普通高等教育“十三五”规划教材

医学物理学（上册）

主　编　孟燕军　秦瑞平
副主编　杨海波　赵瑞斌

科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

医学物理学

（上册）

主　编　孟燕军　秦瑞平
副主编　杨海波　赵瑞斌

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理学基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，结合医学院校的学生特点，融汇多年教学经验并采纳先进教学理念编写而成的．本书科学系统地讲述物理学的基本理论、分析方法及医学应用，本书特别注重物理学在医学中的应用，通过大量应用实例，教授可使学生受益终身的、用途广泛的解决问题的方法，培养学生分析问题、建立模型、完成求解、用物理方法研究医学问题的能力．

本书适合普通高等院校基础、临床、预防、口腔医学类专业学生学习使用，也可供相关专业人员参考使用．

图书在版编目 (CIP) 数据

医学物理学：全 2 册 / 孟燕军，秦瑞平主编．—北京：科学出版社，2016.8
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978-7-03-049292-0

Ⅰ．①医… Ⅱ．①孟…②秦… Ⅲ．①医用物理学－高等学校－教材 Ⅳ．① R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 146545 号

责任编辑：吕　盛　王　刚 / 责任校对：张凤琴
责任印制：白　洋 / 封面设计：迷底书装

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码100717
http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2016 年 8 月第　一　版　　开本：787 × 1092　1/16
2016 年 8 月第一次印刷　　印张：25 1/2
字数：578 000

定价：79.00 元（含上、下册）

全国高等学校教材

供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

《医学物理学》编辑委员会

前言

物理学是研究物质的结构和相互作用及其运动规律的一门基础学科，是当今众多技术发展的基石．将物理学的基本原理及方法应用于人类疾病预防、诊断、治疗和保健等临床医学研究过程中，逐渐形成了医学物理学这门交叉学科．

关于物理学与生命科学的交叉研究由来已久，且成绩斐然：17 世纪德国科舍儿 (A.Kircher) 研究了动物发光现象；同一时期，荷兰列文虎克 (Antoni van Leeuwenhoek) 用自制显微镜第一次观察到活的细菌．1895 年伦琴 (Wilhelm Röntgen) 发现 X 射线并应用于医学与治疗，建立放射诊断学，获得了首届诺贝尔物理学奖．克里克 (Crick) 和沃森 (Watson) 利用 X 射线衍射技术测定了 DNA 的双螺旋结构及其对生物中信息传递的重要性，获得了 1962 年诺贝尔生理学或医学奖，从此遗传学和生物学都从细胞阶段进入了分子研究水平．塔夫斯大学科尔麦克 (Allan M.Cormack) 创立了计算机辅助的断层扫描的重建图像理论和技术，为数字影像学的发展开辟了道路，获得了 1979 年诺贝尔生理学或医学奖．英国剑桥大学物理学家克卢格（Klug）通过晶体的电子显微术测定生物物质的结构，阐明了核酸蛋白的结构和遗传机制，获得了 1982 年诺贝尔化学奖．在医学领域许多重大成果及新技术原始创新的过程中，物理科学的研究成果及技术都发挥了重要作用．

一切生命现象都是物质与运动的产物，生命现象属于物质的高级运动形式，这些过程正是物理学研究的对象，也是物理学最有优势的地方，因此物理学能为医学研究提供方法和技术并开辟许多新的研究途径．只有掌握了物理学基本原理，才能全面了解人体及其运动过程．早在 1943 年薛定谔（Schrödinger）在爱尔兰都柏林“生命是什么”的著名演说中就预言了将物理学应用于生命科学将会开辟生命科学研究的新纪元，指出了生命问题最终需要通过物理科学说明，且很可能从生物学研究发现新的物理定律．他提出了基因的“跃迁式”突变，认为基因既稳定又能突变，只能用量子论中能级的离散性和量子跃迁的突发性来说明，基因的变化是生物大分子同分异构体之间的量子跃迁，其间的能量阈值保证了基因在室温下的稳定性．另外，X 射线诱发的突变遗传的机制同量子论的基础也是密切相关的．

目前人类正面临着癌症以及各种心血管疾病的严重威胁，早期诊断、准确诊断、精确治疗就必须借助先进的现代医学影像诊断和治疗设备，如 X 射线成像、磁共振成像、放射性追踪、激光手术、速读温度计、心导管术、超声波扫描图、起搏器、光纤引导下的显微手术、超声波牙钻和放射性治疗等．在这些技术领域中，各种仪器装置工作原理的正确解释都必须借助于物理学知识．通

过学习物理可以更好地掌握普遍使用的技能，诸如逻辑推理与分析、解决问题、作简化假设、建立数学模型、采用有效近似以及给出精确定义等技能.可以肯定物理学将在更高层次上推动医学的发展，物理学自身也会在与生命科学的结合中得到不断的进步.

本书具有以下特点：

介绍学习其他课程和未来工作中必须具备的基本物理概念，强调物理学是认识世界的工具；教授一些用途广泛的解决问题的方法.

本书基于我国医学物理教育研究的成果，突出体现了以医科学生为本的教育理念，教材首先通过对实验模型详细的讲述，引导学生认识其普遍的物理规律，再进一步通过医学最新科技进展与学习内容有机结合以及有趣、丰富的应用实例的来激发并培养学生的学习兴趣.

在内容安排上，作者舍去了一些公式的证明，侧重于讲述医学物理学在生物生命科学、机械、运动及日常生活等方面的应用.作者借助引人入胜的应用实例，向学生展示了医学物理学对于了解自然界和人类自身的重要作用.

借助 APP 平台，建立全方位立体化的医学物理学资源库，包括习题库及解答，课堂难点重点知识讲解视频，医学物理实验视频教学等，实现教师和学生及时互动，答疑解惑.

本书的编者都是长期从事医学物理课程教学及临床工作的教师和专家，本书是他们多年教学实践经验的总结.本书题库的制作整理工作由乔丽华老师完成，视频设计录制由郝晨汝、池子强老师完成，剪辑等后期处理由刘晓群、王巍、盖彦卫老师完成，在此向他们表示由衷的感谢.诚挚地欢迎每一位读者对本书不当之处提出宝贵意见.

孟燕军

2016年7月1日

目 录

广场上高速旋转的陀螺

第 1 章 刚体的运动

一般来说，物体在外力作用下，其形状和大小都要发生变化.但如果在外力的作用下产生的形变甚微，在物理学中，为了使问题简化，在形变对所研究问题影响不大时，不考虑物体的形变，这样的物体称为**刚体**.刚体是一种理想化了的模型.

1.1 刚体及其运动

刚体的运动可以分为平动与转动. 它们是刚体的两种最简单的,也是最基本的运动形式. 刚体的任何复杂的运动都可以看成是这两种运动的合成.

1. 刚体的平动

1) 刚体的平动

当刚体运动时,如果刚体内任何一条给定的直线在运动中始终保持它的方向不变,则这种运动叫做**平动**,如电梯的上下运动、活塞的运动、物体的平抛运动、电脑显示屏上鼠标画圆时鼠标的运动等.

2) 平动的特点

刚体平动的一个明显特点是,在平动过程中刚体上每个质点的运动完全相同. 因此,在研究刚体的平动时,只需要研究刚体内某一个质点的运动就可以了,它可代表整个刚体的运动,一般用质心来表示.

2. 刚体的转动

1) 定轴转动

当刚体中所有点都绕同一直线做圆周运动时,这种运动叫**转动**,这条直线叫**转轴**,如定滑轮的运动、旋转木马的运动、钟摆的运动、火车车轮的运动、飞机螺旋桨的运动等;如果转轴的位置或方向是固定不动即不随时间改变的,则这种轴称为固定轴,此时刚体的运动叫做刚体的定轴运动.

2) 定轴转动的特点

定轴转动中刚体上的任一质点(或称质元) Δm 都绕一个固定轴做圆周运动,通常把转轴设为 z 轴,圆周所在平面 M 称为质点的转动平面,转动平面与转轴垂直. 质点做圆周运动的圆心 O 叫做质点的转心,质点对于转心的位矢 $\boldsymbol{r}$(由圆心 O 指向质点的有向线段)叫做质点的矢径,如图 1-1 所示. 定轴转动显著的特点是:转动过程中刚体上所有质点的角位移、角速度和角加速度都相同,我们称之为刚体转动的角位移、角速度和角加速度. 在 1.2 节将对刚体的定轴转动进行详细的讨论.

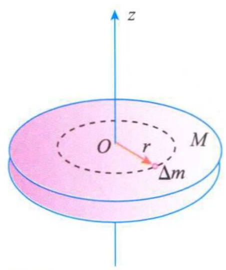

图 1-1 定轴转动的特点

1.2 刚体的定轴转动

1.2.1 描述刚体定轴转动的物理量

前面提到,当刚体作定轴转动时,刚体上所有质元都绕定轴各自在自己的转动平面内做不同半径的圆周运动. 这些质元的线量(如速度、加速度等)各不相同,但它们的角位移、角速度、角加速度等角量都相同. 所以,与圆周运动相似,可以用角量来描述刚体的定轴转动.

1. 角位移

角位移是描述刚体位置变化的物理量. 如图 1-2 所示,t 时刻,质点在 P 点,角坐标为 θ',$t+\mathrm{d}t$ 时刻,质点到达 P',角坐标为 θ',角坐标的增量为

$$d\theta = \theta' - \theta \tag{1-1}$$

其中，$d\theta$ 称为刚体的角位移，国际单位是 rad.

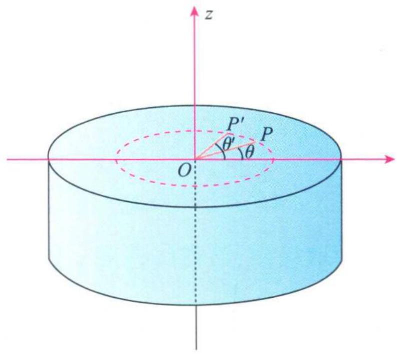

图 1-2 角位移

2. 角速度

角速度是描述刚体转动快慢和方向的物理量，用 ω 表示. 其数学表达式大小为

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \tag{1-2}$$

角速度是矢量，其方向由右手螺旋法则确定：把右手的拇指伸直，其余四指弯曲，使弯曲的方向与刚体转动方向一致，这时拇指所指的方向就是角速度 ω 的方向，如图 1-3 所示. 其方向也可用正负来表示，当方向与 z 轴正方向一致时，$\omega>0$ 为正值；当方向与 z 轴正方向相反时，$\omega<0$ 为负值.

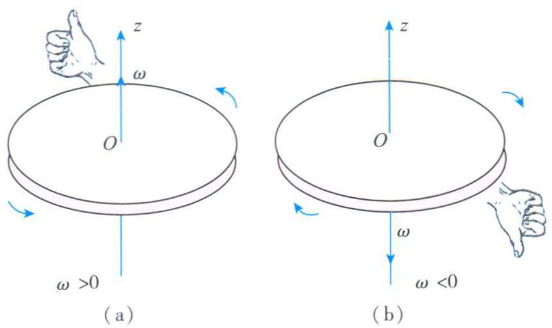

图 1-3 定轴转动的角速度

3. 角加速度

刚体作定轴转动时，如果角速度发生了变化，刚体就具有了角加速度. 设在时刻 t，角速度为 ω_1，在时刻 $t+\Delta t$，角速度为 ω_2，则在 Δt 时间间隔内，此刚体角速度增量为 $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$. 那么角加速度为

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1-3}$$

角加速度的方向也可用正负来表示，方向规定同角速度. 当 α 为正值时，刚体做加速转动；当 α 为负值时，刚体做减速转动. 其单位为弧度每二次方秒，符号为 $rad \cdot s^{-2}$.

在刚体定轴转动中，角速度、角加速度的方向只有沿转轴的两个方向，

所以计算中常作标量处理(即方向用正负表示).

4. 角量与线量的关系

如图 1-4 所示,设参考质元的转动半径为 r,在 Δt 时间内,刚体转过 $\Delta\theta$ 角度,质元在这段时间内的线位移为有向线段$\overrightarrow{AB}$,路程为弦$\overrightarrow{AB}$对应的弧长$\overset{\frown}{AB}$,当 Δt 很小时,有 $|\overrightarrow{AB}|=\overset{\frown}{AB}=\Delta s$,于是

$$\overset{\frown}{AB} = \Delta s = r\Delta\theta \tag{1-4}$$

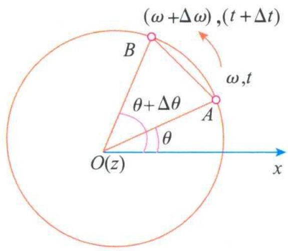

图 1-4　线量与角量关系的推导

将上式两侧同时除以 Δt 并取极限,可得线速度 v 和角速度 ω 的关系为

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = r\omega \tag{1-5}$$

线速度方向为质元处圆周的切线方向.

当质元做变速圆周运动时,其加速度 $\boldsymbol{a}$ 可分解为切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$ 和法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$,它们的大小分别为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(r\omega)}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\alpha \tag{1-6}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2 \tag{1-7}$$

5. 匀变速转动

定轴转动的最简单情况是匀变速转动. 所谓匀变速运动就是指角加速度为恒定值,也就是任意相等时间内刚体转动的角速度的增量都相等. 此时,刚体各质元均做匀变速圆周运动.

匀变速圆周运动的运动方程与匀变速直线运动的运动方程形式相似,同学们可以自己推导.

匀变速转动公式为

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \tag{1-8}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{1-9}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \tag{1-10}$$

例题 1-1

一飞轮半径为 0.2 m,转速为 180 r · min^{-1},在制动力的作用下均匀减速,经 30 s 停止转动. 试求:(1)角加速度和在此时间内飞轮所转的圈数;(2)制动开始后 $t=5$ s 时飞轮的角速度;(3)$t=5$ s 时飞轮边缘上一点的线速度、切向加速度和法向加速度.

解 (1) 由已知 $\omega_0 = 180\ \mathrm{r \cdot min^{-1}} = 6\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$，$t = 30$ s时，$\omega = 0$. 由式(1-8)得

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 6\pi}{30}\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}} = -\frac{\pi}{5}\ \mathrm{rad \cdot s^{-2}}$$

30 s 内飞轮转过的角度为

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} = \frac{0^2 - (6\pi)^2}{2\times(-\pi/5)} = 90\pi\ \mathrm{rad}$$

所以飞轮所转圈数为

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{90\pi}{2\pi} = 45\mathrm{r}$$

(2) 由式(1-8)，飞轮在 5 s 时的角速度为

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 6\pi + \left(-\frac{\pi}{5}\right)\times 5 = 5\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$
$$= 5.7\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

(3) $t = 5$ s 时，飞轮边缘上一点的线速度大小为

$$v = r\omega = 0.2\times 5\pi\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 3.14\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

该点的切向和法向加速度分别为

$$a_t = r\alpha = 0.2\times\left(-\frac{\pi}{5}\right)\mathrm{m \cdot s^{-2}} = -0.1256\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$
$$a_n = r\omega^2 = 0.2\times(5\pi)^2\mathrm{m \cdot s^{-2}} = 49.298\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

1.2.2 刚体的定轴转动定律

1. 力矩

在外力作用下，对于有固定轴的刚体(如门窗等)来说，是否转动，转动的快慢，不仅与力的大小有关，而且还与力的作用点的位置和力的方向有关. 比如，用同样方向和大小的力推门，当作用点靠近门轴时，不容易把门推开；当作用点远离门轴时，就容易推开门. 力的大小、方向和作用点位置这三个因素组成了力矩这一物理量，它是改变刚体转动状态的原因.

如图 1-5 所示，设刚体绕通过 O 点且垂直于该平面的轴 Oz 旋转，刚体上 P 点在过 O 点的转动平面内，作用在 P 点上的力 $\boldsymbol{F}$ 亦在该平面内. 从 O 点到力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线的垂直距离 d 称为力对转轴的力臂；力的大小 F 与力臂 d 的乘积称为力 $\boldsymbol{F}$ 对转轴的力矩，用 M 表示，即

$$M = Fd = Fr\sin\theta \tag{1-11}$$

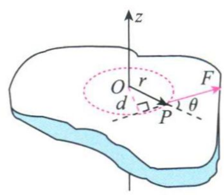

图 1-5 力矩

力矩是矢量，不仅有大小而且有方向. 由矢量的矢积定义可知，力矩 $\boldsymbol{M}$ 可由径矢 $\boldsymbol{r}$ 和力 $\boldsymbol{F}$ 的矢积来表示，即

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F} \tag{1-12}$$

$\boldsymbol{M}$ 的方向由右手法则来确定：把右手拇指伸直，其余四指弯曲，弯曲的方向是由径矢 $\boldsymbol{r}$ 通过小于 180°的角 θ 转向力 $\boldsymbol{F}$ 的方向，这时拇指所指的方向就是力矩的方向. 定轴转动中，力矩方向也可用正负来确定，如图 1-6 所示. 力矩的单位是牛顿米，符号为N · m.

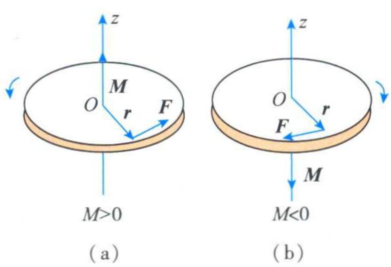

图 1-6 定轴转动，力矩方向

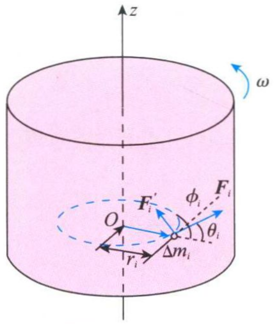

图 1-7 转动定律

2. 刚体的定轴转动定律

如图 1-7 所示,设刚体绕定轴 Oz 转动的角速度和角加速度分别为 ω 和 α,在刚体上任取一质元,其质量为 Δm_i,质元到转轴的距离为 r_i,质元所受的合外力在转动平面内的分力为 $\boldsymbol{F}_i$,质元所受刚体内其他质元的合内力在转动平面内的分力为 $\boldsymbol{F}_i'$. 可以证明质元 Δm_i 所受的外力在垂直转动平面方向上的分力对定轴的力矩为零,所以只考虑转动平面内的分力. 根据牛顿第二定律,质元的运动方程为

$$\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{F}_i' = \Delta m \boldsymbol{a}_i \tag{1-13}$$

式中,$\boldsymbol{a}_i$ 是质元的加速度. 质元绕轴做圆周运动,沿切线方向的方程为

$$F_i \sin\theta_i + F_i' \sin\phi_i = \Delta m_i a_{it} = \Delta m_i r_i \alpha \tag{1-14}$$

上式两边乘以 r_i,可以得到

$$F_i r_i \sin\theta_i + F_i' r_i \sin\phi_i = \Delta m_i r_i^2 \alpha \tag{1-15}$$

式中,$F_i r_i \sin\theta_i$ 是质元 Δm_i 所受合外力 $\boldsymbol{F}_i$ 对转轴的力矩;$F_i' r_i \sin\phi_i$ 是质元 Δm_i 所受合内力 $\boldsymbol{F}_i'$对转轴的力矩.

由于质元所受的力沿法线方向分量的力矩为零,所以不考虑.

对构成刚体的全部质元可列出上述相应的方程,将所有方程相加,即有

$$\sum_i F_i r_i \sin\theta_i + \sum_i F_i' r_i \sin\phi_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \alpha \tag{1-16}$$

式中,$\sum\limits_i F_i r_i \sin\theta_i$ 是作用在刚体上所有质元上的外力对转轴力矩的代数和,即刚体所受的合外力矩,用 M 表示;$\sum\limits_i F_i' r_i \sin\phi_i$ 是整个刚体所受的内力对转轴力矩的代数和,因为内力总是成对出现,且等值反向,每对内力矩的代数和均为零,即 $\sum\limits_i F_i' r_i \sin\phi_i = 0$. 于是上式变为

$$M = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \alpha = \left(\sum_i \Delta m_i r_i^2 \right) \alpha \tag{1-17}$$

式中,$\sum\limits_i \Delta m_i r_i^2$ 是由刚体本身性质决定的物理量,我们将其定义为刚体对定轴的转动惯量,单位是 $\mathrm{kg \cdot m^2}$,用 J 表示,即

$$J = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \tag{1-18}$$

因此,式(1-17)写成

$$M = J\alpha = J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{1-19}$$

上式表明,对于定轴转动,刚体在总外力矩 M 的作用下所获得的角加速度 α 与总外力矩的大小成正比,并与转动惯量成反比. 这就是刚体的定轴转动定律,写成矢量式为

$$\boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha} = J \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t} \tag{1-20}$$

例题 1-2

电动机带动一个转动惯量为 $J=60\ \mathrm{kg\cdot m^2}$ 的刚体系统作定轴转动. 在 0.5 s 内,由静止开始转动,最后达到 $180\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}$ 的转速. 假定在这一过程中转速是均匀增加的,求电动机对转动系统施加的力矩.

解 已知 $\omega_0=0$, $t=0.5$ s, 又 $n=180\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}=3\ \mathrm{r\cdot s^{-1}}$,则 $\omega_t=2\pi n=6\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$,对匀角加速度转动,有

$$\omega_t=\omega_0+\alpha t$$

得

$$\alpha=\frac{\omega_t-\omega_0}{t}=12\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$$

由转动定律可知

$$M=J\alpha=2.26\times10^3\ \mathrm{N\cdot m}$$

3. 转动惯量

按转动惯量的定义有

$$J=\sum_i \Delta m_i r_i^2$$

即刚体对转轴的转动惯量等于刚体上各质点的质量与各质点到转轴的距离平方的乘积之和.

对于质量连续分布的刚体,上式可写成积分形式

$$J=\int_m r^2\mathrm{d}m=\int_V r^2\rho\mathrm{d}V \tag{1-21}$$

式中,ρ 为刚体的密度,V 为刚体的体积.

转动惯量是刚体转动惯性大小的量度. 从转动定律可以看出,当刚体所受的合外力矩一定时,转动惯量越大,则其角速度就越小;反之,转动惯量越小,角加速度就越大.

例题 1-3

如图 1-8 所示,在不计质量的细杆组成的正三角形的顶角上,各固定一个质量为 m 的钢球,三角形边长为 l. 求:

(1) 系统对过质心且与三角形平面垂直轴 C 的转动惯量;

(2) 系统对过正三角形顶点且平行于轴 C 的转动惯量;

解 (1) 由式(1-18)可得系统对于过质心且与三角形平面垂直轴 C 的转动惯量为

$$J=m\left(\frac{l}{\sqrt3}\right)^2+m\left(\frac{l}{\sqrt3}\right)^2+m\left(\frac{l}{\sqrt3}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3}Ml^2\quad(M=3m)$$

(2) 系统对于过正三角形顶点,且平行于轴 C 的转动惯量为

$$J'=ml^2+ml^2=\frac{2}{3}Ml^2$$

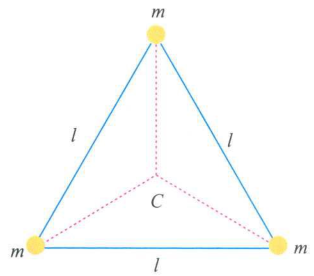

图 1-8　例题 1-3

从本题中可以看出,转动惯量与质量、质量分布及转轴的位置有关.

平行轴定理:对平行于质心轴的转动惯量=对质心轴转动惯量+刚体质量×该轴与质心轴的距离平方. 如例题中

$$J' = \frac{2}{3}Ml^2 = \frac{1}{3}Ml^2 + \frac{1}{3}Ml^2 = J + M\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right)^2$$

例题 1-4

如图 1-9 所示,有一质量为 m,长为 l 的均匀细杆. 试求以下为转轴时的转动惯量:

(1)过质心 C 点且与杆垂直的轴的转动惯量;

(2)过杆一端且平行于(1)中转轴的转动惯量.

解　(1)以质心为坐标原点,建如图所示坐标,取长为 $\mathrm{d}x$ 的质元,质元质量为

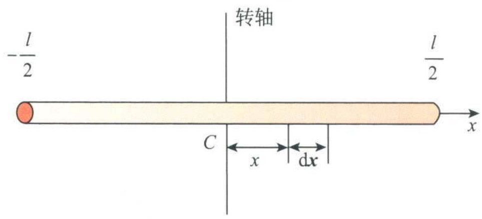

图 1-9　例题 1-4

$$\mathrm{d}m = \frac{m}{l}\mathrm{d}x$$

由式(1-21)可得

$$J_C = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \mathrm{d}m = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \frac{m}{l}\mathrm{d}x = \frac{m}{l}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{12}ml^2$$

(2)由平行轴定理得

$$J' = J_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

图 1-10 中给出了一些常见刚体的转动惯量.

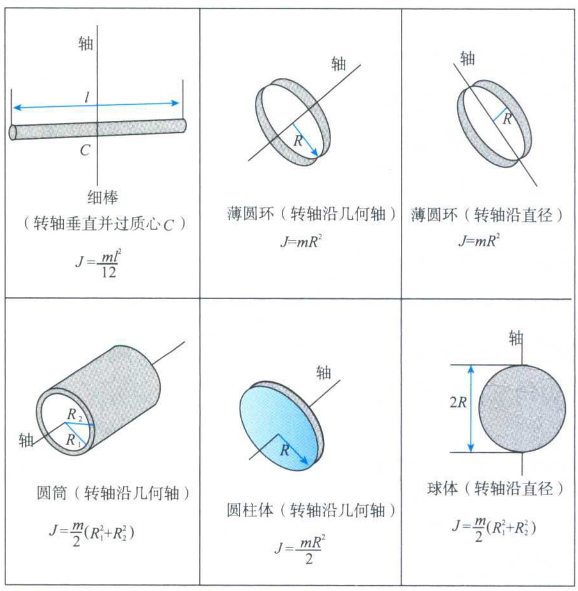

图 1-10　几种刚体的转动惯量

1.2.3 刚体定轴转动的动能定理

1. 力矩做功

对于质点,在外力作用下发生位移时,我们说力对质点做了功. 刚体在外力矩的作用下转动而发生角位移,我们就说力矩对刚体做了功.

对于刚体,因各质元间的相对位置不变,所以内力不做功,只需考虑外