^2 + \sigma_B^2} \quad (1-31)$$

3. 合成不确定度的两类分量

计算不确定度是将可修正的系统误差修正后,将各种来源的误差按计算方法分为两类,即用统计方法计算的不确定度(A类)和用非统计方法计算的不确定度(B类)。

A类统计不确定度,是指可以采用统计方法(即具有随机误差性质)计算的不确定度,如测量读数具有分散性、测量时温度波动影响等。这类统计不确定度通常被认为服从正态分布规律,因此可以像计算标准偏差那样,用“贝塞尔公式”计算被测量的A类不确定度。A类不确定度 S_i 为:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}} \quad (1-32)$$

式中, i 表示测量次数, $i=1,2,3,\dots,n$ 。

在计算A类不确定度时,也可以用最大偏差法、极差法、最小二乘法等,本书只采用“贝塞尔公式法”,并且着重讨论读数分散对应的不确定度。用“贝塞尔公式”计算A类不确定度,可以用函数计算器直接读取,十分方便。

B类非统计不确定度,是指用非统计方法求出或评定的不确定度,如实验室中的测量仪器不准确、量具磨损老化等。评定B类不确定度常用估计方法,要估计适当,需要确定分布规律,同时要参照标准,更需要估计者的实践经验、学识水平等。因此,往往是意见纷纭,争论颇多。本书对B类不确定度的估计同样只做简化处理。仪器不准确的程度主要用仪器误差来表示,所以因仪器不准确对应的B类不确定度为:

$$\sigma_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (1-33)$$

$\Delta_{\text{仪}}$ 为仪器误差或仪器的基本误差,或允许误差,或显示数值误差。一般的仪器说明书中都以某种方式注明仪器误差,是制造厂或计量检定部门给定。物理实验教学中,由实验室提供。对于单次测量的随机误差一般是以最大误差进行估计,以下分两种情况处理。

已知仪器准确度时,这时以其准确度作为误差大小。如用物理天平称量某个物体的质量,当天平平衡时砝码为 $P=145.02\text{g}$,让游码在天平横梁上偏离平衡位置一个刻度(相当于 0.05g),天平指针偏过 1.8 分度,则该天平这时的灵敏度为 1.8 分度 $\div 0.05\text{g}$,其感量为 0.03g/分度 ,就是该天平称衡物体质量时的准确度,测量结果可写成 $P=(145.02 \pm$