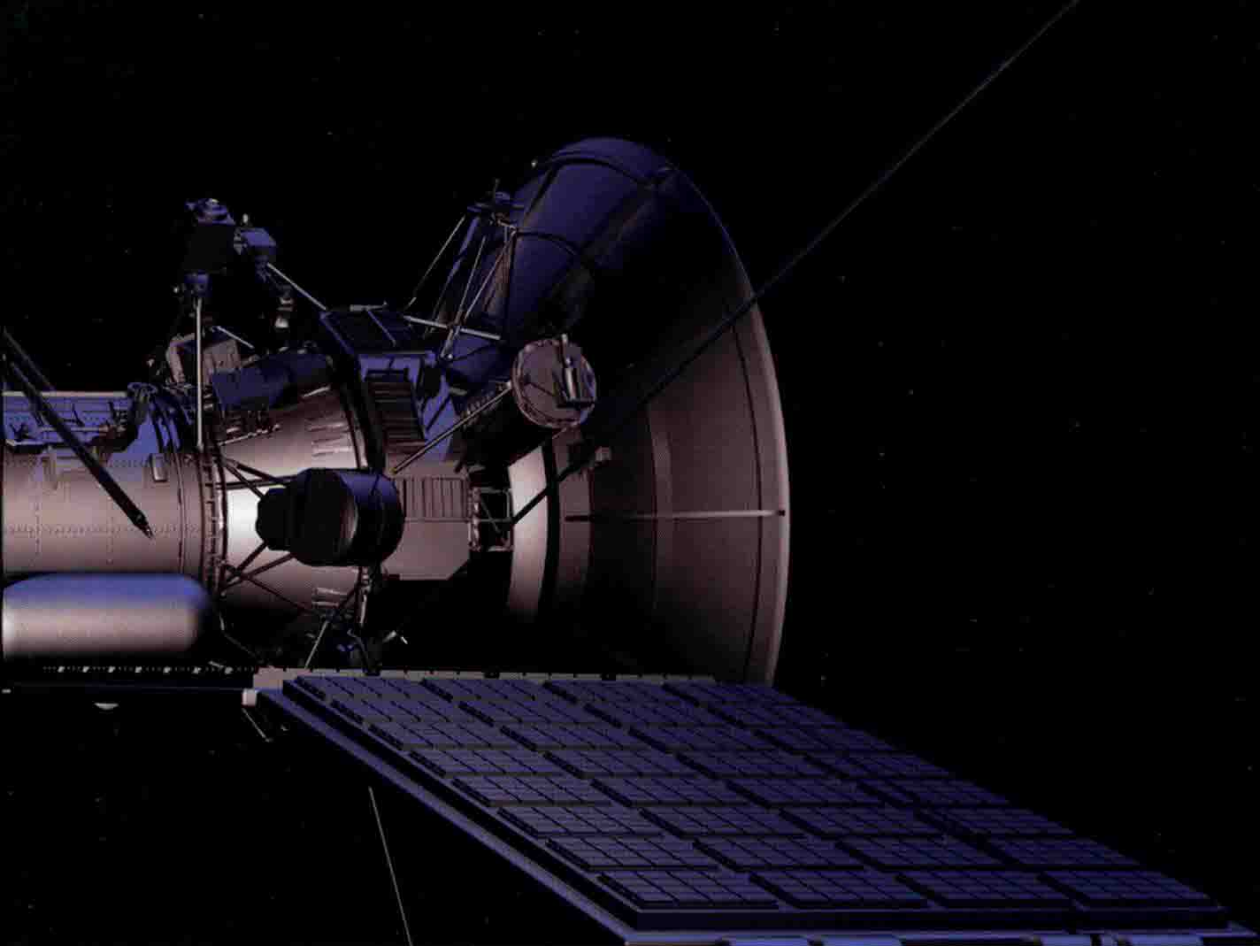

iCourse·教材

大学物理
学习指导与习题解答

冯艳全 胡海云 李英兰 刘兆龙
缪劲松 石宏霆 吴晓丽 郑少波 编

高等教育出版社

iCourse·教材

大学物理
学习指导与习题解答

冯艳全 胡海云 李英兰 刘兆龙
缪劲松 石宏霆 吴晓丽 郑少波 编

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是与北京理工大学大学物理教学团队编写的《大学物理》(共四卷,高等教育出版社出版)配套的学习指导书。本书按主教材的卷章结构,给出各章的内容提要和习题解答。内容提要重点突出,习题典型、富有启发性,解答简明扼要。本书既是学习大学物理课程的重要辅导资料,也可作为自学大学物理和考研复习的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导与习题解答 / 冯艳全等编. -- 北京 : 高等教育出版社, 2017.1

iCourse·教材

ISBN 978-7-04-047183-0

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①冯… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第001010号

DAXUE WULI XUEXI ZHIDAO YU XITI JIEDA

策划编辑	李　颖	责任编辑	缪可可	封面设计	张志奇	版式设计	杜微言
插图绘制	杜晓丹	责任校对	张小镝	责任印制	耿　轩		

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　刷	北京市白帆印务有限公司		http://www.hepmall.com
开　本	787 mm×1092 mm　1/16		http://www.hepmall.cn
印　张	19.25		
字　数	470千字	版　次	2017年2月第1版
购书热线	010-58581118	印　次	2017年12月第2次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	34.00元

物 料 号　47183-00

前言

大学物理是理工科大学生的一门必修基础课。根据高素质创新人才的培养目标，大学物理课程在保证对学生物理知识传授和基本技能培养、打好物理基础的同时，进一步强化对学生的科学思维方法、创新意识和综合应用能力的培养，为提高学生的科学素质发挥积极作用。在大学物理课的各个教学环节中，一方面可以培养学生独立解决问题的能力、理论联系实际的能力和创新能力，使他们了解物理学的发展历史、新进展及前沿物理中的新知识；另一方面可以使学生树立正确的辩证唯物主义世界观和提高学生的科学素质。

要学好大学物理，学生除了应该了解物理学的基本概念、基本知识与基本原理外，还要会应用它们解决具体问题，以培养分析问题与解决问题的能力，加强理论联系实际方面的训练。本书由北京理工大学大学物理教学团队策划设计，与团队编写的《大学物理》四卷教材配套。按主教材各卷章的结构对应安排，每一章分为“内容提要”与“习题解答”两部分内容。“内容提要”归纳了本章的基本概念、基本知识与原理；“习题解答”则对教材中所有习题一一作了详细解答。各章均由主教材相关作者亲自撰写，以便更准确地体现出本章的教学意图与教学要求，便于学生正确理解和掌握教材内容。

学生应该建立高效学习模式，在认真阅读并掌握每章内容提要基础上来做习题，做习题不在“多”，而应注重“精”，注意正确运用概念和公式，把握解题的思路与方法，做到举一反三，触类旁通。在解题过程中，我们力求物理图像清晰，解法简洁，注重方法介绍，强调基本训练，有的习题还给出多种解法，以引导学生深入理解和灵活运用物理学基本原理和科学思想方法，提高学习效能。

本书编者均为大学物理教学的一线优秀教师，具有多年丰富

的教学、教改经验。为第一卷习题撰写指导与解答的老师为：刘兆龙（第1、第2章），石宏霆（第3章），冯艳全（第4、第5章）；为第二卷习题撰写指导与解答的老师为：李英兰（第1、第2章），郑少波（第3—第6章）；为第三卷习题撰写指导与解答的老师为：胡海云（第1、第2章），吴晓丽（第3章），缪劲松（第4章）；为第四卷习题撰写指导与解答的老师为：缪劲松（第1章），胡海云（第2、第3章），冯艳全（第4章），吴晓丽（第5章）。我们感谢北京理工大学的物理学前辈荀秉聪教授等为本书打下的良好基础，感谢北京理工大学教务处、高等教育出版社物理分社等对本套教材的编写与出版的积极支持。书中难免出现错误和不妥之处，真诚地希望读者批评指正。

编　者

2016年4月

目录

第一卷 力学与热学

第二卷 波动与光学

第三卷 电 磁 学

第四卷　近代物理

第一卷

力学与热学

第1章 质点力学

1.1 内容提要

1. 运动学

(1) 参考系

描述某个物体运动时用来参考的其他物体以及校准的钟.

(2) 位置矢量、运动函数和位移

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是从坐标系原点向物体所在位置所引的有向线段,它是矢量,用以描述质点位置.

运动函数是描述质点位置随时间变化的函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$.

位移矢量是从质点初始位置到终止位置的有向线段,等于末态位置矢量减去初态位置矢量,即 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$,它描述了物体在一段时间间隔内位置的变化情况.

位移的大小以 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 表示. 要注意 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr 两个物理量的区别.

直角坐标系中

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$$

$$\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t),\quad \Delta y=y(t+\Delta t)-y(t),\quad \Delta z=z(t+\Delta t)-z(t)$$

(3) 速度与加速度

速度
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

速率
$$v=|\boldsymbol{v}|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

加速度
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

直角坐标系中

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$

(4) 匀加速运动

质点在运动过程中，其加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量. 设 $t=0$ 时，质点的速度和位置矢量分别为 $\boldsymbol{v}_0$、$\boldsymbol{r}_0$（称为初始条件），则

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

对于匀加速直线运动，取 x 轴沿运动方向，初始位置为 x_0，初始速度为 v_0，则

$$v=v_0+at$$

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)$$

(5) 圆周运动

角速度 $$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 $$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

加速度 $$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\mathrm{n}+\boldsymbol{a}_\mathrm{t}$$

其大小为 $$a=\sqrt{a_\mathrm{n}^2+a_\mathrm{t}^2}$$

法向加速度 $$a_\mathrm{n}=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$ （方向指向圆心）

切向加速度 $$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\alpha$$ （方向沿圆的切线）

(6) 一般的平面曲线运动

法向加速度 $$a_\mathrm{n}=\frac{v^2}{\rho}$$ （ρ：轨道的曲率半径）

切向加速度 $$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

(7) 伽利略速度变换

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}_0$$

2. 动力学

(1) 牛顿运动定律

牛顿第一定律：任何物体，如果没有力作用在它上面，都将保持静止或匀速直线运动状态不变. 这个定律也称为惯性定律.

牛顿第二定律： $$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t},\quad \boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$$

质量一定时， $$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$$

牛顿第三定律：物体间的作用力成对出现，如果 A 物体对 B 物体有作用力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$，那么 B 物体

对 A 物体也会有作用力 $\boldsymbol{F}_{BA}$，两者大小相等，方向相反.

$$\boldsymbol{F}_{AB}=-\boldsymbol{F}_{BA}$$

(2) 力学相对性原理

力学规律对于所有的惯性系都是等价的.

(3) 惯性力

在非惯性系 S′中引入假想的力 $\boldsymbol{F}^*$，就可以将惯性系中应用牛顿第二定律处理问题的方法移植到非惯性系中，这个假想的力 $\boldsymbol{F}^*$ 称为惯性力. 惯性力的大小等于质点质量与非惯性系相对于惯性系的加速度大小 a_0之积，方向与该加速度 $\boldsymbol{a}_0$方向相反.

加速平动参考系中

$$\boldsymbol{F}^*=-m\boldsymbol{a}_0$$

惯性离心力

$$\boldsymbol{F}^*=m\omega^2\boldsymbol{r}$$

(4) 质心

质心的位置矢量

$$\boldsymbol{r}_C=\frac{\sum\limits_i m_i\boldsymbol{r}_i}{\sum\limits_i m_i}, \quad \boldsymbol{r}_C=\frac{\int\boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{\int\mathrm{d}m}=\frac{\int\boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{m}$$

质点系的动量

$$\boldsymbol{p}=\left(\sum_{i=1}^N m_i\right)\boldsymbol{v}_C$$

质心运动定理：质点系质心加速度的方向与质点系所受合外力的方向相同，其大小与质点系所受合外力的大小成正比，与质点系的质量成反比，即

$$\boldsymbol{F}_{外}=\left(\sum_{i=1}^N m_i\right)\boldsymbol{a}_C$$

(5) 动量定理

质点系在一段时间间隔内动量的增量等于合外力在这段时间间隔内的冲量，即

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(t)\,\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$$

上式中，$\boldsymbol{F}=\sum\limits_i\boldsymbol{F}_i$，$\boldsymbol{p}$ 表示系统的动量，$\boldsymbol{p}=\sum\limits_{i=1}^N m_i\boldsymbol{v}_i=\sum\limits_{i=1}^N\boldsymbol{p}_i$.

动量定理适用于惯性系，对单个质点也成立.

(6) 动量守恒

若质点系所受合外力为零，则质点系的动量守恒.

(7) 质心系

质心系中，系统的动量为零.

(8) 角动量

质点相对于某个固定点的角动量 $\boldsymbol{L}$ 定义为

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$$

它等于质点相对于该固定点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与质点动量 $\boldsymbol{p}$ 的叉乘，即 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{p}$ 的矢量积.

角动量的大小为

$$L=rp\sin\varphi$$

其中，φ 为位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与动量 $\boldsymbol{p}$ 间的夹角.

角动量的方向既与位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 垂直，又与速度 $\boldsymbol{v}$ 垂直，它垂直于位置矢量与速度这两个矢量所确定的平面，方向可由右手螺旋定则确定.

(9) 力矩

作用于质点上的力相对于某个固定点的力矩 $\boldsymbol{M}$ 定义为

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$$

它等于质点相对于该固定点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与力 $\boldsymbol{F}$ 的叉乘，即 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{F}$ 的矢量积. 力矩的方向既与质点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 垂直，又与力 $\boldsymbol{F}$ 垂直，它垂直于位置矢量与力这两个矢量所确定的平面. 可以利用力臂 d 计算力矩的大小

$$M=Fd$$

力矩的大小等于力乘以力臂.

(10) 角动量定理

质点所受到的外力矩等于质点角动量对时间的变化率.

$$\boldsymbol{M}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

质点系的角动量定理：质点系所受到的合外力矩等于该质点系角动量对时间的变化率，即

$$\boldsymbol{M}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

式中，$\boldsymbol{M}=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{M}_{j外}$ 为质点系所受的合外力矩，$\boldsymbol{L}=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{L}_j$ 为质点系的角动量. 角动量定理中，力矩和角动量必须相对于惯性系中同一个定点来计算.

对质心的角动量定理：质点系对质心的合外力矩等于质点系对质心的角动量对时间的变化率.

$$\boldsymbol{M}_C=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t}$$

(11) 角动量守恒

如果质点系受到的对某一定点的合外力矩为零，则该质点系对这一定点的角动量守恒.

(12) 功

元功的定义 $$\mathrm{d}W=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

有限位移的功 $$W=\int_{a(L)}^{b}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

(13) 动能定理

质点的动能定理：质点从 a 点运动到 b 点过程中，合外力的功等于该质点动能的增量，即

$$W=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

质点系的动能定理:质点系动能的增量等于外力功与内力功之和,即

$$W_{内}+W_{外}=E_{kb}-E_{ka}$$

E_{kb}和 E_{ka}分别为系统末态和初态的动能.

(14) 柯尼西定理

质点系在惯性系中的总动能等于它相对于质心系的总动能与质心动能之和.

$$E_{k}=\frac{1}{2}mv_{C}^{2}+\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}m_{i}v_{i}'^{2}$$

(15) 保守力

若一对力的功与相对路径的形状无关,只取决于质点间的始末相对位置,则这样的一对力被称为保守力.

对于保守力 $$\oint_{L}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$$

(16) 势能

定义保守内力的功等于系统相应势能增量的负值(即势能的减少),即

$$W_{AB}=E_{pA}-E_{pB}=-\Delta E_{p}$$

W_{AB}为从初位形 A 到末位形 B 过程中保守内力的功,E_{pA}、E_{pB}分别为初位形和末位形的势能.

定义 B 为势能零点,则

$$E_{pA}=W_{AB}$$

系统处于某个位形时的势能等于它从此位形变化为势能零点位形过程中保守力的功,势能与参考系的选取无关.

重力势能 $E_{p}=mgh$ 地面处为势能零点

万有引力势能 $E_{p}=-\dfrac{Gm_{1}m_{2}}{r}$ 势能零点为无限远

弹性势能 $E_{p}=\dfrac{1}{2}kx^{2}$ 弹簧无形变状态势能为零

(17) 保守力与势能函数

$$\boldsymbol{F}=-\nabla E_{p}$$

(18) 功能原理

质点系外力的功与非保守内力功之和等于质点系机械能的增量,功能原理适用于惯性系.

$$W_{外}+W_{非保内}=\Delta E$$

质心系中的功能原理:在质心系中,外力的功与非保守内力功之和等于质点系机械能的增量.

$$W'_{外}+W'_{非保内}=\Delta E'$$

(19) 机械能守恒

质点系在运动过程中,若只有保守内力做功,则系统的机械能守恒.

1.2 习题解答

1-1

一球沿斜面向上滚动，自出发时刻计时，它运动过的距离 s 与时间 t 的函数关系为 $s=3t-t^2$(SI)，求：(1) 球的初速度；(2) 它何时开始向下滚动？

解 (1) 球做一维运动. 建立坐标系，以沿斜面向上为正，原点位于出发点. 将 s 对时间求导，得到其速度为

$$v=\frac{ds}{dt}=3-2t$$

将 $t=0$ 代入上式，得到球初速度的大小为

$$v_0=3\ \mathrm{m/s}$$

(2) 当球的速率为零时，它开始向下滚动. 令 $v=0$，代入速度的表达式，有

$$3-2t=0$$

解得

$$t=1.5\ \mathrm{s}$$

即在 1.5 s 时，球开始向下滚动.

1-2

一质点沿螺线 $r=a\theta$ 运动，r 是质点位置矢量的大小，θ 为质点位置矢量与 x 轴的夹角，a 为常量. 已知 θ 随时间 t 变化的函数关系为 $\theta=\omega t$，ω 为常量，求 t 时刻该质点的速度.

解 如图 1-1 所示直角坐标系中，质点的运动方程为

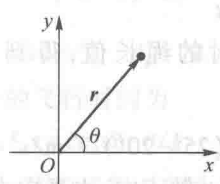

图 1-1 习题 1-2 用图

$$x=r\cos\omega t=a\omega t\cos\omega t$$

$$y=r\sin\omega t=a\omega t\sin\omega t$$

速度的 x、y 分量为

$$v_x=\frac{dx}{dt}=a\omega\cos\omega t-a\omega^2 t\sin\omega t$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=a\omega\sin\omega t+a\omega^2 t\cos\omega t$$

t 时刻该质点的速度为

$$\boldsymbol{v}=a\omega(\cos\omega t-\omega t\sin\omega t)\boldsymbol{i}+a\omega(\sin\omega t+\omega t\cos\omega t)\boldsymbol{j}$$

1-3

已知质点的运动方程为 $x=r(1-\cos\omega t)$，$y=r(\sin\omega t-\omega t)$，其中 r、ω 为常量，求质点的速度与加速度.

解 质点位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=r(1-\cos\omega t)\boldsymbol{i}+r(\sin\omega t-\omega t)\boldsymbol{j}$$

将位置矢量对时间求导，得到质点速度为

$$\boldsymbol{v}=r\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+r\omega(\cos\omega t-1)\boldsymbol{j}$$

将速度对时间求导得到质点的加速度

$$\boldsymbol{a}=r\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

1-4

如图 1-2 所示，一人在堤岸顶上用绳子拉小船. 设岸顶距水面的高度为 20 m，收绳子的速度恒定，大小为 3 m/s，且保持不变，若在船与岸顶的距离为 40 m 时开始计时，求在 $t=5$ s 时刻小船的速度与加速度.

解 (1) 船做一维运动. 建立如图 1-2 所示坐标系，取 x 轴水平向右为正，原点位于堤岸的底部. 设船的速度为 v，由船到岸顶的绳长为 s，岸顶离水面的高度为 h. 由几何关系得

$$s^2=x^2+h^2$$

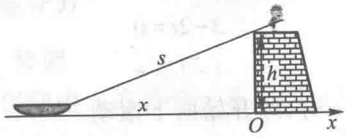

图 1-2 习题 1-4 解答用图

将上式对时间求导得

$$2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

求得

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{s}{x}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

其中，$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=-3$ m/s. 由题意可知：初始时刻，$s_0=$ 40 m，那么 t 时刻的 s 值为

$$s=s_0+\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}t=40-3t \quad \text{(SI 单位)}$$

$t=5$ s 时，$\quad s=(40-3\times5)\text{ m}=25\text{ m}$

此时船的坐标为

$$x=-\sqrt{s^2-h^2}=-\sqrt{25^2-20^2}\text{ m}=-15\text{ m}$$

船速度的大小为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{s}{x}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=-\frac{25}{15}\times(-3)\text{ m/s}=5\text{ m/s}$$

方向沿 x 轴正向，水平向右.

(2) 由(1)中船速得

$$v=\frac{s}{x}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=-\frac{s}{\sqrt{s^2-h^2}}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{3s}{\sqrt{s^2-h^2}} \quad \text{(SI 单位)}$$

由上式得到

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}=-3h^2(s^2-h^2)^{-\frac{3}{2}} \quad \text{(SI 单位)}$$

将速度对时间求导得

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=9h^2(s^2-h^2)^{-\frac{3}{2}} \quad \text{(SI 单位)}$$

代入 $t=5$ s 时的绳长值，得到此时船的加速度：

$$a=9\times20^2\times(25^2-20^2)^{-\frac{3}{2}}\text{ m/s}^2=1.1\text{ m/s}^2$$

加速度方向沿 x 轴正向，水平向右.

1-5

汽车 A 以 20 m/s 的恒定速度向东驶向某路口. 当它通过该路口时，在路口正北方向距其 40 m 处，汽车 B 由静止开始以 2.0 m/s^2 的恒定加速度向南行驶，经过 6.0 s 的时间，求：(1) B 相对于 A 的位置矢量；(2) B 相对于 A 的速度；(3) B 相对于 A 的加速度.

解 (1) 在地面上建立如图 1-3 所示坐标系，汽车 A 速度恒定，其 A 的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}_A=20t\boldsymbol{i}(\text{m})$$

汽车 B 由静止开始以 2 m/s^2 的恒定加速度向南行驶，其位置矢量为

$$\boldsymbol{r}_B=(40-t^2)\boldsymbol{j}(\text{m})$$

汽车 B 相对于汽车 A 的位置矢量

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(40-t^2)\boldsymbol{j}-20t\boldsymbol{i}(\text{m})$$

当 $t=6$ s 时，

$$\boldsymbol{r}=(-120\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\text{ m}$$

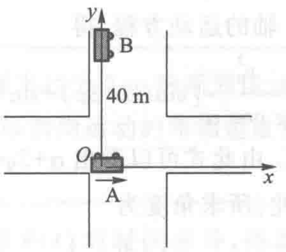

图 1-3　习题 1-5 解答用图

（2）汽车 B 相对于汽车 A 的速度

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-20\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}\,(\mathrm{m/s})$$

当 $t=6$ s 时，

$$\boldsymbol{v}=(-20\boldsymbol{i}-12\boldsymbol{j})\ \mathrm{m/s}$$

（3）汽车 B 相对于汽车 A 的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m/s^2}$$

1-6

棒球比赛中，球以 35 m/s 的速度离开球棒，若不被接住，将落在 72 m 远处. 一名队员在离球出发点 98 m 处，他用 0.50 s 判断了一下球的飞行方向，之后向球跑去，请根据计算判断，该队员能否在球落地前接住这个球.

解　设球被抛出的抛射角为 θ，其射程为

$$X=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

将已知条件代入，得

$$\sin 2\theta=\frac{gX}{v_0^2}=\frac{9.81\times72}{35^2}=0.58$$

解得

$$\theta_1=17.6°,\quad \theta_2=72.4°$$

球在空中的飞行时间为

$$t=2v_0\sin\theta/g$$

当 $\theta_1=17.6°$时，球的飞行时间为

$$t_1=2v_0\sin\theta_1/g=2.16\ \mathrm{s}$$

接球所用的时间为(2.16－0.5) s＝1.66 s，球员如果能够接住球，他跑步速度的最小值为

$$v_{\min}=(98-72)/1.66\ \mathrm{m/s}=15.7\ \mathrm{m/s}$$

这个数值大于短跑的世界纪录成绩，他不可能跑这么快，因此他接不着球.

当 $\theta_2=72.4°$时，球的飞行时间为

$$t_2=2v_0\sin\theta_2/g=6.80\ \mathrm{s}$$

接球所用的时间为(6.8－0.5) s＝6.3 s，球员要接住球，他跑步速度的最小值为

$$v'_{\min}=(98-72)/6.3\ \mathrm{m/s}=4.13\ \mathrm{m/s}$$

球员跑步速度可以达到此值，他可以接到球.

1-7

一斜坡与水平面成 α 角，在其上某点 P 以速率 v_0 向坡上投掷物体，如图 1-4 所示. 要想将物体投得最远，那么物体被投出时其速度与斜坡所成的角度 φ 应为多大（忽略空气阻力）？

解　建立如图 1-4 所示坐标系，物体的加速度分量为

$$a_x=-g\sin\alpha,\quad a_y=-g\cos\alpha$$

物体的初速度的分量为

$$v_{0x}=v_0\cos\varphi,\quad v_{0y}=v_0\sin\varphi$$

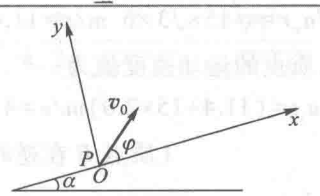

图 1-4　习题 1-7 解答用图

物体的运动方程为

$$x=v_0\cos\varphi t-\frac{1}{2}g\sin\alpha t^2$$

$$y=v_0\sin\varphi t-\frac{1}{2}g\cos\alpha t^2$$

物体落在斜坡上，则 $y=0$. 解得物体的飞行时间为

$$t=\frac{2v_0\sin\varphi}{g\cos\alpha}$$

将之代入 x 轴的运动方程，得

$$x=\frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}[\sin(\alpha+2\varphi)-\sin\alpha]$$

x 随 φ 变化. 由此式可以看出 $\alpha+2\varphi_0=\pi/2$ 时，x 最大. 因此，所求角度为

$$\varphi_0=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$$

1-8

三个质点 A、B、C 分别沿各自的圆周轨道运动，且轨道半径均为 5 m. 计时开始时，三者均在逆时针运动，此时它们加速度的大小及方向分别由图 1-5(a)、(b)、(c)给出. 设三个质点的切向加速度保持不变，求 $t=2$ s 时刻三个质点的速度.

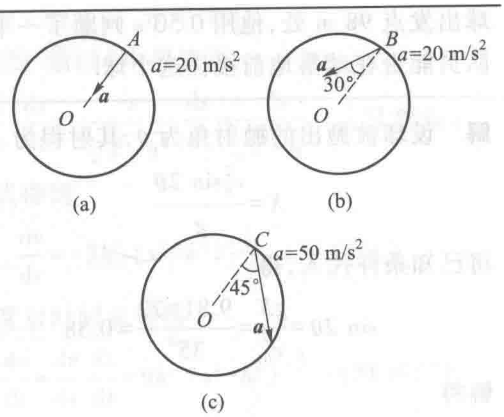

图 1-5 习题 1-8 用图

解 (1) 图 1-5(a)中质点 A 加速度方向沿半径指向圆心，它做逆时针方向的匀速圆周运动，其速度大小为

$$v_A=\sqrt{a_n r}=\sqrt{20\times5}\ \text{m/s}=10\ \text{m/s}$$

（质心 A 在逆时针运动）

(2) 将图 1-5(b)中质点 B 的加速度沿法向和切向分解得到：

切向加速度大小

$$a_t=a\sin30^\circ=30\times0.5\ \text{m/s}^2=15\ \text{m/s}^2$$

法向加速度大小

$$a_n=a\cos30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{m/s}^2=15\sqrt{3}\ \text{m/s}^2$$

质点的运动初速度值为

$$v_0=\sqrt{a_n r}=\sqrt{15\times\sqrt{3}\times5}\ \text{m/s}=11.4\ \text{m/s}$$

$t=2$ s 时，质点的运动速度值为

$$v_B=v_0+a_t t=(11.4+15\times2.0)\ \text{m/s}=41.4\ \text{m/s}$$

（质点 B 在逆时针运动）

(3) 由图 1-5(c)得到质点 C 的法向和切向加速度分别为

$$a_t=a\sin45^\circ=50\times\frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{m/s}^2=25\sqrt{2}\ \text{m/s}^2$$

$$a_n=a\cos45^\circ=50\times\frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{m/s}^2=25\sqrt{2}\ \text{m/s}^2$$

质点的运动初速度值为

$$v_0=\sqrt{a_n r}=\sqrt{25\times\sqrt{2}\times5}\ \text{m/s}=13.3\ \text{m/s}$$

$t=2$ s 时，质点的运动速度值为

$$v_C=v_0-a_t t=-57.4\ \text{m/s}$$

（质点 C 在顺时针运动）