CRC Press
Taylor & Francis Group

INTRODUCTION TO FINITE AND SPECTRAL ELEMENT METHODS USING MATLAB

MATLAB 有限元与谱元法导论

C.Pozrikidis 著 李南生 译

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

INTRODUCTION TO FINITE AND SPECTRAL ELEMENT METHODS USING MATLAB

MATLAB有限元与谱元法导论

C.Pozrikidis 著 李南生 译

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

Introduction to Finite and Spectral Element Methods Using MATLAB.
All Rights Reserved.
Authorized translation from English language edition published by CRC Press, an imprint of Taylor & Francis Group LLC.
本书原版由 Taylor & Francis 出版集团旗下 CRC 出版公司出版并经其授权翻译出版，版权所有，侵权必究.
Tongji University Press is authorized to publish and distribute exclusively the Chinese (simplified Characters) language edition. This edition is authorized for sale throughout Mainland of China. No Part of the publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.
本书中文简体翻译版授权同济大学出版社独家出版并限在中国大陆地区销售，未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或发行本书的任何部分.

Copies of this book sold without a Taylor & Francis sticker on the cover are unauthorized and illegal.
本书封面贴有 Taylor & Francis 公司防伪标签，无标签者不得销售.

图字 09-2015-832

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 有限元与谱元法导论 / (美)康斯坦丁・珀里奇蒂斯(C. Pozrikidis)著；李南生译. — 上海：同济大学出版社，2017.8

书名原文：Introduction to Finite and Spectral Element Methods Using MATLAB

ISBN 978-7-5608-6783-0

Ⅰ.①M… Ⅱ.①康…②李… Ⅲ.①有限元分析—应用软件 Ⅳ.①O241.82-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 040923 号

MATLAB 有限元与谱元法导论

C. Pozrikidis **著** 李南生 **译**

责任编辑 张 莉 **责任校对** 徐春莲 **封面设计** 潘向蓁

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 江苏凤凰数码印务有限公司
开 本 787 mm×1 092 mm 1/16
印 张 36.5
字 数 911 000
版 次 2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-6783-0

定 价 180.00 元

本书若有印装质量问题，请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

作者简介

C. Pozrikidis(康斯坦丁·珀里奇蒂斯) 马萨诸塞大学安姆斯特分校教授,主要研究方向涉及流体力学、计算流体力学、应用数学、科学计算、生物力学、生物流体力学、血液流动、计算材料学及教育软件等。

译者简介

李南生 1960 年出生于江西省南昌市,祖籍湖南。1997 年毕业于大连理工大学计算力学专业,获工学博士学位。1997—1999 年在大连理工大学土木水利学院抗震研究室从事博士后研究。现为同济大学土木工程学院水利工程系教授、博士生导师,承担多门本科生和研究生课程的教学工作。研究方向主要包括:数值计算理论与方法、水工结构安全性分析和多场耦合输运问题等。近年来,在国内外学术期刊发表论文 40 余篇,主持 1 项国家自然科学基金面上项目。在冲击接触、有横缝拱坝动力接触和多场耦合输运等问题的数值计算方面取得了诸多前沿性成果。

前　言

有限元法因其具有坚实的理论基础和极佳的几何适应性，目前已成为微分方程空间离散化和计算的首要方法. 而且，国内外开发了大量研究性和商业性的有限元软件和程序，这些软件大多具有操作便捷、界面友好的有限元法前后处理模块，极大地方便了用户使用，也推动了有限元法在工程中的广泛应用. 谱元法是基于谱方法的一种高精度计算和空间离散化方法. 谱方法是以正交多项式为基函数对微分方程进行渐近计算的一种数值方法（特殊情况下还能求得精确解），根据选用的正交基函数不同，谱方法一般有 Fourier，Chebyshev 和 Legendre 方法等. 谱方法的特点可归结为：对光滑函数具有指数阶逼近的谱精度、以较少的网格结点获得很高的精度、无相位误差、谱解析性和全域性. 谱元法将有限元法和谱方法相结合，也将解域离散成有限单元，在每个单元内选取以正交多项式表示的基函数，提高多项式表示的解的收敛速度，其基本运算步骤是：①将计算区域分成许多子域（单元）；②在每个子域中把近似解表示成截断的正交多项式展开；③用 Galerkin 方法求解正交问题的变分格式，得到整体系统的近似解. 从实现过程上看，谱元法基函数的采用方式似乎与有限元 p 方法类似，但二者在基函数选取和单元结点配置方面迥异. MATLAB 是一种高效的数值计算平台，能使用户从繁杂的数学运算分析中解脱出来，易于学习和掌握，它也为用户提供了大量方便实用的处理工具. 尽管谱元法相较于有限元法有很多的优势，但现在在科学和工程界中实际采用却不多，主要原因可能是：①缺乏谱单元网格结点生成和计算结果显示软件，严重限制谱元法的推广使用；②应用谱元法计算极不均匀材料问题时，还有一些问题需要解决.

有限元法发展至今已有近七十年历史，在这不到一个世纪的发展过程中国际上出版了难以计数的有限元法专著，其中除了一些经典的鸿篇巨制之外，也不乏很有专业特色的论著. 美国马萨诸塞大学 C. Pozrikidis 教授著述的 *Introduction to Finite and Spectral Element Methods Using MATLAB* 就是一部这个专业领域很具新颖性的学术专著. 本书将有限元法和谱元法自然顺畅地结合起来，把二者的相互关系和特点阐述得十分清晰明了，并应用 MATLAB 语言编写全部有限元与谱元法计算模块. 本书内容完整全面，基本理论叙述明确详尽，各个知识点相互衔接，并附有与正文相应的大量问题，有助于读者回顾和思考. 尤其是采用将关联紧密的两种空间离散化方法——有限元法和谱元法结合起来进行阐述的编著方式，更是独具匠心，是难得一见的一部优秀学术著作. 而且，目前系统阐述谱元法理论和应用的学术专著阙如，随着国内科技界对微分方程计算精度要求的提高，在学术和工程应用上都迫切需要有一部全面系统介绍这方面知识的书籍，因此我们翻译了这部著作，以飨对谱元法感兴趣的国内读者.

本书对有限元法和谱元法进行了全面系统、深入浅出的阐述，并对在一般课题的对流-扩散和力学中的应用作了详细介绍. 全书分 8 章和附录，第 1 章阐述有限元法在一维问题应用中涉及的计算模型和算法，建立了有限元法计算的基本框架；第 2 章是对第 1 章内容的深化和扩展，介绍非稳态问题有限元方程的时程积分法和有限元法在梁弯曲、屈曲中的应用；第 3 章叙

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

述一维问题中谱元法的基本理论和方法，引入正交多项式和谱插值概念，介绍 Lagrange，Chebyshev 和 Legendre 等几种常用正交多项式的插值结点配置方法和相应的数值运算；第 4 章和第 5 章将前面几章介绍的有限元法和谱元法向二维问题扩展；第 6 章讨论有限元法和谱元法在固体力学中的应用；第 7 章介绍黏性流体流动问题的有限元法处理过程；第 8 章讨论了三维问题中谱元法的应用，这章是对第 3，5 章中谱元法的拓展和推广，全面阐述了谱元法的一般原理和方法. 尤其值得一提的是，本书附录将书中使用到的基础数学知识进行了汇总和概括，方便读者检索查阅.

由于原著以多数读者较为熟悉的对流-扩散问题作为模式问题，本着以介绍有限元与谱元法的基本理论和一般方法为目的，并不局限于只针对某一特定学科领域的微分方程空间数值离散化方法，所以本书适合于所有涉及微分方程问题求解的读者. 本书内容编排方式既适合初学者自学，又可以用作相关专业的大学生和研究生的教学参考用书.

本书译稿是在译者多年从事有限元法教学工作，以原著作为教学参考用书的基础上，经历两次翻译多次修改最后成稿. 几年前我们曾翻译了英文原著的第一版，正准备出版时，该书的第二版已面世，新版英文原著无论是组织结构还是内容都较第一版有很大变动，于是又重新开始本书第二版的翻译. 本书的翻译对译者的教学、科研工作也起到了很大的提升作用，在整个翻译过程中不断领略到本书的独特视角和新颖方法，收获颇大. 在第一版书籍的翻译中，不少研究生在其中做了大量工作. 形成第二版翻译初稿时，汪大伟硕士、翁国庆硕士做了部分前期工作. 感谢曾经选修“有限元法”课程的几届大学生和研究生，正是由于他们对该课程的学习热情，触发和坚定了本人翻译此书的想法. 感谢同济大学出版社熊磊丽编辑、张莉编辑在出版过程中给予的耐心协助和大力支持. 同时感谢钱清云、齐宣博、周楚佳、任智博等研究生在译稿最后校对时付出的辛勤劳动.

本译文出版获得国家自然科学基金项目(项目号 51179129)的经费资助.

2011 年我们就已着手原著第一版的翻译，2014 年又重新开始第二版的翻译，虽然历经数年，但囿于译者知识水平和能力所限，尽管作了极大努力以避免出现大的错误，但难免存在不准确或错漏之处，敬请广大同行和师生不吝指教. 由于原著是一部很有特色、优秀的专业著作，我相信广大读者和专家从中定会有所收获.

李南生

2017 年 2 月 16 日于上海

原著前言

现有 5 种常见的数值方法可用于解决各种科学和工程分支中遇到的常微分和偏微分方程问题,这 5 种数值方法分别是有限差分法、有限体积法、有限元法、边界单元法,以及谱方法和拟谱方法.这些数值方法之间的关系和相对优点将在第 1 章之前的"常见问题"中简要予以讨论.

有限元法的一个突出优点,以及它在学术界和工程技术人员中流行的主要原因是它能够处理任意几何形状的解域,另一个吸引人的特点是能够提供线性和非线性微分方程问题的求解方法.此外,有限元法具有基本上不需要特定方案和先验的数值逼近方法的坚实理论基础,从而激发使用者对有限元解的物理相关性的信心.

检索最近出版的 200 多种书籍,其中都涉及有限元法方面的内容,这些书籍大都专门介绍有限元法在某个特定学科的应用,例如热传导、计算流体动力学(CFD)、结构力学和弹性应力分析等.其他书籍是从应用数学家或数值分析员的角度撰写的,重点研究收敛性、误差分析和数值精度.许多优秀的著作适合于第二类读者,而其他书籍在解释基本原理方面做得非常出色,但在描述非基础性问题的算法开发和数值实现方面稍显不足.在计算科学和工程中,细节才是关键.

本书的目的是为快速学习有限元法及其对应的谱元法理论和具体实现方法提供基础教程.本书是按照内容相互独立的教程形式撰写的,重点介绍必须了解的基本知识,并强调算法推演和其计算机实现过程.对本书感兴趣的读者是理工科的大学生、实践科学家和工程师、计算领域工作人员、应用数学家和科学计算爱好者.

为了与本书作为一个概述性论著和有限元法(谱元法)的一个实用指南的预期目标相一致,书中完全忽略误差分析和收敛性研究,只对有限元与谱元法的基本实现和计算流程作了充分讨论.为了补充主题索引,在附录 F 中简要列出如 Lagrange 描述、自由边界问题、无限域和不连续 Galerkin 方法这些专题.

本书编写成适合于自学的形式,也用作科学和工程课程的教科书.由于很多学科的科学家和工程师大都熟悉控制方程为对流-扩散方程的热质传输问题,所以本书大部分内容以此问题作为范例进行介绍.当建立起数值计算的基本概念并且开发出相应的算法后,固体力学、流体力学和结构力学问题可以参照已建立的数值实现方法进行计算.

FSELIB

在学习有限元法或其他数值方法时,不要过分夸大实际编程操作的重要性.基于这样的考虑,本书附有用户自定义的 MATLAB 函数和完整有限元法(谱元法)程序(函数)库,这些程序(函数)包含在软件库 FSELIB 中.

本书中几乎列出了所有的 FSELIB 函数和程序,一些备查表格、辅助的图形函数和稍微修改的代码以缩略形式列出,或者为了节省篇幅有些代码在书中被省略.在本书目录后用表格形式列出主要的 FSELIB 代码.

本书读者可以根据 GNU 公共许可证的条件从下面网站免费下载和使用 FSELIB 库：

http://dehesa.freeshell.org/FSELIB

出于教学的目的，并减少学习如何运行代码所需的时间，FSELIB 库几乎没有用到包含数据结构的.dat 文件. 所有必要的参数都在主程序中定义，并且对于特定的几何体按照网格细化层级要求，自动进行解域的有限元网格三角剖分. 以本书作为用户指南，读者将能够在普通计算机上立即运行 FSELIB 库中的程序(或函数)，并以图形方式显示各种基本的和高级问题的计算结果.

MATLAB

本书之所以选择 MATLAB 作为计算环境，主要是因为其具有将数值计算和计算机图形显示集成在一起的能力，并且还因为大学生和专业人员普遍使用这种语言平台. 为了方便起见，将简要的 MATLAB 基础命令概括在附录 G 中. 将 MATLAB 代码翻译为另一种计算机语言既简单又值得尝试. 为了说明清楚和翻译方便，MATLAB 内嵌函数中的隐藏操作在 FSELIB 代码中尽可能地被有意回避. 因此，两个向量相加是逐个分量显式相加，而不是应用符号运算隐式地进行向量相加. 类似地，即使可能使代码更长，通常都采用对矩阵行、列指标进行双循环来初始化矩阵和对矩阵元素进行运算.

本书第二版

第二版新增了若干新课题和原始材料，因而显著地扩展了第一版内容. 在新版中对一些问题进行了澄清和解释，对一些公式作了详细的证明和推导，提供新的示意图和图表，并且在书中许多地方增加了一些已有解答的问题. 为了适应新内容，相较于第一版第二版新增了一章篇幅.

本书第二版中讨论的计算机程序指的是 FSELIB 的第二版本程序，它包含改进的和新的计算机函数，以及全部有限元和谱元法程序(函数). 最重要的是，第二版 FSELIB 中提供了三维解域离散化模块的完整有限元程序.

在如下网站可以找到更多资料，如关于精选的有限元法资料链接以及 FSELIB 库的更新信息等：

http://dehesa.freeshell.org/FSEM2

殷切欢迎读者的批评和指正，并将通过本书网站在适当时机与读者交流意见.

C. Pozrikidis

FSELIB 软件库

本书附随的 FSELIB 软件库中包含计算程序、各式各样的用户自定义函数、用 MATLAB 语言编写的完整的有限元与谱元法程序，以及进行解域离散、方程组装配和求解、计算结果的可视化显示的程序模块. 上述函数和程序的部分代码在本书章节和附录的对应目录（文件夹）中给出. 本书读者可以从以下网站免费下载 FSELIB 软件库中代码：

http://dehesa.freeshell.org/FSELIB

在第 1—8 章和附录中的一维到三维问题的全部 FSELIB 有限元与谱元法函数和程序代码如下表所示. 每个目录（文件夹）包含一个名为 Readme 的文本文件，其中列出了该目录下的全部内容.

FSELIB 软件驻留在公共域中，应严格按照下面引用的 GNU 互联网页面所述的 GNU 通用公共许可证（GNU General Public License）的条款使用.

FSELIB 库为免费的开放代码库；您可以根据自由软件基金会（The Free Software Foundation）发布的当前 GNU 通用公共许可证第 3 版 Gplv3 的条款重新分发和/或修改它. 自由软件基金会网站：

http://www.gnu.org/copyleft/gpl.html

我们公开 FSELIB 库是希望这个库对大家确有帮助，但并不担保它没有任何问题，甚至没有适销性和适合特定目的的暗示性保证. 详情请参阅 GNU 通用公共许可证的条款声明.

第 1 章　一维问题有限元法

目录：01_1D

代码	问题	单元类型
hlml	Helmhotz 方程	线性单元
sdl	稳态扩散	线性单元
sdl_robin	稳态扩散	线性单元
sdq_beta	稳态扩散	具有任意内部结点的二阶单元
sdq_cnd	结点凝聚的稳态扩散	二阶单元
sdq	稳态扩散	具有内部中间结点的二阶单元
sdq_modal	稳态扩散	二阶模态单元

第 2 章　一维问题有限元法的进一步应用

目录:02_1D

代码	问题	单元类型
beam	悬臂梁弯曲	Hermit 单元
buckle_tree	竖直柱的屈曲	Hermit 单元
udl	非稳态扩散	线性单元
scdl	稳态对流-扩散	线性单元

第 3 章　一维问题中的高阶有限元法和谱元法

目录:03_1D

代码	问题	单元类型
hlms_lob	Helmhotz 方程	Lobatto 谱
sds_any	稳态扩散	任意结点
sds_lob_cnd	结点凝聚的稳态扩散	Lobatto 谱
sds_lob	稳态扩散	Lobatto 谱
sds_modal	稳态扩散	模态展开
uds_lob_cn	采用 Crank-Nicolson 法的非稳态扩散	谱单元
uds_lob_fe	采用 Euler 前差分法的非稳态扩散	谱单元

第 4 章　二维问题有限元法

目录:04_2D

代码	问题	单元类型
hlm3_n	具有 Neumann 边界条件的碟状样域上的 Helmhotz 方程	三结点三角形单元(简记为 TNT 单元)
lapl3_d	具有 Dirichlet 边界条件的碟状样域上的 Laplace 方程	TNT 单元
lapl3_dn	具有 Dirichlet 和 Neumann 边界条件的碟状样域上的 Laplace 方程	TNT 单元
lapl3_eig	碟状样域上 Laplace 算子的特征值	TNT 单元
lapl3_dn_sqr	具有 Dirichlet 和 Neumann 边界条件的方形域上的 Laplace 方程	TNT 单元
scd3_d	具有 Neumann 边界条件的碟状样域上的稳态对流-扩散	TNT 单元

第 5 章　二维问题中的二阶单元和谱单元

目录:05_2D

代码	问题	单元类型
lapl6_d_L	具有 Dirichlet 边界条件的 L 形域上的 Laplace 方程	6 结点三角形单元 (简记为 6 - NT 单元)
lapl6_d	具有 Dirichlet 边界条件的 碟状样域上的 Laplace 方程	6 - NT 单元
lapl6_d_rc	具有 Dirichlet 边界条件的 有圆孔矩形域上的 Laplace 方程	6 - NT 单元
lapl6_d_sc	具有 Dirichlet 边界条件的 有圆孔方形域上的 Laplace 方程	6 - NT 单元
lapl6_d_ss	具有 Dirichlet 边界条件的 有方孔方形域上的 Laplace 方程	6 - NT 单元
lapl6_eig	Laplace 算子的特征值	6 - NT 单元
scd6_d_rc	具有 Neumann 边界条件的 有圆孔矩形域上的稳态对流-扩散	6 - NT 单元

第 6 章　有限元法在力学中的应用

目录:06_MECH

代码	问题	单元类型
bend_HCT	固支板弯曲的双调和方程	HCT 三角形单元
buckle_HCT	固支板屈曲的双调和方程	HCT 三角形单元
psa6	矩形域(可以有圆孔)上的 平面应力分析	6 - NT 单元
psaM	均匀体力作用下膜面平面应力分析	6 - NT 单元

第 7 章　粘滞流

目录:07_FLUIDS

代码	问题	单元类型
cvt6	矩形空腔内的 Stokes 流	6 - NT 单元

第 8 章　三维空间中的有限元与谱元法

目录:08_3D

代码	问题	单元类型
laplt10_d	Laplace 方程	10 结点四面体单元 (简记为 10 - NQ 单元)
laplt10_eig	Laplace 算子的特征值	10 - NQ 单元
laplt4_d	Laplace 方程	4 结点四面体单元 (简记为 4 - NQ 单元)
laplt4_eig	Laplace 算子的特征值	4 - NQ 单元

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

附录 C 线性方程组求解

目录:AC_LIN

代码	问题
gel	Gauss 消去法求解线性方程组
cg	共轭梯度法求解对称系数矩阵的方程组

常见问题

有限元法中蕴藏的基本思想及其与其他数值方法之间的关系能够很好地解释一些常见的问题.

- **什么是有限元法(FEM)?**

有限元法是数学物理和工程各个分支学科中遇到的常微分(ODEs)和偏微分方程(PDEs)问题的一种空间离散和数值计算的一般方法,它可用于如 Laplace 方程、Poisson 方程、Helmholtz 方程、对流-扩散方程、有势流和粘滞流、静电场和电磁场方程、电动力学方程等的数值计算之中.

- **有限元法是什么时候建立的?**

有限元法是上世纪 50 年代中期为了解决线弹性应力分析问题而发展起来的.在随后几年当中,有限元法逐渐被推广到适用于解决广泛的微分方程问题,其应用范围从流体力学、结构动力学到静电问题.

- **什么是 Galerkin 有限元法(GFEM)?**

GFEM 是实现 FEM 的特定的和最通用方法,GFEM 实现过程中采用被称为 Galerkin 变分法推导出基本控制微分方程的相应 FEM 代数方程组.本书中将广泛和全面地讨论 GFEM 法.

- **有限元法的优点有哪些?**

FEM 在实际应用中的最大优点是它具有处理任意几何解域的能力,即极佳的几何适应性;另一个重要的优点是,它采用理论上可靠并且不需要先验的数值逼近方法就可以将控制微分方程变换成代数方程组;此外,有限元法建立在严格的理论基础之上.具体来说,对于某一类微分方程,可以证明有限元法等价于适定泛函的最小化问题.

- **术语"有限元"源于何处?**

在有限元法中解域被离散成称为"有限元"的基本单元,在二维域情况下,有限元可以是三角形或四边形.有限元离散化通常是非结构化的,也就是说添加或移除新单元并不影响现有单元的结构,并且不需要对整体单元或结点重新编号.

- **有限元法是否对微分方程的类型有限制? 也就是,有限元是否存在不能处理的微分方程?**

原则上,答案是否定的.有限元法处理对流-扩散问题时,它最适合于处理扩散为主的问题,但由于其在处理(如高速流时)以对流为主问题时存在的缺陷而受到批评.然而,可以对有限元法的基本过程进行修改以克服不足,并改进有限元法的性能.

- **FEM 与有限差分法(FDM)相比如何?**

有限差分中引入网格,在网格结点处应用微分方程,并且用差分近似表示导数以获得代数方程组.因为一些网格结点必须位于指定了边界条件的边界上,所以有限差分法局限于具有简单几何形状解域问题,或者需要使用繁琐的边界坐标拟合和虚拟体力来涂抹边界位置.

• **FEM 法与有限体积法(FVM)相比如何?**

在有限体积法中,解域也被离散成称为有限体积的基本单元,然后将微分方程在每个有限体积上积分,并且应用散度定理导出平衡方程.数值实现中,在每个有限体积的顶点、面上或中心处定义解值,并且通过对所有相邻值进行平均来计算未定义的值.虽然有限体积法也能够处理具有任意几何复杂性的解域,但是特需的平均计算是一个很严重的缺陷.

• **FEM 法与边界元法(BEM)相比如何?**

BEM 法只需要对解域边界进行离散化(见 Pozrikidis [48]).与之相反,有限元法必须离散整个解域,包括边界.三维情况下 BEM 法采用面积分,而 FEM 法进行体积分,从这点上看边界元法优于有限元法.然而,BEM 法主要适用于具有常系数的线性微分方程问题,对此观点尽管有不同的意见,但是对于更一般的微分方程,BEM 法的实现过程显得既繁琐且对计算又有很高的要求,需要计算奇异和超奇异积分是 BEM 法的另一个弱点.

• **FEM 法与谱方法和拟谱法相比如何?**

在一类谱方法和拟谱方法中,用一组正交基函数对待求解进行展开,将展开式代入到控制微分方程中,然后通过积分或配点法求展开式系数.这类方法适合于解域构形简单的问题.

• **在一个人能够理解 FEM 法的理论基础之前,应该知道什么?**

本书中采用独立的、自包含的方式介绍有限元的基础概念.要求本书读者具备大学一年级的微积分、数值方法知识,以及对计算机编程有基本的了解.

• **在一个人能够编写 FEM 法程序之前,应该知道什么?**

进行 FEM 编程的基本要求是具备常用的数值理论知识,包括数值线性代数、函数插值和函数积分理论.本书及附录中讨论和概述了所有必要的知识点.熟悉一种计算机编程语言是另一个必要的先决条件.

• **什么是谱元法?**

谱元法是有限元法的高级实现方式,谱元法中每个单元上的解是用精心选择的谱结点处的未知值表示的.谱元法的优点是在各种条件下只需采用很少数量的单元就可以实现算法的稳定,且能达到很高的计算精度.

• **如何跟上有限元法和谱元法的发展?**

几个网站提供了关于有限元法和谱元法的各个方面的当前信息,本书前言中提供的网站给出它们的链接.

目　录

试读结束：需要全本请在线购买：　www.ertongbook.com