普通高等教育"十二五"规划教材

线性代数

XIANXING DAISHU

向 文 黄友霞 金红伟 主编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

线性代数

向　文　黄友霞　金红伟　主编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本书从简单的矩阵讲起，介绍了行列式、线性方程组、相似矩阵以及二次型，建立起“以矩阵为主要工具，以线性方程组为主线，以初等变换为主要方法”的体系结构。全书共 5 章：矩阵及其基本运算、矩阵的初等变换及运算、线性方程组及向量的线性相关性、相似矩阵、二次型，并在每章附有应用实例，培养学生运用所学知识解决实际问题的能力，达到应用型人才培养的目的。

图书在版编目（CIP）数据

线性代数 / 向文，黄友霞，金红伟主编. -- 北京：北京邮电大学出版社，2016.5（2017.7 重印）
ISBN 978-7-5635-4740-1

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①向… ②黄… ③金… Ⅲ. ①线性代数 Ⅳ. ①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 076431 号

书　　名：线性代数
著作责任者：向　文　黄友霞　金红伟　主编
责 任 编 辑：王丹丹　刘　佳
出 版 发 行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号（邮编：100876）
发　行　部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本：787 mm×960 mm　1/16
印　　张：9.5
字　　数：204 千字
版　　次：2016 年 5 月第 1 版　　2017 年 7 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5635-4740-1　　　　定　价：20.00 元

前　言

随着科学技术的发展和计算机的广泛应用，线性代数的作用越来越重要，它和高等数学、概率论与数理统计成为高等院校培养应用型人才的三门重要的数学基础课。

这门课大多在大一时开设，且大多数教材以行列式开头，但是行列式既难懂又不直观，其定义的引入也往往缺乏动因。学生学起来晦涩难懂，教师也容易在行列式烦琐的计算上消耗很多学时，从而导致线性代数的教学有种头重脚轻的感觉。这本书抛弃了这种传统的做法，遵循大一学生的认知规律，首先从简单的矩阵讲起，进而介绍行列式、线性方程组、相似矩阵以及二次型，建立起“以矩阵为主要工具，以线性方程组为主线，以初等变换为主要方法”的体系结构。

线性代数学完后，不少学生的印象就停留在不停地计算上，不知道在实际中到底如何用，不符合高等院校应用型人才培养的目标。本书在编写时便致力于搭建理论与实践的桥梁，在每章都附有应用举例，能激发学生的积极性，培养学生运用所学知识解决实际问题的能力。

本书结构新颖，内容丰富，阐述深入浅出，有大量实际应用问题。适合作为高等院校理工经管类本科各专业线性代数教材，也可作为自学者选用或者作为电大、函授类理工经管本科各专业使用。全书前 4 章约需 32 学时，第 5 章约需 6 学时。

本书第 1、2 章由黄友霞老师编写，第 3、4 章由向文老师编写，第 5 章由金红伟老师负责编写。首先衷心感谢教研室同事以及北京邮电大学出版社老师提供的帮助与给出的合理化建议。同时在编写过程中，参考了大量的国内外相关教材和资料，并选用了其中部分例题和习题，谨向相关作者、编者表示感谢。由于编者水平有限，加之时间比较仓促，书中难免有不妥之处，敬请广大专家、同行和读者批评指正，以便在今后的教学实践中不断完善和提高。

该著作出版受北京市教委青年英才项目资助。项目编号：YETP1953。

目　录

第 1 章　矩阵及其基本运算

矩阵是数学中的一个重要概念,也是线性代数的一个主要研究对象之一.作为一种数学工具,它在工程技术和经济管理等方面有着广泛的应用.本章将从大家熟悉的二、三元线性方程组出发,引出矩阵的概念,然后介绍矩阵的一些运算,在 1.5 节将给出与这些运算相关的应用实例.

1.1　线性方程组与矩阵

1.1.1　线性方程组及高斯消元法

方程思想是数学中一种最基本、最常用的思想,通过列方程或者方程组可以解决大量的实际问题.然而在工程技术和生产实际中经常要考虑多个变量的问题,这些变量间的关系往往比较复杂,鉴于其简单和便利性,线性方程组可能是解决这类问题最有效的工具了.

例 1.1　康熙皇帝有一年微服私访,在集市上看见甲、乙两个公差在欺负一个伙计,伙计求两公差:"这位大爷,按我们事先讲好的价钱,您买 1 匹马、1 头牛,是 10 两银子;您买 2 匹马,4 头牛,是 28 两银子.可是现在您买了 3 匹马,5 头牛一共只给了我 30 两,我可亏不起这么多啊!"这时,身穿便服的康熙走到公差的面前说:"买卖公平,这是天经地义的事,该多少就是多少,怎么能仗势欺人?"甲公差见此人教训他们,大怒:"你知道一匹马,一头牛是什么价?"康熙冷笑道:"马每匹 6 两,牛每头 4 两!"这时,随从亮出康熙的身份,两公差连忙跪下求饶.请问,康熙皇帝算对了吗,是怎么算出来的呢?公差应该付给伙计多少两银子?

解:设马每匹 x_1 两银子,牛每头 x_2 两银子,根据伙计与公差事先的约定,可以建立以下方程组:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ 2x_1 + 4x_2 = 28 \end{cases}$$

这是一个二元一次线性方程组,将上式中第二个方程两端同时乘以 1/2 可得:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ x_1 + 2x_2 = 14 \end{cases}$$

根据加减消元法，将上式第一个方程乘以－1 加到第二个方程，可得：

$$\begin{cases} x_1+x_2=10 \\ \quad\ \ x_2=4 \end{cases}$$

然后将 x_2 的值代入第一个方程可得：

$$\begin{cases} x_1=6 \\ x_2=4 \end{cases}$$

可见康熙皇帝的答案完全正确.按照他们约定的单价，公差应该付给伙计 $3\times6+5\times4=38$ 两银子.

例 1.2 求解三元一次方程组

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-3x_3=9 \\ x_1+2x_2+x_3=4 \\ 3x_1+7x_2+4x_3=19 \end{cases} \tag{1.1}$$

解：交换(1.1)式中的第一个方程和第二个方程的位置可得

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4 \\ 2x_1+3x_2-3x_3=9 \\ 3x_1+7x_2+4x_3=19 \end{cases} \tag{1.2}$$

分别将(1.2)式中的第一个方程的－2 倍和－3 倍加到第二、三个方程可得：

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4 \\ \quad\ -x_2-5x_3=1 \\ \qquad\ x_2+x_3=7 \end{cases} \tag{1.3}$$

将(1.3)式中的第二个方程加到第三个方程后可得：

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4 \\ \quad\ -x_2-5x_3=1 \\ \qquad\quad -4x_3=8 \end{cases} \tag{1.4}$$

形如(1.4)的方程组称为**行阶梯形方程组**.这样的阶梯形方程组可以通过“回代”的方式方便的逐个求出它的解.具体过程如下：

将(1.4)的第三个方程两端同乘以－1/4 可得：

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=4 \\ \quad\ -x_2-5x_3=1 \\ \qquad\qquad x_3=-2 \end{cases} \tag{1.5}$$

将 x_3 的值依次代入(1.5)式的第二和第一个方程可得：

$$\begin{cases} x_1+2x_2=6 \\ \quad\ -x_2=-9 \\ \qquad\quad x_3=-2 \end{cases} \tag{1.6}$$

将(1.6)式第二个方程两端同乘以-1可得：

$$\begin{cases} x_1+2x_2 = 6 \\ x_2 = 9 \\ x_3=-2 \end{cases} \tag{1.7}$$

然后(1.7)式中第二个方程乘以-2加到第一个方程可得：

$$\begin{cases} x_1 = -12 \\ x_2 = 9 \\ x_3= -2 \end{cases} \tag{1.8}$$

不难看出方程组(1.8)也是一个行阶梯形方程组，与(1.4)式不同的是，它只保留了系数均为 1 的对角线方向的项，像这样的行阶梯形方程组又叫**行最简形方程组**，得到它也就求出了方程组的解.

从以上两个例子求解的过程不难发现，在用消元法求方程组的解时，对原方程组反复施行了以下三种变换：

(1) 互换两个方程的位置；

(2) 用一个非零数 k 乘以某个方程；

(3) 把一个方程的 k 倍加到另外一个方程上去.

对方程组实行以上三种变换后，并没有改变其解，故称以上三种变换为**同解变换**，也称在实行上述变换过程中出现的方程组与原方程组为**同解方程组**，或者叫**等价方程组**. 例如方程组(1.1)与(1.2)便是同解方程组.

以上求解方程组的方法称为消元法，它是线性方程组求解的一种基本方法，在约公元前 200 年就有中国人提出来了. 大约 1800 年，享有“数学王子”美誉的德国数学家高斯重新发现并对此方法作了严格证明，因而此方法一直被后来的学者称为“高斯消元法”.

1.1.2　矩阵的概念

重新观察方程组(1.1)的求解过程可以发现，自始至终，方程组中的变量 x_1,x_2,x_3 并没有参与任何运算，参与运算过程的只是每个方程中这些变量的系数以及右端的常数列. 如果把方程组(1.1)的左端的系数和右端的常数列写成如下的数表：

$$(A \vdots b)=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 9 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 19 \end{pmatrix}$$

其中，上述数表的行号表示方程的序号，前三列的列号表示未知数的序号(最后一列为右端常数列，如此也可以很方便地根据数表的形式恢复出方程组的形式). 同时，如果用 $r_i \leftrightarrow r_j$ 表示互换表中的第 i 行和第 j 行，$kr_i(k\neq 0)$表示将第 i 行的数全部变成原来的 k 倍，r_i+kr_j 表示将第 j 行的 k 倍加到第 i 行上去，则上述求解的过程完全可以直接描述成如下数表的变换过程：

$$(A\vdots b)=\begin{pmatrix}2&3&-3&9\\1&2&1&4\\3&7&4&19\end{pmatrix}\xrightarrow{r_1\leftrightarrow r_2}\begin{pmatrix}1&2&1&4\\2&3&-3&9\\3&7&4&19\end{pmatrix}\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2-2r_1}\begin{pmatrix}1&2&1&4\\0&-1&-5&1\\0&1&1&7\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_3+r_2}\begin{pmatrix}1&2&1&4\\0&-1&-5&1\\0&0&-4&8\end{pmatrix}\xrightarrow{r_3\times\left(-\frac{1}{4}\right)}\begin{pmatrix}1&2&1&4\\0&-1&-5&1\\0&0&1&-2\end{pmatrix}\xrightarrow[r_1-r_3]{r_2+5r_3}\begin{pmatrix}1&2&0&6\\0&-1&0&-9\\0&0&1&-2\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2\times(-1)}\begin{pmatrix}1&2&0&6\\0&1&0&9\\0&0&1&-2\end{pmatrix}\xrightarrow{r_1-2r_2}\begin{pmatrix}1&0&0&-12\\0&1&0&9\\0&0&1&-2\end{pmatrix}$$

以上是这种矩形的数表在解方程组的过程中的应用,类似的问题还有:

例 1.3 假设某蔬菜批发市场批发蔬菜,它的两个分店二月份的蔬菜批发情况如表1.1(单位:吨)所示.

表 1.1 二月份蔬菜批发情况

	大白菜	土豆	西红柿
一号店	15	28	12
二号店	14	16	25

将表中的数据摘出,且不改变他们的相对位置,便可得如下矩形数表:

$$\begin{pmatrix}15&28&12\\14&16&25\end{pmatrix}$$

从表中可以清楚地看出这个蔬菜批发市场两个分店的销售情况. 如第二行第三列的数据是“25”,表示二号店第三种蔬菜(西红柿)的销售量是25吨.

例 1.4 某航空公司在 A,B,C,D 四城市之间开辟了若干航线,表1.2表示了四城市间的航班情况,若从出发地到目的地有航班,则用“1”表示,若没有,则用“0”表示.

表 1.2 四个城市航班情况

	A(到达)	B(到达)	C(到达)	D(到达)
A(出发)	0	1	1	0
B(出发)	1	0	1	0
C(出发)	1	0	0	1
D(出发)	0	1	0	0

同样,上面的航班信息可以用如下矩形数表简单地表示.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

一般说来，不同类型的实际问题，会有不同形式的矩形数表，数学上把这种数字或者符号按一定规律排列成的一个矩形的结构称为矩阵.

定义 1.1　由 $m\times n$ 个数 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n)$ 排成的 m 行 n 列的矩形表格

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{matrix}$$

称为 m 行 n 列的矩阵，简称 $m\times n$ 矩阵.

矩阵通常用大写字母 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\cdots$ 表示，为便于分辨，通常用括弧将矩阵两边括起来，记为如下形式：

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

简记作 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，其中 a_{ij} 是第 i 行第 j 列交叉位置的数，也称之为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行第 j 列的元素.

元素是实数的矩阵称为实矩阵，元素为复数的矩阵称为复矩阵. 对矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，若 $m=n$，称 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶矩阵，也叫 n 阶方阵，记作 $\boldsymbol{A}_n$，此时 a_{ii} 称为 $\boldsymbol{A}$ 的对角元素，元素 $a_{ii}(i=1,2,\cdots,n)$ 所在的直线称为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的主对角线.

若 $m=1$，则 $\boldsymbol{A}=(a_{11}\quad a_{12}\quad \cdots\quad a_{1n})$，称之为行矩阵，又称行向量；若 $n=1$，则 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$，称之为列矩阵，又称列向量.

矩阵的行数和列数称为矩阵的型. 两个矩阵如果行数相等，列数也相等，则称之为同型矩阵.

例如，例 1.2 中方程组的系数数表 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ 是一个 3×3 的实矩阵，称之为方

程组(1.1)的**系数矩阵**,将方程组的右端常数列 $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}9\\4\\19\end{pmatrix}$放在系数矩阵最后一列后面,所构成的 3×4 的实矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}2&3&-3&9\\1&2&1&4\\3&7&4&19\end{pmatrix}$称为方程组(1.1)的**增广矩阵**. 再如,例 1.4 中的数表$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\1&0&1&0\\1&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$是一个 4 阶方阵,这个矩阵中出现的元素只有 0 和 1,称具有这种结构特点的矩阵为**布尔矩阵**,布尔矩阵在研究离散系统问题方面有非常广泛的用途.

下面介绍一些今后常用的特殊矩阵.

零矩阵 $m\times n$ 个元素全为 0 的矩阵称为零矩阵,记作 $\boldsymbol{O}_{m\times n}$或$\boldsymbol{O}$.

对角矩阵 除了主对角线上的元素以外,其余元素全为 0 的 n 阶方阵称为对角矩阵. 如

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_{11}&0&0&0\\0&a_{22}&0&0\\0&0&\ddots&0\\0&0&0&a_{nn}\end{pmatrix}$$

对角矩阵也可以简记为 $\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}(a_{11},a_{22},\cdots,a_{nn})$.

数量矩阵 当对角矩阵主对角线上的元素都相同时,称它为数量矩阵. 如

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a&0&\cdots&0\\0&a&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&a\end{pmatrix}_{n\times n}$$

单位矩阵 在上述数量矩阵中,若 $a=1$,则称之为 n 阶单位矩阵,单位矩阵通常用大写字母 $\boldsymbol{E}$ 或 $\boldsymbol{I}$ 表示,记为 $\boldsymbol{E}_n$ 或 $\boldsymbol{I}_n$(本教材用 $\boldsymbol{E}_n$ 表示),即

$$\boldsymbol{E}_n=\begin{pmatrix}1&0&\cdots&0\\0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&1\end{pmatrix}_{n\times n}\quad 或\ \boldsymbol{E}_n=\begin{pmatrix}1&&&\\&1&&\\&&\ddots&\\&&&1\end{pmatrix}_{n\times n}$$

在不强调阶数的时候,通常直接用 $\boldsymbol{E}$ 表示单位阵.

上三角形矩阵 形如

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

的矩阵称为上三角形矩阵.

下三角形矩阵　形如

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

的矩阵称为下三角形矩阵.

例如,$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$是一个 2×3 的零矩阵;$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$是一个 2 阶单位阵.

对于更加一般的含有 n 个变量由 m 个方程构成的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m \end{cases}$$

其中 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是未知数,$a_{ij}(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n)$是系数,$b_1,b_2,\cdots,b_m$ 是常数项.

将上述方程组中对应的系数按顺序排成矩形数表

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

则 $\boldsymbol{A}$ 是一个 $m\times n$ 的矩阵,称为方程组的**系数矩阵**.

将方程组的右端常数列放在系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 第 n 列的后面,可得如下矩阵

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{B}$ 是一个 $m\times(n+1)$的矩阵,称为方程组的**增广矩阵**.

定义 1.2　设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$,$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$,若 $a_{ij}=b_{ij}(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n)$,则称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 相等,记作 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$.

显然,两个矩阵要相等,首先要保证它们是同型矩阵.

例 1.5 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&1&2\\5&9&12\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}3&1&2x\\5&3y&4z\end{pmatrix}$,若 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$,则 x,y,z 分别为多少?

解:根据矩阵相等的定义,有 $2x=2,3y=9,4z=12$,所以 $x=1,y=3,z=3$.

习题 1.1

1. 判断题

(1) 矩阵的行数和列数一定相等.

(2) 任何两个零矩阵都相等.

(3) 任何两个单位矩阵都相等.

(4) 数量矩阵一定是对角矩阵,对角矩阵不一定是数量矩阵.

2. 设 $\begin{pmatrix}a+2b&-1\\0&2\\2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1\\0&2\\a-b&3\end{pmatrix}$,求 a,b.

3. 设某四个城市的单向航线如图 1.1 所示,其中箭头表示对应的城市存在单向航线.若令 $a_{ij}=1$ 表示从 i 城市到 j 城市有一条单向航线;$a_{ij}=0$ 表示从 i 城市到 j 城市没有单向航线.则图 1.1 可用什么样的矩阵表示?

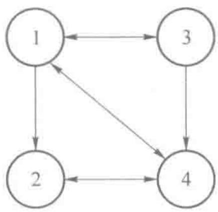

图 1.1

4. 试写出线性方程组

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_3+2x_4=1\\2x_1+3x_2-x_3-x_4=-1\\4x_1+x_2+x_3+x_4=0\\x_1+4x_2-2x_3+3x_4=-2\end{cases}$$

的系数矩阵和增广矩阵.

5. 当 a,b 为何值时，矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & a+2b+3 \\ 5 & 1 & a+b \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 为下三角形矩阵？

1.2 矩阵的运算

矩阵之所以是理论分析的重要工具，能够在实践中发挥巨大的作用，不单是因为利用矩阵能够简单、直观地描述一些事物和现象，更重要的是因为我们能够对矩阵施行一些运算，而利用这些运算又能帮助我们解决更多的实际问题.

本节将在一些实例的基础上，依次介绍矩阵的加法、减法、数乘、乘法和转置运算，这些运算几乎都是以数和数之间的运算为基础展开的，但是有些运算法则和数的运算法则有很大的不同，请读者在学习的过程中仔细区分.

1.2.1 矩阵的加法

例 1.6 某大型通信行业设备供应商为国内甲、乙、丙三大网络运营商供应建设通信基站所需的两种主要设备，假设供应商一、二季度为每家运营商提供的两种设备的数量(单位：万台)分别如表 1.3、1.4 所示：

表 1.3 一季度设备供应情况

	设备 1	设备 2
运营商甲	1	8
运营商乙	3	6
运营商丙	8	4

表 1.4 二季度设备供应情况

	设备 1	设备 2
运营商甲	2	12
运营商乙	5	8
运营商丙	10	6

请问：在上半年供应商向三大运营商提供的 1,2 两类设备的总量分别是多少？

解：根据题意，上半年向运营商甲提供的 1 类设备的总数量为 $1+2=3$(万台)，2 类设备的总数量为 $8+12=20$(万台)；上半年向运营商乙提供的 1 类设备的总数量为 $3+5=8$(万台)，2 类设备的总数量为 $6+8=14$(万台)；上半年向运营商丙提供的 1 类设备的总数量为 $8+10=18$(万台)，2 类设备的总数量为 $4+6=10$(万台).

如果把已知条件中的两个矩阵分别用 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 表示，则

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 6 \\ 8 & 4 \end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 5 & 8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix},$$

而上述运算的结果也可表示为一个矩阵 $\boldsymbol{C}$，且