

Random Fields:
Analysis and Synthesis
Revised and Expanded New Edition

随机场：
分析与综合（修订扩展版）

Erik Vanmarcke 著
陈朝晖 范文亮 译

高等教育出版社

Random Fields:
Analysis and Synthesis
Revised and Expanded New Edition

随机场:
分析与综合(修订扩展版)

Erik Vanmarcke 著
陈朝晖 范文亮 译
李杰 陈建斌 校

图字: 01-2017-3281 号

Copyright © 2010 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.. All rights reserved. This book, or parts thereof, may not be reproduced in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system now known or to be invented, without written permission from the Publisher.

Simplified Chinese translation arranged with World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.

图书在版编目 (C I P) 数据

随机场: 分析与综合: 修订扩展版 / (美) 埃里克·范马克 (Erik Vanmarcke) 著; 陈朝晖, 范文亮译. -- 北京: 高等教育出版社, 2017.8

(应用统计学丛书)

书名原文: Random Fields: Analysis and Synthesis (Revised and Expanded New Edition)

ISBN 978-7-04-047863-1

I. ①随… II. ①埃… ②陈… ③范… III. ①随机场
IV. ①O211.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 106245 号

随机场 (分析与综合)
SUIJICHANG (FENXI YU ZONGHE)

策划编辑 吴晓丽
责任校对 刘娟娟

责任编辑 吴晓丽
责任印制 尤 静

封面设计 姜 磊

版式设计 马敬茹

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 北京明月印务有限责任公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 19.5
字 数 340 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmail.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2017年8月第1版
印 次 2017年8月第1次印刷
定 价 69.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 47863-00

代 译 序

随机性和不确定性是自然界的普遍现象,也是科学和工程技术中经常碰到的问题。其根源来自自然和社会现象的复杂性以及现有理论模型和我们认知能力的局限性。20 世纪 30 年代和 40 年代, Kolmogorov 和 Wiener 开启了对随机现象的系统的数学研究。他们开创的概率论和随机过程已经成为最活跃的数学分支之一。

Vanmarcke 教授的这本专著是工程科学和工程技术领域最早系统处理随机场理论和应用的专著,也是迄今以来对工程领域风险分析和控制影响最大的专著。从随机场的基础理论出发,通过对局部平均过程的深入研究,它把我们对时间序列的许多基础理论结果推广到了多变量的随机场。这些结果包括对方差函数的刻画、极值分布、穿越、频率空间的描述、不变量、尺度效应等。除此之外,对随机有限元等相关问题,本书也作了介绍。

这本书的特点之一是深入浅出。虽然随机场是一个比较深奥的领域,但本书仍然通俗易懂。书中对必要的数学基础知识也作了简单介绍。所以这本书既是一本研究专著,又可以作为一本教科书。对风险控制、结构设计和结构安全管理、自然灾害预估等领域的科研和技术人员来说,这是一部非常基础的参考文献。

作为他在普林斯顿大学的同事和一位对随机性和不确定性有着浓厚兴趣的应用数学家,我跟 Vanmarcke 教授有许多交往。使我钦佩的不仅仅是他在随机场理论和诸多相关应用领域的深厚造诣,还有他既认真又超脱的治学态度。如今他已经从普林斯顿大学退休,但他仍然孜孜不倦地探索着宇宙起源的量子理论。我也早就认识陈朝晖教授。对她多年来在这本书上所花的心血略有所闻。

如今这本书的中文版成功问世,我也借此机会向她和她的合作者们表示衷心的感谢!

鄂维南

北京大学

普林斯顿大学

前言

自然从来都是一团变幻莫测的云,将来也绝不相同。

Nature is a mutable cloud, which is always and never the same.

拉尔夫·沃尔多·爱默生《历史》^①

Ralph Waldo Emerson, *History*

第二版前言

自1983年《随机场》率先由麻省理工学院出版社出版至今,对复杂随机性的真实性以及对复杂系统中的风险进行量化与管理的需求得到前所未有的广泛认可,而快速发展的计算能力与数据库容量则进一步激发了高水平的概率建模,并提供了支持手段。第一版所介绍的有关方差函数和涨落尺度的主要方法与概念,以及在随机场的阈值穿越与极值统计估计中局部平均的效用,已被应用于科学和工程中的诸多领域。

在本修订扩展版中,修改了某些主题的介绍顺序以及陈述方式,使其更为清晰连贯。尺度谱的利用促成了对单尺度和多尺度随机场更为明确的区分。第二版删除了单尺度随机过程相关参数统计估计的内容。2.8节中增添了新的内容,尤其是加入了一系列基于量子物理的概率分布形式;它们均具有简单的解析形式和易于把握的统计特性,将在物理、化学和生物等随机场理论领域的大量应用中发挥巨大作用。

^①拉尔夫·沃尔多·爱默生(Ralph Waldo Emerson, 1803—1882),生于波士顿。美国思想家、文学家、诗人。爱默生是确立美国文化精神的代表人物。美国前总统林肯称他为“美国的孔子”“美国文明之父”。——译者注

本书适用于面向研究生的随机物质和随机场的教学以及风险与可靠度分析的高级方法的短期专业课程。这一理论与不同专业课程的关联体现于本人在普林斯顿大学的各种学术交往中,包括与普林斯顿大学环境研究院 (Princeton Environmental Institute, PEI)、本德海姆金融研究中心 (Bendheim Center for Finance)、材料科学与技术研究院 (the Institute for the Science and Technology of Materials) 以及机器人与智能系统项目 (the Program in Robotics and Intelligent Systems) 等的合作交流。

我所从事研究及教学的院校成就了这本书 (以及它的新版)。麻省理工学院、普林斯顿大学,学术休假期间的哈佛大学和斯坦福大学,为我提供了灵感与激励的氛围。感谢许多同事和以前的学生们。特别真挚地感谢 C. Allin Cornell (已故), Stephen Crandall, Jose Roesset, Daniele Veneziano, Anne Kiremidjian, John Reed, George Gazetas, Mary-Ellen Hynes, Dario Gasparini, Gordon Fenton, Jeen-Shang Lin, Ronald Harichandran, Ernesto Heredia, Henri-Pierre Boissières, Waldemar Hachich, Paul Lai, Ross Corotis, Binod Bhartia, Ricardo Palma, Mark Dobossy, Mircea Grigoriu, Ignacio Rodríguez-Iturbe, Semih Yücemem, Aysen Akkaya, Ove Ditlevsen, Alfredo Ang, Masanobu Shinozuka, George Deodatis, Elizabeth Paté-Cornell, Gregory Baecher, Yin Lu (Julie) Young, Minoru Matsuo, Robert Stark, James Rice, Robert Verhaeghe 和 Emilio Rosenblueth (已故)。同样非常感谢 Hongjun Li, 世界科技出版公司的本书的编辑,是她耐心而又专业的协助使《随机场》第二版得以付梓。

普林斯顿, 新泽西州

第一版前言

随机性是一个生活事实,它给出了科学、工程和经济等广大领域的问题的本质。在多个学科领域,对能够被模拟为随机场或分布无序系统的复杂现象的特征予以量化的需求正在增长。本书致力于发展一种描述、分析并适于预测和控制随机场的综合方法。

本书第2和第3章主要回顾了多维随机过程经典理论。第2章介绍了在随机场背景下的基本概率概念和方法,第3章则简要说明了在空间-时间域以及波数-频率域中均匀随机场的二阶分析。

第4章阐述了有关阈值穿越、高斯极值及其相关随机场的许多新的综合成果。针对不同类型的随机性,介绍和阐释了谱矩和与无序程度相关的测度。

主要的新进展在于将一维随机过程的相关结构用方差函数和涨落尺度来表示。这一方法可以便捷地推广至多维情形,为将目前的用途予以大幅度推广,以实用并相当简便的方式,处理涉及一维与二维随机性(对应第5章和第6章)以及一般的多维均匀场(第7章)问题,开辟了一条通路。第8章提出了估计和预测领域的新方法,并对新成果给予了面向应用的评述。

书中的很多内容是以本人最近在麻省理工学院的研究为基础的,它们本可以采用一系列单独的论文发表在多种学术期刊上。但在此过程中,相关概念和方法之间宝贵的联系将被切断,而丧失以专著形式才具备的强调方法论统一性的机会。

本书很适于随机场基础的教学或自学。虽然新结论是以适当的数学严谨性予以介绍的,但不需要超出基本的大学微积分的数学知识,并尽了所有努力以巩固和简化理论,使其适于实际应用。后面各章实质上自成体系,并能从不同层面加以阅读。在各章中,每一节的方程编号自成体系。

本书的研究是在过去10年中断续地完成的,并集中于1979年至1980年之间。研究是在麻省理工学院的诺伯特·维纳(Norbert Wiener)的特设课程之后开始的,或许是为他的精神所激发,这种精神仍然活跃在麻省理工学院,它提供了激励研究的环境。感谢我的同事们和以前的学生们。衷心感谢在特拉华大学(the University of Delaware)“应用概率的艺术”的导师 Robert M. Stark、斯坦福大学的 C. Allin Cornell 和麻省理工学院的 Stephen H. Crandall 对我的支持与鼓励。非常感谢 Elizabeth Augustine 为本书耐心而专业地打印了许多草稿。Lieven Vanmarcke 和 Mark Willems 协助我完成了多个图表的大量计算。最后也是最为重要的,感谢我的妻子及孩子们在诸多方面对我的长期支持。

剑桥, 马萨诸塞州

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 应用范围	1
1.2 简要回顾	4
1.3 局部平均及其极值	7
第 2 章 随机场分析基础	11
2.1 随机场的类型	11
2.2 概率基本描述	15
初等概率论概述	15
随机变量	17
概念推广至随机场	20
随机变量的变换	20
2.3 期望与条件期望	26
单个随机变量的期望	26
涉及两个随机变量的期望	28
随机向量的协方差矩阵	29
协方差、相关函数和互协方差函数	30
涉及多个随机变量的期望	31
条件期望	32
几何平均及其相关统计量	33

2.4	特征函数	33
	特征函数	33
	累积量函数	35
2.5	高斯及其相关的概率分布	36
	高斯 (或正态) 分布	36
	多维高斯分布	37
	条件高斯分布	40
	对数正态分布	41
	随机距离的分布	43
	中心极限定理	43
2.6	最优线性预测与更新	44
	经典估计问题	44
	二元线性估计	47
	多元线性估计	48
2.7	纯随机场和马尔可夫过程	49
	纯随机场	50
	涉及独立增量之和的随机场	52
	泊松过程及其相关随机场	55
	马尔可夫过程与扩散理论	57
2.8	基于量子物理的新型概率分布	60
	“量子质量比”的统计及其对数	60
	“量子尺寸比”的统计量	66
	相关概率模型族	67
第 3 章	均匀随机场的二阶分析	69
3.1	引言、概念与符号	69
	随机场的二阶描述	69
	低维随机场 (或随机过程)	70
	象限对称性	70
	谱密度和相关函数的矩	70
3.2	均匀随机场的相关函数	71
	基本性质和对称性	71
	象限对称性	72
	象限对称协方差函数的几个重要类型	72
	两个耦合随机场的互协方差函数	74

3.3 一维随机过程的谱表示	74
引言	74
Wiener-Khinchine 关系	75
单边谱密度函数	76
累积谱与标准化谱	77
更规范的谱表示	78
互谱	79
离散参数随机过程的谱	79
3.4 均匀随机场的谱分析	82
二维问题	82
Wiener-Khinchine 关系	83
象限对称情况	84
方向依赖的一维随机波动	85
累积谱和标准化谱	85
几类特殊情形	86
向多维情形的推广	88
3.5 不变线性系统的输入-输出关系	92
系统描述	92
线性系统的均匀随机响应	93
网格系统的类似结果	96
3.6 随机场的导数和局部积分	97
偏导数的统计量	97
均方可微条件	99
随机场的局部积分	101
网格场的类似结果	104
3.7 移动平均和自回归模型	105
一维自回归 (马尔可夫) 相关模型	105
空间上的一阶自回归模型	106
高阶自回归马尔可夫模型	108
线性振子在白噪声激励下的响应	108
直线上的移动平均相关模型	109
矩形域、球域和椭圆域内的移动平均	110
自回归移动平均模型	111
3.8 空间-时间相关结构: 基本关系	111
二阶统计量	111
依赖于频率的空间相关函数	112
二阶分析的四种形式	113

依赖于频率的波数谱	114
象限对称的情形	114
关于圆和球谐函数的说明	115
第 4 章 谱参数, 水平穿越与极值	117
4.1 谱矩及相关参数	117
一维谱参数的定义	117
谱分布函数的边界	119
$S(\omega_1, \omega_2)$ 的联合谱矩	119
n 维随机场的联合谱矩	121
4.2 偏微分的统计量	122
4.3 基本包络统计量	124
一维包络的两种定义	125
一维包络统计量	126
n 维高斯随机场的包络	127
4.4 阈值穿越统计与极值	130
平均阈值穿越率	130
局部极大值的平均出现率及其概率分布	130
在阈值上/下的平均停留时间	132
包络穿越统计量	133
阈值穿越与局部极大值的成丛性	134
极大值的概率分布	135
4.5 穿越区域的期望大小	137
二维情形	138
多维情形	139
4.6 水平穿越和极值的统计量	140
高界限值的局部极大值的平均出现率	141
成丛趋势因子	142
随机场的最大值的概率分布	143
4.7 通用相关模型的谱参数	144
低通白噪声	145
具有随机相位角的正弦波	145
有限带宽分形噪声或 $1/f$ 噪声	146
一族自回归相关模型	147
白噪声激励下简谐振子的响应	148
指数衰减型谱密度函数	149

4.8 在非均匀随机场中的推广	150
-----------------	-----

第 5 章 一维局部平均过程 153

5.1 方差函数和涨落尺度	153
方差函数	153
涨落尺度	156
方差函数的另一种形式	158
方差函数的若干解析模型	159
方差函数的推荐近似表达式	160
历史注释	161
5.2 涨落尺度的频域解释	161
$\gamma(T)$ 和 $g(\omega)$ 之间的关系	161
频率原点附近 $g(\omega)$ 的特点	162
两族相关模型的结果	163
“ $\theta = 0$ ” 的窄带过程的方差函数	165
5.3 局部积分或局部平均的协方差	167
局部积分的代数关系	167
局部积分或局部平均之间的相关性	168
点值与局部平均之间的协方差	170
按局部平均进行分解	171
局部平均过程的协方差函数	172
5.4 均方导数和谱矩	173
均方导数的存在性	173
局部平均过程的均方导数	174
谱矩和谱带宽	176
5.5 水平穿越与极值统计量	178
平均上穿率	179
极值分布	179
水平穿越的其他统计量	180
5.6 不变性与再生性	180
线性变换的不变性	180
局部平均的不变性	181
再生性	182
白噪声和泊松过程的相关结果	183

5.7 随机序列和点过程的类似结果	184
随机序列: 方差函数	184
涨落尺度	185
移动平均的协方差	185
5.8 涨落尺度在最优采样中的作用	186
5.9 复合随机过程与尺度谱	188
基本关系	188
复合随机过程模型的推广	190
尺度谱	191
第 6 章 二维局部平均过程	195
6.1 方差函数和相关性测度	195
$s(\omega_1, \omega_2)$ 在频域零点附近的特征	197
单向随机波动	199
6.2 重要特例	200
相关结构象限对称	200
相关结构可分	200
各向同性相关结构	201
椭圆相关结构	202
6.3 条件方差函数和涨落尺度	203
条件方差函数	203
条件涨落尺度	204
更为严谨的二阶描述	208
6.4 局部平均的协方差	210
随机有限元分析	211
局部平均的协方差函数	212
联合谱矩	214
6.5 水平穿越和极值的统计量	215
方向依赖的局部平均过程的水平穿越	215
穿越高阈值的区域平均大小	216
超过高阈值水平的局部最大值的平均出现率	217
6.6 二维均匀随机场的不变量	217
线性变换的不变性	217
空间局部平均下的不变性	218
二维白噪声	218

6.7 空间 - 时间过程: 频率依赖的涨落尺度	219
背景	219
频率依赖的空间涨落尺度	220
物理解释	221
频率依赖的空间涨落尺度的性质	222
二维空间 - 时间相关结构举例	224
6.8 空间 - 时间过程: 频率依赖的方差函数	226

第 7 章 多维局部平均过程 229

7.1 方差函数与相关性测度	230
低阶相关性测度	233
三维情形	233
线性变换下的不变性	235
复合随机场和多尺度随机场	236
7.2 条件方差函数和相关性测度	237
相关涨落尺度	238
向 n 维随机场的推广	240
相关结构的极限形式	241
7.3 频率依赖的空间变异性	242
频率依赖的空间相关性测度	243
频率依赖的相关性测度的函数形式	244
频率依赖的方差函数	246
7.4 几类易于处理的空间 - 时间相关模型	248
三维空间 - 时间过程族	248
四维空间 - 时间过程族	249
7.5 局部平均的协方差	250
一般关系式	250
三维情形	251
局部平均场的协方差函数	252
7.6 随机有限元分析	253
最佳线性估计	254
7.7 局部平均场的偏导数	256
三维情形	256
n 维情形	257

7.8 高阈值穿越与极值的统计	258
五步推导	258
高斯随机场	259
Rayleigh 包络场	260
关于极大值的 Gumbel 分布	260
多尺度随机场的极值	261
第 8 章 总结	263
引言	263
定义和记号	264
谱带宽因子	265
阈值穿越与极值统计量	266
一维随机过程的局部平均理论	266
均匀随机场的局部平均理论	268
重要的有关概念和方法	269
基于量子物理的随机变量和随机场	271
参考文献	273
索引	283

第 1 章 绪 论

[1]

不确定性, 大地每一步转移的真实之道, 是人类的标志之一.

Uncertainty, the sure sense that the ground is shifting at every step, is one of the marks of humanity.

刘易斯·托马斯《论科学的不确定性》^①

Lewis Thomas, *On the Uncertainty of Science*

1.1 应用范围

当在适当的尺度加以观察时, 许多物理、生物、经济和社会系统, 都表现出空间和时间内复杂的变异性. 譬如, 构成地球环境的物质 —— 大气、水、土壤和岩石 —— 其密度、强度、传导性等物理性质受气象条件 (如温度、气压、降雨量等) 的影响而发生改变, 这种改变或多或少地带有不可预测性, 而气象条件本身又是在时间和空间上的随机过程或随机场. 至于生命系统或社会生物系统的特性, 抑或金融市场评估中的随机波动, 则更是十分显著.

当无序程度相当高时, 概率模型常常较确定性模型更加优越且经济. 尤其对于确定性分析方法无能为力而常规统计方法又难以奏效的情况, 随机场理论可设法建立其复杂的变异模式与相关模型. 理想的随机场模型可用最少的既具有

^①刘易斯·托马斯 (Lewis Thomas, 1913—1993), 美国医学家、生物学家、科普作家和美国科学院院士. 其科普散文思想博大而深邃, 信息庞杂而新奇, 文笔优美、清新、幽默、含蓄, 无愧为当今科学散文中的大家手笔. 他关于科学发现的过程、科研的规划与管理、国家的科研政策、困窘的美国保健制度、生物 — 医学科研中的社会和伦理含义等一系列问题的论述, 值得每一个关注科学哲学、科学社会学的人认真研究. —— 译者注