海等 (数学类)

兰宜申(主编) 韩忠诰

高等学校试用教材

德

语

5

(数学类)

兰宜申(主编) 韩忠诰



高等教育出版社

前言

本书是根据 1980 年"高等学校理工科德语教学大纲"(草案) 编写的,供数理专业及外语教学时数较多的理工科各专业学生用 作阅读教材,也可供科技人员和德语自学者选用。全书需用 80 学 时讲完。

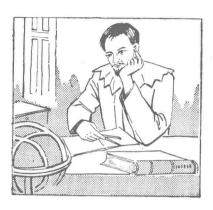
本册是数学类专册,课文选材以数学科普文章为主,均选自新近出版的原文书刊。内容涉及数学基础知识、数学史话、名人逸事、趣味数学及数学在现代科学技术中的应用等方面。编者在编写过程中力求课文语言规范,体裁多样,文字生动活泼,内容新颖有趣。为了便于读者阅读和理解,尽量使每课A、B课文和德译汉材料配合得当,自成系统。每课后所附"怎样表达"一篇,可供学习者参考,不在课上处理。各课的练习是编者参照目前国内外同类教材中具有新的特色,且行之有效的练习形式设计的,力求练习项目多样化,选择性练习和综合性练习相结合,巩固本课与复习前课相结合,着力引导学生提高阅读速度和阅读效果。练习数量较多,可由教师根据实际情况灵活处理,或全部使用,或有所取舍。

参加本书审稿会的有: 南京大学张威廉教授(主审), 上海机械学院戴鸣钟教授、赵学铭副教授, 同济大学汪兴传, 清华大学陈汉良, 西安交通大学陆增荣, 合肥工业大学魏熊荣, 浙江大学金洪良, 江苏工学院刘少康、庄圣洁(列席)、许抗美(列席)。

Inhalt (目录)

Lektion 1.	Text	A:	Algebra und Arithmetik ·······1
	Text	B:	Wieso nicht die Mathematik?5
Lektion 2.	Text	A:	Ebene Geometrie ·······13
	Text	B:	Wie mißt man Entfernungen?17
Lektion 3.	Text	A:	Wie zählten die Menschen der
			Vorzeit?27
	Text	B:	Zahlzeichen und ihr Gebrauch ······32
Lektion 4.	Text	A:	$Positions system \cdots \cdots 40$
	Text	B:	Natürliche Zahlen und
			Primzahlen ······44
Lektion 5.	Text	A:	Der Beitrag der Griechen51
	Text	B ;:	Welcher bedeutende Beitrag kam aus
(40)			Indien?57
Lektion 6.	Text	A:	Sikox ndnln nueee adsds
			kteoe?65
0.17	Text	B:	Geheimschrift ······69
Lektion 7.	Text	A:	Wie oft hat man Glück? ·····76
	Text	B:	Pachisi - Problem $\cdots \cdots 80$
Lektion 8.	Text	A:	Die Mengenlehre·····87
	Text	B:	Wieviele Personen trinken gar
			nichts?94
Lektion 9	Text	A:	Die leere Zählreihe·····105
	Text	B:	$Hilfsmenge {\color{blue} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots 110}$
Lektion 10	Text	A:	Vorläufer vom Computer118

		Text	R.	Rechenbrett ······124
T of the total	11			
Lektion	11			Fingerzahlen ·······132
				Die Heimlichkeit im Handel138
Lektion	12	Text	A:	$Bauernzahlen\ \cdots\cdots\cdots148$
		Text	B:	Die Null!153
Lektion	13	Text	A:	Rechnen mit Computer ·····162
		Text	B:	1+1=10, richtig oder falsch?·····167
Lektion	14	Text	A:	Länge, Maß und Gewicht176
		Text	B:	Interessante Eigenschaften von
				scheinbar unbedeutenden
				Zahlen182
Lektion	15	Text	A:	Zeit- und Flächenmaß im
				Altertum191
		Text	B:	Kalender
Lektion	16	Text	A:	Welche Aufgaben stellt die
				Raumfahrt der Mathematik? 206
		Text	B:	Nüsse aus dem Weltraum 211
Lektion	17	Text	A:	Knobelaufgaben ······220
				Wer hat die Spiele gewonnen?226
Lektion	18			Neue Lösung eines alten Prob-
				lems235
		Text	B:	Etwas über Zauberwürfel241
Anhang	1			tische Zeichen251
a ammung.				rzeichnis262
	/.	VV ()TT	CIVE	LXEICHIIINeeceeececececececececececececececece



Lektion 1

5

10

Text A Algebra und Arithmetik

Man hat gesagt, die Sprache der Wissenschaft sei die Mathematik und die Grammatik der Mathematik sei die Algebra. Das Wort Algebra kommt vom arabischen al-jabr, auf deutsch "Wiedervereinigung von Teilstücken" oder "Vereinfachung". Ohne die Algebra wäre ein Teil unseres wissenschaftlichen und technischen Fortschritts nicht möglich gewesen. Algebra ist wie ein Tunnel durch einen Berg — eine Abkürzung. Solange wir nur mit natürlichen Zahlen oder mit Brüchen aus ihnen rechnen, wie z. B. mit 1/7 oder mit 0.34=34/100, solange betreiben wir Arithmetik. In der Algebra verwendet man zum Rechnen auch Buchstaben. Wir können z. B. sagen, eine Kiste Nüsse sei gleich a. Dann

sind 5 Kisten Nüsse = 5a oder 7a = 7 Kisten Nüsse.

15 Wenn wir 5 Kisten Nüsse und 7 Kisten Nüsse addieren wollen, so schreiben wir

$$5a + 7a = 12a$$

Das ist auch dann richtig, wenn wir sagen, a sei ein Sack Kartoffeln oder a seien 3 Äpfel. 5a ist eine Abkürzung für $5 \cdot a$. Die Mathematiker möchten möglichst wenig schreiben und verzichten deshalb auf das Malzeichen, weil es ja bei Buchstaben und Buchstaben mit Zahlen keine Verwechslung geben kann! ab ist also dasselbe wie a mal b: $ab = a \cdot b$.

Wenn man zwei Zahlen miteinander multipliziert, so ist es gleich, ob man zum Beispiel 3·4 oder 4·3 rechnet. Einerlei, welche Zahlen man miteinander malnimmt: es kommt nicht auf die Reihenfolge der Faktoren an. In der Sprache der Algebra heißt das

ab = ba (a mal b ist gleich b mal a)

Aber auch die Aufgaben, die in der natürlichen Sprache recht kompliziert wirken, lassen sich in algebraischer Schreibweise leicht überschauen. Die Frage: "Wie heißt die Zahl, deren um 1 vermindertes Dreifach, zu ihrem Doppelten addiert, 9 ergibt?" lautet algebraisch einfach:

$$2x+3x-1=9$$

Dabei wird für die unbekannte Zahl der Buchstabe X verwendet. In dieser Gleichung könnte man schon leicht die gesuchte Zahl finden.

Der Unterschied zwischen Arithmetik und Algebra

40

20

25

30

35

besteht allerdings nicht nur darin, daß man in der Algebra außer mit Zahlen auch mit Buchstaben rechnet.

Neben den Grundrechenarten a+b, a-b, $a \cdot b$ und a:b verwendet man noch Potenzen und Wurzeln, und außer mit den Zahlen, die größer als 0 sind, (positive Zahlen genannt) wird auch mit 0 und mit den sogenannten negativen Zahlen gerechnet. Man schreibt diese negativen Zahlen mit einem Minuszeichen vor der Zahl, also -3 oder -6:

4-6=-2.

Vokabeln

die Arithmetik 算术 arabisch 阿拉伯的,阿拉伯语的 die Wiedervereinigung -en 重新结合 5 das Teilstück -e 一部分 die Vereinfachung -en 简化 der Tunnel -(s) 隊首 der Berg -e 山,山脉 die Abkürzung -en 捷径;缩短 10 der Bruch -e (数学上的)分数 der Buchstabe -n 字母 die Kiste -n 板条箱 die Nuß =(ss)e 胡桃 addieren A 加, 加算 15 die Kartoffel -n 土豆

die Algebra 代数(学)

45

50

verzichten 放弃 das Malzeichen - 乘号 die Verwechslung -en 混淆 multiplizieren A 乘 einerlei 一个样, 无所谓 20 mal/nehmen A (nahm mal, malgenommen) 相乘 an/kommen (kam an, angekommen) 取决 die Reihenfolge -n 次序,序列 der Faktor -en 乘数,系数,因素 25 algebraisch 代数的 die Schreibweise -n 表达式 wirken 起作用 überschauen A 概观 vermindert 被减少的

dreifach 三倍的
doppelt 双倍的
ergeben A (ergab,
ergeben) 产生, 得出
die Gleichung -en 公式, 方程
die Grundrechenarten pl.

基本运算方式 die Potenz -en 乘方,幂 die Wurzel -n 方根 das Minuszeichen -负号;减号

Texterläuterungen

- 1. Algebra ist wie ein Tunnel durch einen Berg eine Abkürzung. 代数就象一条贯穿山脉的隧道——一条捷径。
- 2. Solange wir nur mit natürlichen Zahlen oder mit Brüchen aus ihnen rechnen, wie z.B. mit 1/7 oder mit 0.34=34/100, solange betreiben wir Arithmetik.

只要我们用自然数或者它们的分数进行计算,例如用 1/7 或 0.34=34/100 来计算,我们就是在算算术。

- 3. Einerlei, welche Zahlen man miteinander malnimmt. 不论将什么数字相乘都一样。
- 4. Aber auch die Aufgaben, die in der natürlichen Sprache recht kompliziert wirken, lassen sich in algebraischer Schreibweise leicht überschauen.

即使很难用自然语言表达的问题, 也能写成代数式使人一目了然。(自然语言是与人造语言相对而言的, 后者如世界语或计算机语言)

- 5. Wie heißt die Zahl, deren um 1 vermindertes Dreifach, zu ihrem Doppelten addiert, 9 ergibt?
 - 哪一个数的3倍减1加其2倍得数是9?
- 6. Außer mit Zahlen auch mit Buchstaben rechnen. 除了用数字计算以外, 也用字母计算。(außer ... auch = nicht nur ... sondern auch)

Wörter und Wendungen

1. ergeben

- 1) Dieser Lehrsatz ergibt sich aus dem vorigen. 这一条定理是由上一条得出来的。
- 2) 3 mal 3 ergibt 9. 3乘3得9。

2. ankommen

- Der Zug kommt um drei Uhr an 火车在 3 点钟到达
- 2) Es kommt auf das Wetter an, ob wir an die See fahren. 我们是否去海边要看天气而定。
- 3. multiplizieren
 - 1) 5 mit 2 multipliziert gibt 10. 2乘5得10。
 - 2) Wird 423 mit 600 multipliziert, erhalten wir 253 800. 如果 423 与 600 相乘, 得数为 253,800。

4. malnehmen

- 1) 2 mit 8 malgenommen gibt 16. 2 乘 8 得 16。
- Dieser Quotient wird dann mit 100 malgenommen, und das Endprodukt ist 20 700.

这个商数随后与100相乘,最终乘积是20,700。

Text B Wieso nicht die Mathematik?

Früher plagte man die Schüler in den unteren Klassen mit den komplizierten "Dreisatzaufgaben", um etwa herauszufinden, wieviel Zinsen ein Kapital von

500 M bei 4 Prozent in 6 Jahren erbringt. Der Ansatz zur Lösung dieses Problems war noch ziemlich einfach zu durchschauen. Knifflig wurde es aber, wenn etwa gefragt wurde: Welches Kapital erbringt bei 3.5% Zinsen in 8 Jahren 560 M Zinsen? Oder wenn gar nach der Zahl der Jahre gefragt wurde, in denen man bei vorgegebenem Zinssatz aus einem Kapital einen gewünschten Zinsertrag erreichen kann.

Die Lösung solcher Probleme wird viel einfacher, wenn man dazu die elementare Algebra benutzt. Man kann sich dann leicht klar machen, daß ein Kapital k bei einem Prozentsatz p in t Jahren

$$(1) z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$$

Mark an Zinsen erbringt. Aus diesem Ergebnis (1) kann man aber leicht durch einfache Umformung die Antworten auf die anderen Fragen gewinnen. Eine Gleichung bleibt ja richtig, wenn man beide Seiten durch die gleiche Zahl dividiert (oder mit der gleichen Zahl multipliziert). Deshalb folgt aus (1) z.B.

$$\frac{z}{k \cdot p} = \frac{t}{100} \quad \text{und}$$

$$(2) \quad t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$$

Diese Formel (2) gibt uns z.B. Antwort auf die Frage, in welcher Zeit ein Kapital von 3000 M bei 4% Verzinsung einen Ertrag von 360 M liefert (t=3).

• 6 •

15

20

Es ist zu fragen, warum man denn früher in der Schule die Kinder mit kniffligen Dreisatzverfahren 30 geplagt hat, wenn es mit ein bißchen Algebra viel leichter geht? Die Antwort: Algebra — das ist Mathematik. Und das "Rechnen mit Buchstaven" blieb der Mittelstufe des Gymnasiums vorbehalten. In der Volksschule (und in der Unterstufe des Gymnasiums) 35 durfte nur mit "elementaren" Methoden gearbeitet werden.

Vokabeln

plagen A 烦扰, 折磨
die Dreisatzaufgabe -n
单比例题
heraus/finden A
找出, 发现
der Zins -en 利率; 利息
5 das Kapital -e 本金; 资本
erbringen A 产生(利益)
der Ansatz -e 算法; 估价
knifflig 伤脑筋的, 不易解

决的
der Zinssatz =e 利率

10 der Zinsertrag =e 利息收益
der Prozentsatz =e
百分比,百分率
die Umformung -en 变换
dividieren A 除
die Formel -n 公式

15 die Verzinsung -en 生息
liefern A 产生,提供

Texterläuterung

- 1. in den unteren Klassen 在低年级
- um etwa herauszufinden, wieviel Zinsen ein Kapital von 6500
 M bei 4 Prozent in 6 Jahren erbringt.
 - …为了求出本金6500马克按利率4%存6年所获的利息。
- 3. Das "Rechnen mit Buchstaben" blieb der Mittelstufe des Gymnasiums vorbehalten.

利用字母进行演算是要留到完全中学中年级班去做的。

~~~Wie drückt man es aus? ~~~~

Aufgabe:

Lösung:

358 - 243

358

Erläuterung

Einer: 3 E plus 5 E gleich 8 E

Zehner: 4 Z plus 1 Z gleich 5 Z

Hunderter: 2 H plus 1 H gleich 3 H

Die Differenz beträgt also 115

Bei dem additiren Subtraktionsverfahren rechnen wir von unten nach oben. Wir addieren zum Subtrahenden die fehlende Differenz und erhalten den Minuenden, der allerdings bereits da steht.

Vokaheln

der Einer - 个位数 5 das Subtraktionsverfahren - 減法

der Zehner - 十位数 der Subtrahend -en 减数

der Hunderter - 百位数 der Minuend -en 被减数

die Differenz -en 差. 差数

Übung 1

- 1.1 Wie heißt das Gegenteil?
 - 1.1.1 Während 3 eine positive Zahl ist, ist -3

 - a) eine ganze Zahl, b) eine negative Zahl,
 - c) eine natürliche Zahl
- 1.1.2 Man sagt: Wer sucht,

 - a) der findet, b) der fordert, c) der gewinnt.
- - 1.1.3 Man verwendet die Buchstaben a, b, c für bekannte Zahlen

und x, y, z

- a) für unbekannte Zahlen, b) für fremde Zahlen,
- c) für mögliche Zahlen.
- 1.1.4 Ist die Sache einfach?
 - a) Nein, sie ist möglich. b) Nein, sie ist eindeutig.
 - c) Nein, sie ist kompliziert.
- 1.1.5 Meine Lösung ist richtig, aber seine Lösung ist
 - a) leicht, b) falsch, c) möglich.
- 1.1.6 Im Büro wurde ein Füller gefunden.

 - a) Wer hat einen gewonnen? b) Wer hat einen gelöst?
 - c) Wer hat einen verloren?
- 1.1.7 Das Gegenteil von vermindern ist
 - a) vergrößern,
- b) verkleinern,
- c) vermehren.
- 1.1.8 Arithmetik ist leicht, aber Algebra ist

 - a) schwer, b) kompliziert, c) schwach.
- 1.2 Schreiben Sie die folgenden Gleichungen auf deutsch!

1.2.1
$$7x+3y=4b$$

1.2.1
$$7x+3y=4b$$
 1.2.2 $a-2b=\frac{1}{7}$ 1.2.3 $a \cdot 2b=2ab$

1.2.3
$$a \cdot 2b = 2ab$$

1.2.4
$$2x-2y-3=0$$

1.2.4
$$2x-2y-3=0$$
 1.2.5 $5a:2b=\frac{5}{12}$ 1.2.6 $x-3y=-7$

1.2.6
$$x-3y=-7$$

- 1.3 Ergänzen Sie die Sätze!
 - 1.3.1 Ich kann das allein machen ... Hilfe kann ich verzichten.
 - 1.3.2 In der Algebra rechnet man nicht nur ... Zahlen, sondern auch ... Buchstaben.
 - 1.3.3 Meine Aufgabe besteht ..., das Experiment noch einmal durchzuführen.
 - 1.3.4 Die Steine wollen die Bauern ... eine Mauer verwenden.
 - 1.3.5 ... Mathematik wäre die Wissenschaft und Technik nicht denkbar.
 - 1.3.6 Wenn man zwei Zahlen ... multipliziert, kommt es nicht

- ... die Reihenfolge der Zahlen an.
- 1.3.7 Primzahlen lassen sich nur ... 1 und sich selbst teilen.
- 1.3.8 In der Arithmetik verwendet man nur Zahlen ... Rechnen.
- 1.4 Antworten Sie auf die folgenden Fragen nach dem Text!
 - 1.4.1 Woher kommt das Wort Algebra? Was bedeutet dieses Wort auf deutsch?
 - 1.4.2 Wären unsere wissenschaftlichen und technischen Fortschritte möglich gewesen, wenn es die Algebra nicht gegeben hätte?
 - 1.4.3 Was betreibt man in der Mathematik, wenn man nur mit natürlichen Zahlen oder mit Brüchen aus ihnen rechnet?
 - 1.4.4 Was wird in der Algebra neben Zahlen noch zum Rechnen verwendet?
 - 1.4.5 Warum verzichten die Mathematiker in der Algebra auf das Malzeichen?
 - 1.4.6 Hängt das Ergebnis von der Reihenfolge ab, wenn man zwei Zahlen miteinander multipliziert?
 - 1.4.7 Welche Aufgaben können auch in algebraischer Schreibweise leicht ausgedrückt werden?
 Können Sie dafür ein Beispiel anführen?
 - 1.4.8 Worin besteht der Unterschied zwischen Arithmetik und Algebra?
 - 1.4.9 Welche Zahlen nennt man positive Zahlen?
 - 1.4.10 Wie schreibt man negative Zahlen?
- 1.5 Umschreiben Sie die folgenden Sätze, ohne die Bedeutung zu verändern! (改写下列各句, 不要改变句意!)
 - 1.5.1 Das Wort Algebra kommt vom arabischen al-jabr.
 - 1.5.2 Ohne Algebra wären unsere wissenschaftlichen und technischen Fortschritte nicht möglich gewesen.
 - 1.5.3 Wir betreiben täglich Arithmetik.
 - 1.5.4 In eine Gleichung wird der Buchstabe x für eine unbe-

- kannte Zahl verwendet.
- 1.5.5 Bei Buchstaben oder Buchstaben mit Zahlen kann es ohne Malzeichen keine Verwechslung geben.
- 1.5.6 Es kommt nicht auf die Reihenfolge der Buchstaben an.
- 1.5.7 Man rechnet in der Algebra außer mit Zahlen auch mit Buchstaben.
- 1.5.8 Die komplizierten Aufgaben lassen sich in algebraischer Weise leicht überschauen.
- 1.6 Setzen Sie die folgenden Satzpaare ins Satzgefüge! (将下列各组 句子变成主从复合句!)
 - 1.6.1 Die Mathematik ist die Sprache der Wissenschaft. Das ist allen bekannt.
 - 1.6.2 Wir müssen diese Aufgabe in algebraischer Weise ausdrücken.
 Die Aufgaben wirken in der natürlichen Sprache sehr
 - 1.6.3 Man betreibt Mathematik.
 Man beschäftigt sich mit Zahlen.

kompliziert.

- 1.6.4 Eine Kiste Nüsse sei gleich a.
 Dann stehen 5a für 5 Kisten Nüsse.
- 1.6.5 Bei Buchstaben kann es keine Verwechslung geben. Wir verzichten auf das Malzeichen.
- 1.6.6 Wissen Sie das?
 Das Wort Algebra kommt vom arabischen al-jabr.
- In der Arithmetik rechnet man nur mit Zahlen.
 In der Algebra rechnet man sowohl mit Zahlen als auch mit Buchstaben.
- 1.6.8 Man hat es gesagt.
 Die Grammatik der Mathmatik ist die Algebra.
- 1.7 Übersetzen Sie vom Deutschen ins Chinesische:
 Für den Rechenausdruck 4·4·4·4=256 hat man in der Alge-

bra eine kürzere Schreibweise gefunden, nämlich $4^4=256$. Ebenso schreibt man für $3\cdot3\cdot3\cdot3=81$, $3^4=81$, oder anstatt $2\cdot2\cdot2$ schreibt man 2^3 .

5 23 spricht man"zwei hoch drei" aus. Solches Rechengebilde nennt man eine Potenz. Die Zahl 2 ist in diesem Fall die Basis oder Grundzahl, die Zahl 3 heißt Exponent oder Hochzahl.

 $\sqrt[3]{8}$ bedeutet die "dritte Wurzel" aus 8, das heißt, man sucht die Zahl, die dreimal mit sich selbst malgenommen 8 ergibt. Das ist offensichtlich die Zahl 2, denn $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Ebenso ergibt $\sqrt[4]{256}$ (die vierte Wurzel aus 256) = 4, denn $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

Läßt man den "Wurzelexponenten" links oberhalb des Wurzelzeichens weg, so ist die Quadrat wurzel gemeint, das heißt, die zweite Wurzel. So ist $\sqrt{9} = 3$ und $\sqrt{4} = 2$ oder $\sqrt{81} = 9$, weil $3 \cdot 3 = 9$, $2 \cdot 2 = 4$ und $9 \cdot 9 = 81$ ergibt.

Vokabeln

der Rechenausdruck -e (计)算式 die Basis, ... sen 基数; 基 die Grundzahl -en 基数 die Hochzahl -en 指数,幂 der Exponent -en 指数 offensichtlich 明显的
oberhalb G 在…上方
die Quadratwurzel -n 平方根
das Wurzelzeichen - 根号

10 der Wurzelexponent -en
根指数

10

15