

无源定位技术

二次等式约束最小二乘估计 理论与方法

王鼎 胡涛 著



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

无源定位技术

二次等式约束最小二乘估计理论与方法



王鼎 胡涛 著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京•BEIJING

内 容 简 介

本书系统阐述了含二次等式约束的最小二乘无源定位理论与方法,全书共4大部分18章内容。第I部分为基础篇(第1章~第3章),内容包括绪论、数学预备知识以及参数估计方差的克拉美罗界分析。第II部分介绍无系统误差条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法(第4章~第9章),其中根据二次等式约束和辅助变量个数的不同以及二次等式约束数学模型的不同,共归纳总结出6类定位方法,并为后续章节中的定位方法奠定了基础。第III部分介绍系统误差存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法(第10章~第13章),其中选择了第II部分中的4类定位方法进行推广。第IV部分则将前面章节所介绍的方法推广至更加复杂的定位场景中(第14章~第18章),其中包括5种复杂场景,分别为多目标存在的场景、校正源存在的场景(校正源位置精确已知)、校正源位置误差存在的场景、未知偏置存在的场景以及未知偏置和系统误差同时存在的场景。

本书可以作为高等院校通信与电子工程、信号与信息处理、控制科学与工程、应用数学等学科有关研究的专题阅读材料或研究生的选修课教材,也可作为从事通信、雷达、电子、导航测绘、航天航空等领域的科学工作者和工程技术人员自学或研究的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

无源定位技术:二次等式约束最小二乘估计理论与方法/王鼎, 胡涛著. —北京:电子工业出版社, 2018.1
ISBN 978-7-121-33133-6

I. ①无… II. ①王… ②胡… III. ①无源定位—研究 IV. ①TN971

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第295386号

策划编辑:张楠

责任编辑:桑昀

印刷:北京天宇星印刷厂

装订:北京天宇星印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开本:787×1092 1/16 印张:25.75 字数:659.2千字

版次:2018年1月第1版

印次:2018年1月第1次印刷

定价:98.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式:(010) 88254579。

数学符号表

A^T	矩阵 A 的转置
A^{-1}	矩阵 A 的逆
$A^\dagger$	矩阵 A 的 Moore-Penrose 逆
$\text{rank}[A]$	矩阵 A 的秩
$\det[A]$	矩阵 A 的行列式
$\text{range}[A]$	矩阵 A 的列空间
$(\text{range}[A])^\perp$	矩阵 A 的列补空间
$\text{tr}[A]$	矩阵 A 的迹
$\Pi[A]$	矩阵 A 的列空间的正交投影矩阵
$\Pi^\perp[A]$	矩阵 A 的列补空间的正交投影矩阵
$\ a\ _2$	向量 a 的 2-范数
$\langle a \rangle_j$	向量 a 中的第 j 个元素
$A \otimes B$	矩阵 A 和 B 的 Kronecker 积
$A \odot B$	矩阵 A 和 B 的点积
$a \otimes b$	向量 a 和 b 的 Kronecker 积
$a \odot b$	向量 a 和 b 的点积
$\text{diag}[\cdot]$	由向量元素构成的对角矩阵
$\text{blkdiag}[\cdot]$	由矩阵或向量作为对角元素构成的块状对角矩阵
$\mathbf{0}_{n \times m}$	$n \times m$ 阶全零矩阵
$\mathbf{1}_{n \times m}$	$n \times m$ 阶全 1 矩阵
I_n	$n \times n$ 阶单位矩阵
$i_n^{(k)}$	单位矩阵 I_n 中的第 k 列
$E[\hat{x}]$	估计向量 $\hat{x}$ 的数学期望
$\text{cov}(\hat{x})$	估计向量 $\hat{x}$ 的协方差矩阵
$\frac{\partial f(x)}{\partial x^T}$	向量函数 $f(x)$ 的 Jacobi 矩阵

前言

《《《《 PREFACE

众所周知，无源定位系统并不主动发射电磁信号，其具有生存能力强、隐蔽性能好、侦察作用距离远等诸多优点，因此近几十年来受到国内外相关学者和工程技术人员的研究。无源定位过程通常包含两步：第一步是从目标辐射信号或目标散射第三方辐射源（或称外辐射源）信号中提取出用于定位的空域、时域、频域、能量域参数；第二步则是从这些参数中进一步获取目标的位置信息。从关键技术角度来划分，无源定位技术可以分为两个主要研究方向：第一个方向是研究如何从无线电信号中提取出用于目标定位的空域、时域、频域或者能量域参量（或称定位观测量）；第二个方向则是基于这些参量估计目标的位置参数。本书主要是针对第二个方向展开讨论和研究。

目标位置估计方法的种类繁多，有的属于迭代类方法，有的则属于闭式解方法，但无论哪种方法，在数学上都可以转化成某一类最小二乘估计问题。笔者曾在《无源定位中的广义最小二乘估计理论与方法》一书中归纳并抽象出无源定位中的 8 大类最小二乘估计理论与方法。值得一提的是，在诸多最小二乘定位方法中，有一类方法是在二次等式约束条件下进行求解的，而等式约束的存在使其需要借助于拉格朗日乘子法进行求解。由于该方法可以获得渐近最优的统计性能，因此得到了一定的关注，相关学者在专业学术期刊上也发表了一些论文。然而，这些文献大都是针对一些特定的定位观测量进行讨论的，缺乏统一的理论框架，并且其应用场景也较为受限。笔者虽然在《无源定位中的广义最小二乘估计理论与方法》一书中也对该类定位方法进行了研究，但是其中的模型、方法以及应用场景都还可以进行扩充和推广。通过对现有理论成果的提炼和总结，本书将针对含二次等式约束的最小二乘定位方法进行更为详尽的分析和讨论，书中所给出的各种定位方法虽然都是基于某类定位观测量所衍生出的，但并不局限于具体的观测量，其旨在给出每一种含二次等式约束的最小二乘定位方法背后所蕴含的统一观测方程、优化模型、求解算法以及性能分析方法。此外，书中还将含二次等式约束的最小二乘定位方法推广至一些更为复杂的定位场景中，从而更全面地说明该类定位方法的性能及其可推广性。

全书共分为 4 大部分：第 I 部分是基础篇；第 II 部分是无系统误差条件下的理论与方法篇；第 III 部分是系统误差存在条件下的理论与方法篇；第 IV 部分是复杂定位场景下的理论与方法篇。本书的系统误差特指观测站位置和速度测量误差。

第 I 部分由“绪论（第 1 章）”“数学预备知识（第 2 章）”和“参数估计方差的克

拉美罗界分析（第3章）”3章构成。第1章对“无源定位技术”进行了简要概述，对含二次等式约束的最小二乘无源定位方法的研究现状进行了总结，还介绍了3种常见的无源定位体制及其定位观测方程的代数模型。第2章介绍了全书中涉及的数学预备知识，包括矩阵理论、多维函数分析、拉格朗日乘子法以及一阶误差分析中的若干重要结论。第3章给出了多种定位场景下参数估计方差的克拉美罗界。

第II部分由第4章至第9章构成，主要描述了无系统误差条件下含二次等式约束的最小二乘定位方法，其中根据二次等式约束和辅助变量的个数以及二次等式约束的数学模型的不同，共归纳抽象出6类方法，包括含单重二次等式约束和单辅助变量的最小二乘定位理论与方法（包含两类模型）、含双重二次等式约束和单辅助变量的最小二乘定位理论与方法、含双重二次等式约束和双辅助变量的最小二乘定位理论与方法（包含两类模型）、含三重二次等式约束和双辅助变量的最小二乘定位理论与方法。

第III部分由第10章至第13章构成，主要是将第II部分给出的定位方法推广至系统误差存在的场景中，限于篇幅，仅讨论4类定位方法，包括含单重二次等式约束和单辅助变量的最小二乘定位理论与方法（包含两类模型）、含双重二次等式约束和双辅助变量的最小二乘定位理论与方法（包含两类模型）。

第IV部分由第14章至第18章构成，主要是将前面章节所描述的方法推广至更加复杂的定位场景中，讨论了5种复杂场景，包括多目标存在的场景、校正源存在的场景（校正源位置精确已知）、校正源位置误差存在的场景、未知偏置存在的场景以及未知偏置和系统误差同时存在的场景。

本书由解放军信息工程大学一院王鼎和五院胡涛共同执笔完成，并由王鼎对全书进行统一校对和修改。本书在编著过程中参阅了大量著作和论文，在此向这些材料的原著作者表示诚挚的谢意。

本书得到了国家自然科学基金——青年科学基金（项目编号：61201381）、中国博士后科学基金（项目编号：2016M592989）、解放军信息工程大学首批优秀青年基金（项目编号：2016603201）的资助。此外，本书的出版还得到了各级领导和电子工业出版社的支持，在此一并表示感谢。

限于作者水平，书中难免有疏漏和不妥之处，恳请读者批评指正，以便于今后纠正。如果读者对书中的内容有所疑问，可以通过电子信箱（wang_ding814@aliyun.com）与作者联系，望不吝赐教。

作 者

2017年4月于解放军信息工程大学

目录

<<<< CONTENTS

第 I 部分 基础篇

第 1 章 绪论	3
1.1 无源定位技术简述	3
1.2 含二次等式约束的最小二乘无源定位方法的研究现状	4
1.3 3 种常见的无源定位体制及其定位观测方程的代数模型	4
1.3.1 3 种常见的无源定位体制简介	4
1.3.2 常用定位观测方程的代数模型	6
1.4 本书的内容结构安排	9
第 2 章 数学预备知识	12
2.1 矩阵理论中的若干预备结论	12
2.1.1 矩阵求逆计算公式	12
2.1.2 (半) 正定矩阵的基本性质	14
2.1.3 Moore-Penrose 广义逆矩阵和正交投影矩阵	15
2.2 多维函数分析初步	18
2.2.1 多维标量函数的梯度向量	18
2.2.2 多维向量函数的 Jacobi 矩阵	19
2.3 拉格朗日乘子法基础	21
2.4 一阶误差分析方法原理	23
2.4.1 无等式约束条件下的一阶误差分析方法	23
2.4.2 含有等式约束条件下的一阶误差分析方法	25
第 3 章 参数估计方差的克拉美罗界分析	27
3.1 针对单目标定位场景下的克拉美罗界	27

3.1.1	无系统误差条件下的克拉美罗界	27
3.1.2	系统误差存在条件下的克拉美罗界	28
3.2	目标位置服从等式约束条件下的克拉美罗界	29
3.3	针对多目标定位场景下的克拉美罗界	30
3.3.1	无系统误差条件下的克拉美罗界	30
3.3.2	系统误差存在条件下的克拉美罗界	33
3.4	校正源存在条件下的克拉美罗界	34
3.4.1	校正源位置精确已知条件下的克拉美罗界	34
3.4.2	校正源位置误差存在条件下的克拉美罗界	36
3.5	未知偏置存在条件下的克拉美罗界	38
3.5.1	无系统误差条件下的克拉美罗界	38
3.5.2	系统误差存在条件下的克拉美罗界	40

第 II 部分 无系统误差条件下的理论与方法篇

第 4 章	无系统误差条件下含单重二次等式约束和单辅助变量的 最小二乘定位理论与方法: 模型 a	45
4.1	非线性观测方程的伪线性化模型	45
4.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	46
4.3	定位优化模型与数值求解算法	46
4.3.1	定位优化模型	46
4.3.2	数值求解算法	47
4.4	目标位置解 Qcls-Ia-p 的理论性能分析	49
4.5	定位算例与数值实验	52
4.5.1	定位算例 1	52
4.5.2	定位算例 2	55
第 5 章	无系统误差条件下含单重二次等式约束和单辅助变量的 最小二乘定位理论与方法: 模型 b	58
5.1	非线性观测方程的伪线性化模型	58
5.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	59
5.3	定位优化模型与数值求解算法	59

5.3.1	定位优化模型	59
5.3.2	数值求解算法	60
5.4	目标位置解 Qcls-Ib-p 的理论性能分析	64
5.5	定位算例与数值实验	66
5.5.1	定位算例 1	66
5.5.2	定位算例 2	68
第 6 章	无系统误差条件下含双重二次等式约束和单辅助变量的 最小二乘定位理论与方法	71
6.1	非线性观测方程的伪线性化模型	71
6.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	73
6.3	定位优化模型与数值求解算法	73
6.3.1	定位优化模型	73
6.3.2	数值求解算法	74
6.4	目标位置解 Qcls-II-tp 的理论性能分析	76
6.5	定位算例与数值实验	79
6.5.1	模型描述	79
6.5.2	数值实验	81
第 7 章	无系统误差条件下含双重二次等式约束和双辅助变量的 最小二乘定位理论与方法: 模型 a	83
7.1	非线性观测方程的伪线性化模型	83
7.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	84
7.3	定位优化模型与数值求解算法	86
7.3.1	定位优化模型	86
7.3.2	数值求解算法	86
7.4	目标位置解 Qcls-IIIa-p 的理论性能分析	88
7.5	定位算例与数值实验	91
7.5.1	模型描述	91
7.5.2	数值实验	94
第 8 章	无系统误差条件下含双重二次等式约束和双辅助变量的 最小二乘定位理论与方法: 模型 b	96
8.1	非线性观测方程的伪线性化模型	96

8.2	关于向量 t 的若干预备结论	97
8.3	定位优化模型与数值求解算法	98
8.3.1	定位优化模型	98
8.3.2	数值求解算法	99
8.4	目标位置解 Qcls-IIIb-p 的理论性能分析	101
8.5	定位算例与数值实验	103
8.5.1	模型描述	104
8.5.2	数值实验	106
第 9 章	无系统误差条件下含三重二次等式约束和双辅助变量的 最小二乘定位理论与方法	108
9.1	非线性观测方程的伪线性化模型	108
9.2	关于向量 t 的若干预备结论	110
9.3	定位优化模型与数值求解算法	111
9.3.1	定位优化模型	111
9.3.2	数值求解算法	112
9.4	目标位置解 Qcls-IV-tp 的理论性能分析	115
9.5	定位算例与数值实验	119
9.5.1	模型描述	119
9.5.2	数值实验	122

第 III 部分 系统误差存在条件下的理论与方法篇

第 10 章	系统误差存在条件下含单重二次等式约束和单辅助变量的 最小二乘定位理论与方法：模型 a	127
10.1	非线性观测方程的伪线性化模型	127
10.2	关于向量 t 的若干预备结论	128
10.3	系统误差存在条件下第 4 章目标位置解 Qcls-Ia-p 的理论性能分析	129
10.4	定位优化模型与数值求解算法	133
10.4.1	定位优化模型	133
10.4.2	数值求解算法	134
10.5	目标位置解 Qcls-Ia-s 和系统参量解 Qcls-Ia-s 的理论性能分析	135

10.6 定位算例与仿真实验139

10.6.1 定位算例 1..... 139

10.6.2 定位算例 2..... 145

第 11 章 系统误差存在条件下含单重二次等式约束和单辅助变量的
最小二乘定位理论与方法：模型 b 150

11.1 非线性观测方程的伪线性化模型.....150

11.2 关于向量 t 的若干预备结论151

11.3 系统误差存在条件下第 5 章目标位置解 $Q_{cls-Ib-p}$ 的理论性能分析.....152

11.4 定位优化模型与数值求解算法.....155

11.4.1 算法 1——仅估计目标位置 u 155

11.4.2 算法 2——联合估计目标位置 u 和系统参量 w 156

11.5 目标位置解 $Q_{cls-Ib-s1}$ 、 $Q_{cls-Ib-s2}$ 和系统参量解 $Q_{cls-Ib-s2}$
的理论性能分析158

11.5.1 目标位置解 $Q_{cls-Ib-s1}$ 的理论性能分析..... 158

11.5.2 目标位置解 $Q_{cls-Ib-s2}$ 和系统参量解 $Q_{cls-Ib-s2}$ 的理论性能分析..... 161

11.6 定位算例与仿真实验164

11.6.1 定位算例 1..... 164

11.6.2 定位算例 2..... 170

第 12 章 系统误差存在条件下含双重二次等式约束和双辅助变量的
最小二乘定位理论与方法：模型 a 176

12.1 非线性观测方程的伪线性化模型176

12.2 关于向量 t 的若干预备结论177

12.3 系统误差存在条件下第 7 章目标位置解 $Q_{cls-IIa-p}$ 的理论性能分析179

12.4 定位优化模型与数值求解算法183

12.4.1 定位优化模型..... 183

12.4.2 数值求解算法..... 185

12.5 目标位置解 $Q_{cls-IIa-s}$ 和系统参量解 $Q_{cls-IIa-s}$ 的理论性能分析186

12.6 定位算例与数值实验190

12.6.1 模型描述..... 190

12.6.2 数值实验..... 195

第 13 章	系统误差存在条件下含双重二次等式约束和双辅助变量的最小二乘定位理论与方法: 模型 b	200
13.1	非线性观测方程的伪线性化模型	200
13.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	202
13.3	系统误差存在条件下第 8 章目标位置解 Qcls-IIIb-p 的理论性能分析	203
13.4	定位优化模型与数值求解算法	206
13.4.1	算法 1——仅估计目标位置 $\mathbf{u}$	206
13.4.2	算法 2——联合估计目标位置 $\mathbf{u}$ 和系统参量 $\mathbf{w}$	207
13.5	目标位置解 Qcls-IIIb-s1、Qcls-IIIb-s2 和系统参量解 Qcls-IIIb-s2 的理论性能分析	211
13.5.1	目标位置解 Qcls-IIIb-s1 的理论性能分析	211
13.5.2	目标位置解 Qcls-IIIb-s2 和系统参量解 Qcls-IIIb-s2 的理论性能分析	213
13.6	定位算例与数值实验	217
13.6.1	模型描述	217
13.6.2	数值实验	221

第Ⅳ部分 复杂定位场景下的理论与方法篇

第 14 章	多目标存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法	229
14.1	非线性观测方程的伪线性化模型	229
14.2	用于多目标联合定位的伪线性观测模型	230
14.3	关于向量 $\mathbf{t}_k$ 和 $\tilde{\mathbf{t}}$ 的若干预备结论	231
14.4	定位优化模型与数值求解算法	232
14.4.1	定位优化模型	232
14.4.2	数值求解算法	234
14.5	目标位置解 Qcls-Ia-ms 和系统参量解 Qcls-Ia-ms 的理论性能分析	236
14.6	定位算例与仿真实验	242
14.6.1	定位算例 1	242
14.6.2	定位算例 2	251
第 15 章	校正源存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法	259
15.1	非线性观测方程的伪线性化模型	259

15.1.1	关于目标观测方程的伪线性化模型	259
15.1.2	关于校正源观测方程的伪线性化模型	260
15.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 和 $\mathbf{t}^{(c)}$ 的若干预备结论	261
15.3	定位优化模型与数值求解算法	262
15.3.1	第一步参数估计	262
15.3.2	第二步参数估计	270
15.4	目标位置解 Qcls-Ib-r 和系统参量解 Qcls-Ib-r 的理论性能分析	272
15.5	定位算例与仿真实验	275
15.5.1	模型描述	275
15.5.2	数值实验	281
第 16 章	校正源位置误差存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法	287
16.1	非线性观测方程的伪线性化模型	287
16.1.1	关于目标观测方程的伪线性化模型	287
16.1.2	关于校正源观测方程的伪线性化模型	288
16.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 和 $\mathbf{t}^{(c)}$ 的若干预备结论	290
16.3	定位优化模型与数值求解算法	290
16.3.1	第一步参数估计	291
16.3.2	第二步参数估计	299
16.4	目标位置解 Qcls-IIIb-f 的理论性能分析	299
16.5	定位算例与数值实验	302
16.5.1	模型描述	302
16.5.2	数值实验	311
第 17 章	未知偏置存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法	326
17.1	偏置抵消后的伪线性观测模型	326
17.2	关于向量 $\mathbf{t}$ 的若干预备结论	329
17.3	定位优化模型与数值求解算法	329
17.3.1	定位优化模型	329
17.3.2	数值求解算法	330
17.4	目标位置解 Qcls-dp 的理论性能分析	333
17.5	定位算例与数值实验	336
17.5.1	模型描述	336

17.5.2 数值实验	339
第 18 章 未知偏置和系统误差同时存在条件下含二次等式约束的最小二乘定位理论与方法	342
18.1 偏置抵消后的伪线性观测模型	342
18.2 关于向量 t 和 t_w 的若干预备结论	345
18.3 定位优化模型与数值求解算法	347
18.3.1 定位优化模型	347
18.3.2 数值求解算法	348
18.4 目标位置解 Qcls-ds 和系统参量解 Qcls-ds 的理论性能分析	351
18.5 定位算例与数值实验	355
18.5.1 模型描述	355
18.5.2 数值实验	358
附录 A 第 6 章附录	362
附录 B 第 9 章附录	363
附录 C 第 10 章附录	364
C.1 证明式 (10.7) 成立	364
C.2 证明式 (10.24) 成立	364
C.3 证明式 (10.30) 成立	365
C.4 证明式 (10.72) 成立	366
C.5 推导式 (10.91) 至式 (10.94) 中各个子矩阵的表达式	367
C.6 推导式 (10.107) 至式 (10.109) 中各个子矩阵的表达式	369
附录 D 第 11 章附录	371
D.1 推导式 (11.102) 至式 (11.104) 中各个子矩阵的表达式	371
D.2 推导式 (11.119) 至式 (11.121) 中各个子矩阵的表达式	373
附录 E 第 12 章附录	375
E.1 证明式 (12.9) 成立	375
E.2 证明式 (12.29) 成立	376
E.3 证明式 (12.35) 成立	377
E.4 推导式 (12.100) 至式 (12.103) 中各个子矩阵的表达式	378

附录 F 第 13 章附录 382

附录 G 第 14 章附录 385

附录 H 第 15 章附录 386

 H.1 证明式 (15.19) 成立 386

 H.2 推导式 (15.124) 和式 (15.125) 中各个子矩阵的表达式 386

附录 I 第 16 章附录 388

 I.1 证明式 (16.20) 成立 388

 I.2 证明式 (16.49) 成立 388

 I.3 推导式 (16.128) 至式 (16.130) 中各个子矩阵的表达式 390

参考文献 392

第 I 部分

基础篇

