



# 管理类 数学复习全书

主编：徐婕



内容介绍

严格根据专业硕士联考考试大纲和真题命题规律编写  
权威而富于教学经验的经管类联考命题研究中心成员编写  
提供基于零基础的、精细完整的经管类联考应试解决方案



中国政法大学出版社



# 管理类 数学复习全书

主编：徐婕

由具有丰富教学经验的经管类联考命题研究中心老师编写

本书的作者是经管类联考命题研究中心的权威资深辅导老师。逻辑写作丛书系列的逻辑命题教师、数学丛书系列的主编徐婕老师等参加了各大媒体组织的自 2012 届开始的经管类联考命题研究及大学考试的“大纲解析”和“真题解析”工作。他们从 2007 年开始便致力于研究生入学考试的命题辅导，具有丰富的经管类联考辅导经验。既有对大纲的精准解析能力，又能对命题规律和真题进行深度把握，结合多年辅导经验编写的本套丛书，能快速地帮助考生达到经管类联考的高分要求。

编委：徐婕 张喜珠 杨书群 张全军

陈生生 洪欢 方晓敏 吴若曦

梁新芳 张渝 黄燕

我们最大的目标，是希望考生通过自己的努力和我们众多经管类联考命题研究中心专家、老师的帮助，让经管类专硕学子研山更上一层楼！

中国政法大学出版社

2018·北京

声 明 1. 版权所有，侵权必究。

2. 如有缺页、倒装问题，由出版社负责退换。

# 管 球 野 类

## 图书在版编目（CIP）数据

管理类数学复习全书/徐婕主编. —北京：中国政法大学出版社，2018.3

ISBN 978-7-5620-8173-9

I. ①管… II. ①徐… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 050066 号

出版者 中国政法大学出版社

地 址 北京市海淀区西土城路 25 号

邮 寄 地 址 北京 100088 信箱 8034 分箱 邮编 100088

网 址 <http://www.cuplpress.com> (网络实名：中国政法大学出版社)

电 话 010-58908285(总编室) 58908433(编辑部) 58908334(邮购部)

承 印 三河市德利印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 20

字 数 535 千字

版 次 2018 年 3 月第 1 版

印 次 2018 年 3 月第 1 次印刷

定 价 59.80 元

中图分类号：O13

定价：8.00



本丛书为参加管理类联考、经济类联考的考生设计,是报考管理类、经济类专业学位硕士考生的必备应试教材。本套丛书由经管类联考命题研究中心成员、资深命题专家和辅导教师联合编写,包括逻辑写作系列丛书和经管类联考数学系列丛书。

本丛书具有如下特点:

### 一、严格根据专业学位硕士考试大纲和真题命题规律编写

本套丛书完全根据《管理类专业学位联考(199科目)综合能力考试大纲》《经济类专业学位联考(396科目)综合能力测试考试大纲》进行编写,并对经管类联考的历年真题进行深度分类解析,形成完整、有效、易理解的应试书籍。丛书通过“知识点——经典例题——巩固习题——真题——模拟题”的方式,帮助考生充分理解和掌握所有考点,并能准确判断高频考点,以获得高分。

### 二、权威而富于教学经验的经管类联考命题研究中心老师编写

本套丛书的作者是经管类联考命题研究中心的权威资深辅导老师。逻辑写作丛书系列的主编杨岳老师、数学丛书系列的主编徐婕老师等参加了各大媒体组织的自2012届开始的经管类专硕研究生入学考试的“大纲解析”和“真题解析”工作。他们从2007年开始便致力于研究生入学考试的应试辅导,具有丰富的经管类联考辅导经验,既有对大纲的精准解析能力,又能对命题规律和真题进行深度把握,结合多年辅导经验编写的本套丛书,能快速地帮助考生达到经管类联考的应试要求。

### 三、提供基于零基础的、精细完整的经管类联考应试解决方案

对于参加经管类联考的考生而言,逻辑、写作一般都是零基础,数学基础一般较差。本丛书充分考虑绝大多数考生的现实情况,提供了基于零基础的、包含考研各个阶段的精细完整的应试解决方案,帮助考生实现高分目标。

本系列丛书包括《逻辑复习全书》(基础篇)/(提高篇)、《写作复习全书》、《管理类专业学位联考综合能力数学复习全书》、《经济类专业学位联考综合能力数学复习全书》、《管理类联考综合能力历年真题》、《经济类联考综合能力历年真题》、《管理类(199科目)/经济类(396科目)专业学位联考综合能力6套模拟卷》八本书。

我们最大的目标,是希望考生通过自己的努力和我们众多经管类联考命题研究中心专家、教师们的帮助,在经管类专硕考研中脱颖而出、金榜题名!



# 前言

基于多年参加 199 管理类联考、396 经济类联考“大纲解析”、“真题解析”的工作经验和多年对考生进行经管类联考的应试辅导的关注和总结,作者对考生在数学学习中的难点、困惑和解决方案,有了越来越深的理解。帮助学生们避开陷阱、考出高分,是写作本书最直接的动力,同时逻辑写作系列的这四本书籍也算是作者对自己近十年工作的一个总结和交代。

本书为报考管理类专业硕士(会计硕士 MPAcc、工商管理硕士 MBA 等)、经济类专业硕士(金融硕士、国际商务硕士等),需要参加 199 管理类联考和 396 经济类联考的考生编写使用,也可作为辅导老师的授课参考教材。

本书分为三个部分。

第一部分按章编写,基于考生学习的起点,按照“知识点——重要题型——题型方法分析——典型例题——习题”的思路来编写,目的是使考生从零开始构建完整的知识框架,并精确把握各个章节常考重要题型及题型方法,通过典型例题,迅速形成解题能力,每章至少配备 30 道习题,帮助大家加强固化解题能力,提升解题速度。

第二部分提供了 5 套模拟卷,每套 25 题,用于考生进行整体检测和查漏补缺。

第三部分新增了强化效果检测。

下面对本书的标签进行说明:

【章的各级标题】构建形式完整的理论体系。

【注】帮助理解知识点的说明、扩展。

【题型】每个章节的常考重要题型。

【题型方法分析】针对每种题型精炼处对应的解题方式。

【例题】对某一个或几个知识点进行考察的标准化考题。

【答案】提供 A~E 的具体答案。

【解析】提供详尽的深度精确解析。

【总结】每道例题后面都给出根据本道例题所总结、提炼的常规结论和方法。

【练习】学完一章的理论和例题后,以章为单位进行测试的标准化考题。

【模拟卷】以每套卷为单位,每次 60 分钟进行整体测试的标准化考题。

考生在使用本书过程中如有疑问,可以登录新浪微博@万学徐婕与老师进行交流。

第一章 导论	1
第二章 等比数列	2
第三章 排列组合	3
第四节 概率论基础	4
第五章 线性代数	5
第六章 不等式	6
第七章 几何学	7
第八章 工程问题	8
第九章 考研真题	9
第十章 综合题	10
第十一章 模拟卷	11
第十二章 练习题	12
第十三章 答案解析	13
第十四章 真题解析	14
第十五章 工程问题	15
第十六章 不等式	16
第十七章 几何学	17
第十八章 综合题	18
第十九章 模拟卷	19
第二十章 练习题	20
第二十一章 答案解析	21
第二十二章 真题解析	22
第二十三章 工程问题	23
第二十四章 不等式	24
第二十五章 几何学	25
第二十六章 综合题	26
第二十七章 模拟卷	27
第二十八章 练习题	28
第二十九章 答案解析	29
第三十章 真题解析	30
第三十一章 工程问题	31
第三十二章 不等式	32
第三十三章 几何学	33
第三十四章 综合题	34
第三十五章 模拟卷	35
第三十六章 练习题	36
第三十七章 答案解析	37
第三十八章 真题解析	38
第三十九章 工程问题	39
第四十章 不等式	40
第四十一章 几何学	41
第四十二章 综合题	42
第四十三章 模拟卷	43
第四十四章 练习题	44
第四十五章 答案解析	45
第四十六章 真题解析	46
第四十七章 工程问题	47
第四十八章 不等式	48
第四十九章 几何学	49
第五十章 综合题	50
第五十一章 模拟卷	51
第五十二章 练习题	52
第五十三章 答案解析	53
第五十四章 真题解析	54
第五十五章 工程问题	55
第五十六章 不等式	56
第五十七章 几何学	57
第五十八章 综合题	58
第五十九章 模拟卷	59
第六十章 练习题	60
第六十一章 答案解析	61
第六十二章 真题解析	62
第六十三章 工程问题	63
第六十四章 不等式	64
第六十五章 几何学	65
第六十六章 综合题	66
第六十七章 模拟卷	67
第六十八章 练习题	68
第六十九章 答案解析	69
第七十章 真题解析	70
第七十一章 工程问题	71
第七十二章 不等式	72
第七十三章 几何学	73
第七十四章 综合题	74
第七十五章 模拟卷	75
第七十六章 练习题	76
第七十七章 答案解析	77
第七十八章 真题解析	78
第七十九章 工程问题	79
第八十章 不等式	80
第八十一章 几何学	81
第八十二章 综合题	82
第八十三章 模拟卷	83
第八十四章 练习题	84
第八十五章 答案解析	85
第八十六章 真题解析	86
第八十七章 工程问题	87
第八十八章 不等式	88
第八十九章 几何学	89
第九十章 综合题	90
第九十一章 模拟卷	91
第九十二章 练习题	92
第九十三章 答案解析	93
第九十四章 真题解析	94
第九十五章 工程问题	95
第九十六章 不等式	96
第九十七章 几何学	97
第九十八章 综合题	98
第九十九章 模拟卷	99
第一百章 练习题	100
第一百一章 答案解析	101
第一百二章 真题解析	102
第一百三章 工程问题	103
第一百四章 不等式	104
第一百五章 几何学	105
第一百六章 综合题	106
第一百七章 模拟卷	107
第一百八章 练习题	108
第一百九章 答案解析	109
第一百二十章 真题解析	110
第一百三十一章 工程问题	111
第一百三十二章 不等式	112
第一百三十三章 几何学	113
第一百三十四章 综合题	114
第一百三十五章 模拟卷	115
第一百三十六章 练习题	116
第一百三十七章 答案解析	117
第一百三十八章 真题解析	118
第一百三十九章 工程问题	119
第一百四十章 不等式	120
第一百四十一章 几何学	121
第一百四十二章 综合题	122
第一百四十三章 模拟卷	123
第一百四十四章 练习题	124
第一百四十五章 答案解析	125
第一百四十六章 真题解析	126
第一百四十七章 工程问题	127
第一百四十八章 不等式	128
第一百四十九章 几何学	129
第一百五十章 综合题	130
第一百五十一章 模拟卷	131
第一百五十二章 练习题	132
第一百五十三章 答案解析	133
第一百五十四章 真题解析	134
第一百五十五章 工程问题	135
第一百五十六章 不等式	136
第一百五十七章 几何学	137
第一百五十八章 综合题	138
第一百五十九章 模拟卷	139
第一百六十章 练习题	140
第一百七十章 答案解析	141
第一百八十章 真题解析	142
第一百五十一章 工程问题	143
第一百五十二章 不等式	144
第一百五十三章 几何学	145
第一百五十四章 综合题	146
第一百五十五章 模拟卷	147
第一百五十六章 练习题	148
第一百五十七章 答案解析	149
第一百五十八章 真题解析	150
第一百五十九章 工程问题	151
第一百六十章 不等式	152
第一百七十章 几何学	153
第一百五十一章 综合题	154
第一百五十二章 模拟卷	155
第一百五十三章 练习题	156
第一百五十四章 答案解析	157
第一百五十五章 真题解析	158
第一百五十六章 工程问题	159
第一百五十七章 不等式	160
第一百五十八章 几何学	161
第一百五十九章 综合题	162
第一百六十章 模拟卷	163
第一百七十章 练习题	164
第一百五十一章 答案解析	165
第一百五十二章 真题解析	166
第一百五十三章 工程问题	167
第一百五十四章 不等式	168
第一百五十五章 几何学	169
第一百五十六章 综合题	170
第一百五十七章 模拟卷	171
第一百五十八章 练习题	172
第一百五十九章 答案解析	173
第一百六十章 真题解析	174
第一百五十一章 工程问题	175
第一百五十二章 不等式	176
第一百五十三章 几何学	177
第一百五十四章 综合题	178
第一百五十五章 模拟卷	179
第一百五十六章 练习题	180
第一百五十七章 答案解析	181
第一百五十八章 真题解析	182
第一百五十九章 工程问题	183
第一百六十章 不等式	184
第一百七十章 几何学	185
第一百五十一章 综合题	186
第一百五十二章 模拟卷	187
第一百五十三章 练习题	188
第一百五十四章 答案解析	189
第一百五十五章 真题解析	190
第一百五十六章 工程问题	191
第一百五十七章 不等式	192
第一百五十八章 几何学	193
第一百五十九章 综合题	194
第一百六十章 模拟卷	195
第一百七十章 练习题	196
第一百五十一章 答案解析	197
第一百五十二章 真题解析	198
第一百五十三章 工程问题	199
第一百五十四章 不等式	200
第一百五十五章 几何学	201
第一百五十六章 综合题	202
第一百五十七章 模拟卷	203
第一百五十八章 练习题	204
第一百五十九章 答案解析	205
第一百六十章 真题解析	206
第一百五十一章 工程问题	207
第一百五十二章 不等式	208
第一百五十三章 几何学	209
第一百五十四章 综合题	210
第一百五十五章 模拟卷	211
第一百五十六章 练习题	212
第一百五十七章 答案解析	213
第一百五十八章 真题解析	214
第一百五十九章 工程问题	215
第一百六十章 不等式	216
第一百七十章 几何学	217
第一百五十一章 综合题	218
第一百五十二章 模拟卷	219
第一百五十三章 练习题	220
第一百五十四章 答案解析	221
第一百五十五章 真题解析	222
第一百五十六章 工程问题	223
第一百五十七章 不等式	224
第一百五十八章 几何学	225
第一百五十九章 综合题	226
第一百六十章 模拟卷	227
第一百七十章 练习题	228
第一百五十一章 答案解析	229
第一百五十二章 真题解析	230
第一百五十三章 工程问题	231
第一百五十四章 不等式	232
第一百五十五章 几何学	233
第一百五十六章 综合题	234
第一百五十七章 模拟卷	235
第一百五十八章 练习题	236
第一百五十九章 答案解析	237
第一百六十章 真题解析	238
第一百五十一章 工程问题	239
第一百五十二章 不等式	240
第一百五十三章 几何学	241
第一百五十四章 综合题	242
第一百五十五章 模拟卷	243
第一百五十六章 练习题	244
第一百五十七章 答案解析	245
第一百五十八章 真题解析	246
第一百五十九章 工程问题	247
第一百六十章 不等式	248
第一百七十章 几何学	249
第一百五十一章 综合题	250
第一百五十二章 模拟卷	251
第一百五十三章 练习题	252
第一百五十四章 答案解析	253
第一百五十五章 真题解析	254
第一百五十六章 工程问题	255
第一百五十七章 不等式	256
第一百五十八章 几何学	257
第一百五十九章 综合题	258
第一百六十章 模拟卷	259
第一百七十章 练习题	260
第一百五十一章 答案解析	261
第一百五十二章 真题解析	262
第一百五十三章 工程问题	263
第一百五十四章 不等式	264
第一百五十五章 几何学	265
第一百五十六章 综合题	266
第一百五十七章 模拟卷	267
第一百五十八章 练习题	268
第一百五十九章 答案解析	269
第一百六十章 真题解析	270
第一百五十一章 工程问题	271
第一百五十二章 不等式	272
第一百五十三章 几何学	273
第一百五十四章 综合题	274
第一百五十五章 模拟卷	275
第一百五十六章 练习题	276
第一百五十七章 答案解析	277
第一百五十八章 真题解析	278
第一百五十九章 工程问题	279
第一百六十章 不等式	280
第一百七十章 几何学	281
第一百五十一章 综合题	282
第一百五十二章 模拟卷	283
第一百五十三章 练习题	284
第一百五十四章 答案解析	285
第一百五十五章 真题解析	286
第一百五十六章 工程问题	287
第一百五十七章 不等式	288
第一百五十八章 几何学	289
第一百五十九章 综合题	290
第一百六十章 模拟卷	291
第一百七十章 练习题	292
第一百五十一章 答案解析	293
第一百五十二章 真题解析	294
第一百五十三章 工程问题	295
第一百五十四章 不等式	296
第一百五十五章 几何学	297
第一百五十六章 综合题	298
第一百五十七章 模拟卷	299
第一百五十八章 练习题	300
第一百五十九章 答案解析	301
第一百六十章 真题解析	302
第一百五十一章 工程问题	303
第一百五十二章 不等式	304
第一百五十三章 几何学	305
第一百五十四章 综合题	306
第一百五十五章 模拟卷	307
第一百五十六章 练习题	308
第一百五十七章 答案解析	309
第一百五十八章 真题解析	310
第一百五十九章 工程问题	311
第一百六十章 不等式	312
第一百七十章 几何学	313
第一百五十一章 综合题	314
第一百五十二章 模拟卷	315
第一百五十三章 练习题	316
第一百五十四章 答案解析	317
第一百五十五章 真题解析	318
第一百五十六章 工程问题	319
第一百五十七章 不等式	320
第一百五十八章 几何学	321
第一百五十九章 综合题	322
第一百六十章 模拟卷	323
第一百七十章 练习题	324
第一百五十一章 答案解析	325
第一百五十二章 真题解析	326
第一百五十三章 工程问题	327
第一百五十四章 不等式	328
第一百五十五章 几何学	329
第一百五十六章 综合题	330
第一百五十七章 模拟卷	331
第一百五十八章 练习题	332
第一百五十九章 答案解析	333
第一百六十章 真题解析	334
第一百五十一章 工程问题	335
第一百五十二章 不等式	336
第一百五十三章 几何学	337
第一百五十四章 综合题	338
第一百五十五章 模拟卷	339
第一百五十六章 练习题	340
第一百五十七章 答案解析	341
第一百五十八章 真题解析	342
第一百五十九章 工程问题	343
第一百六十章 不等式	344
第一百七十章 几何学	345
第一百五十一章 综合题	346
第一百五十二章 模拟卷	347
第一百五十三章 练习题	348
第一百五十四章 答案解析	349
第一百五十五章 真题解析	350
第一百五十六章 工程问题	351
第一百五十七章 不等式	352
第一百五十八章 几何学	353
第一百五十九章 综合题	354
第一百六十章 模拟卷	355
第一百七十章 练习题	356
第一百五十一章 答案解析	357
第一百五十二章 真题解析	358
第一百五十三章 工程问题	359
第一百五十四章 不等式	360
第一百五十五章 几何学	361
第一百五十六章 综合题	362
第一百五十七章 模拟卷	363
第一百五十八章 练习题	364
第一百五十九章 答案解析	365
第一百六十章 真题解析	366
第一百五十一章 工程问题	367
第一百五十二章 不等式	368
第一百五十三章 几何学	369
第一百五十四章 综合题	370
第一百五十五章 模拟卷	371
第一百五十六章 练习题	372
第一百五十七章 答案解析	373
第一百五十八章 真题解析	374
第一百五十九章 工程问题	375
第一百六十章 不等式	376
第一百七十章 几何学	377
第一百五十一章 综合题	378
第一百五十二章 模拟卷	379
第一百五十三章 练习题	380
第一百五十四章 答案解析	381
第一百五十五章 真题解析	382
第一百五十六章 工程问题	383
第一百五十七章 不等式	384
第一百五十八章 几何学	385
第一百五十九章 综合题	386
第一百六十章 模拟卷	387
第一百七十章 练习题	388
第一百五十一章 答案解析	389
第一百五十二章 真题解析	390
第一百五十三章 工程问题	391
第一百五十四章 不等式	392
第一百五十五章 几何学	393
第一百五十六章 综合题	394
第一百五十七章 模拟卷	395
第一百五十八章 练习题	396
第一百五十九章 答案解析	397
第一百六十章 真题解析	398
第一百五十一章 工程问题	399
第一百五十二章 不等式	400
第一百五十三章 几何学	401
第一百五十四章 综合题	402
第一百五十五章 模拟卷	403
第一百五十六章 练习题	404
第一百五十七章 答案解析	405
第一百五十八章 真题解析	406
第一百五十九章 工程问题	407
第一百六十章 不等式	408
第一百七十章 几何学	409
第一百五十一章 综合题	410
第一百五十二章 模拟卷	411
第一百五十三章 练习题	412
第一百五十四章 答案解析	413
第一百五十五章 真题解析	414
第一百五十六章 工程问题	415
第一百五十七章 不等式	416
第一百五十八章 几何学	417
第一百五十九章 综合题	418
第一百六十章 模拟卷	419
第一百七十章 练习题	420
第一百五十一章 答案解析	421
第一百五十二章 真题解析	422
第一百五十三章 工程问题	423
第一百五十四章 不等式	424
第一百五十五章 几何学	425
第一百五十六章 综合题	426
第一百五十七章 模拟卷	427
第一百五十八章 练习题	428
第一百五十九章 答案解析	429
第一百六十章 真题解析	430
第一百五十一章 工程问题	431
第一百五十二章 不等式	432
第一百五十三章 几何学	433
第一百五十四章 综合题	434
第一百五十五章 模拟卷	435
第一百五十六章 练习题	436
第一百五十七章 答案解析	437
第一百五十八章 真题解析	438
第一百五十九章 工程问题	439
第一百六十章 不等式	440
第一百七十章 几何学	441
第一百五十一章 综合题	442
第一百五十二章 模拟卷	443
第一百五十三章 练习题	444
第一百五十四章 答案解析	445
第一百五十五章 真题解析	446
第一百五十六章 工程问题	447
第一百五十七章 不等式	448
第一百五十八章 几何学	449
第一百五十九章 综合题	450
第一百六十章 模拟卷	451
第一百七十章 练习题	452
第一百五十一章 答案解析	453
第一百五十二章 真题解析	454
第一百五十三章 工程问题	455
第一百五十四章 不等式	456
第一百五十五章 几何学	

## 附录真题

## 目 录

## 考点概述

<b>第一章 算术</b>	1	<b>本章练习答案解析</b>	97
第一节 整数	2		
第二节 实数	7		
第三节 比与比例	10		
第四节 绝对值	13		
本章练习	19		
本章练习答案解析	21		
<b>第二章 代数式和函数</b>	25		
第一节 整式	25		
第二节 分式与根式	29		
第三节 函数	32		
本章练习	37		
本章练习答案解析	40		
<b>第三章 方程与不等式</b>	44		
第一节 方程	44		
第二节 不等式	52		
本章练习	66		
本章练习答案解析	70		
<b>第四章 数列</b>	76		
第一节 数列的基本概念	76		
第二节 等差数列	78		
第三节 等比数列	83		
第四节 数列求通项公式和前 $n$ 项和公式	89		
本章练习	94		
<b>第五章 几何</b>	103		
第一节 平面图形	103		
第二节 空间几何	116		
第三节 解析几何	121		
本章练习	136		
本章练习答案解析	144		
<b>第六章 计数原理与概率初步</b>	155		
第一节 计数原理	155		
第二节 概率初步	167		
第三节 数据描述	178		
本章练习	183		
本章练习答案解析	187		
<b>第七章 应用题</b>	192		
第一节 线性规划	192		
第二节 容斥原理	193		
第三节 溶液问题	194		
第四节 统筹问题	195		
第五节 经济利润问题	196		
第六节 平均值问题	197		
第七节 行程问题	198		
第八节 工程问题	202		
本章练习	204		
本章练习答案解析	207		

仿真模拟

模拟卷一	212	模拟卷一答案解析	227
模拟卷二	215	模拟卷二答案解析	231
模拟卷三	218	模拟卷三答案解析	234
模拟卷四	221	模拟卷四答案解析	238
模拟卷五	224	模拟卷五答案解析	242

#### 强化效果检测

<b>第一章 算术</b>	245	<b>第二节 等比数列</b>	271
第一节 整数	245	第三节 数列的基本概念	274
第二节 实数	247	<b>第五章 几何</b>	276
第三节 比、比例、百分比	248	第一节 平面图形	276
第四节 数轴与绝对值	250	第二节 平面解析几何	281
<b>第二章 代数式和函数</b>	253	第三节 空间几何体	286
第一节 整式	253	<b>第六章 数据分析</b>	289
第二节 分式	256	第一节 计数原理	289
第三节 函数	257	第二节 概率初步	296
<b>第三章 方程与不等式</b>	260	第三节 数据描述	298
第一节 代数方程	260	<b>第七章 应用题集训</b>	301
第二节 不等式	265	<b>附录 联考大纲</b>	308
<b>第四章 数列</b>	269		
第一节 等差数列	269		

# 考点概述

## 第一章 算术

### 一、整数的分类

#### 预备知识

### 一、数学基础考查目标

管理类专业学位联考综合能力考试中的数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,以及运用所学知识分析问题和解决问题的能力,通过问题求解和条件充分性判断两种形式来测试。

### 二、数学基础考试形式

考试答题方式为闭卷、笔试。不允许使用计算器。

### 三、数学基础试卷结构

数学基础共 25 道题,满分 75 分,有两种考查形式:

第一种是问题求解,有 15 道小题,每道小题 3 分,共 45 分;

第二种是条件充分性判断,有 10 道小题,每道小题 3 分,共 30 分。

### 四、数学基础解题说明

两种考查形式说明如下:

(一) 问题求解(本题在试卷中为第 1~15 小题,每小题 3 分,共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中,只有一个选项符合试题要求。)

**【考题范例 1】** (2016) 某家庭在一年总支出中,子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8,文化娱乐支出与子女教育支出为 1:2。已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%,则生活资料支出占家庭总支出的( )。

- (A) 40%      (B) 42%      (C) 48%      (D) 56%      (E) 64%

**【答案】** D

**【解析】** 文化娱乐支出:子女教育支出:生活资料支出的比为 3:6:16。

$$\text{由 } \frac{3}{10.5\%} = \frac{16}{x} \text{ 解得 } x = 0.56.$$

## (二) 条件充分性判断(本题在试卷中为第 16 ~ 25 小题,每小题 3 分,共 30 分)

解题说明:

本大题要求考生判断所给出的条件(1)和条件(2)能否充分支持题干中陈述的结论(而不必考虑条件是否必要)A、B、C、D、E 五个选项为判断结果,请选择一项符合试题要求的判断.

- A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分.
- B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分.
- C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但是条件(1)和(2)联合起来充分.
- D. 条件(1)充分,条件(2)也充分.
- E. 条件(1)和(2)单独都不充分,联合起来也不充分.

注:如果条件 A 成立,能推出结论 B 成立,即  $A \Rightarrow B$ ,称 A 是 B 的充分条件.

**【考题范例 2】** (2016) 设  $x, y$  是实数,则  $x \leqslant 6, y \leqslant 4$ .

$$(1) x \leqslant y + 2;$$

$$(2) 2y \leqslant x + 2.$$

**【答案】** C

**【解析】** 条件(1),举反例,  $x = 10, y = 13$ ,不充分;条件(2),举反例,  $x = 9, y = 5$ ,不充分;

联立条件(1)和条件(2),可得  $2y - 2 \leqslant x \leqslant y + 2 \Rightarrow y \leqslant 4, x - 2 \leqslant y \leqslant y + 2 \Rightarrow x \leqslant 6$ ,充分,选 C.

# 第一节 整 数



## 知识精讲

### 一、整数的除法

整数加上、减去、乘以整数,结果仍然是整数.但整数除以整数,结果不一定是整数.

#### 1. 带余除法

对任意的两个整数  $a, b(b \neq 0)$ ,总唯一存在整数  $p, r$ ,使得  $a = b \cdot p + r$ ,其中  $0 \leqslant r < |b|$  称为余数,  $a$  称为被除数,  $b$  称为除数,  $p$  称为商.

#### 2. 整除

当  $r = 0$ ,即  $a = b \cdot p$  时,称  $b$  能整除  $a$ ,或者称  $a$  能被  $b$  整除,记为  $b \mid a$ ,此时  $b$  称为  $a$  的约数(或者因数), $a$  称为  $b$  的倍数.

由上述定义可知,  $a$  除以  $b$  的余数为  $r$  的充分必要条件为  $b$  能整除  $a - r$ ,即  $a = b \cdot p + r \Leftrightarrow b \mid (a - r)$ .

整除具有如下性质:

(1) 传递性 若  $c \mid b, b \mid a$ ,则  $c \mid a$ .

(2) 关联性 若  $c \mid b, c \mid a$ ,则对任意的整数  $m, n$ ,有  $c \mid (ma + nb)$ .

(3) 推论:若  $c \mid a$ ,则对任意的整数  $n$ ,有  $c \mid (a \pm nc)$ ;若  $c \nmid a$ ,则对任意的整数  $n$ ,有  $c \nmid (a \pm nc)$ ,且  $a$  除以  $c$  的余数与  $a \pm nc$  除以  $c$  的余数相同.

常见整除数的特征:

能被 2 整除的数:末一位能被 2 整除(即末位为 0, 2, 4, 6, 8);

能被 4(8) 整除的数:末两(三)位能被 4(8) 整除;

能被 5 整除的数:末一位能被 5 整除(即末位为 0,5);

能被 25(125) 整除的数:末两(三)位能被 25(125) 整除;

能被 3 整除的数:各个位上的数字之和能被 3 整除;

能被 9 整除的数:各个位上的数字之和能被 9 整除;

能被 10 整除的数:既能被 2 整除又能被 5 整除(即末位为 0);

能被 6 整除的数:既能被 2 整除又能被 3 整除;

能被 12 整除的数:既能被 3 整除又能被 4 整除。

## 二、整数的分类

根据除以整数所得余数的情况,可以对整数进行分类.

### 1. 奇数、偶数

根据整数除以 2 的余数可将整数分为偶数和奇数.

能被 2 整除的整数称为偶数(即余数为 0),记为  $2k(k \in \mathbb{Z})$ ;不能被 2 整除的整数称为奇数(即余数为 1),记为  $2k+1(k \in \mathbb{Z})$ .

类似的,还可以根据除以其他整数的余数情况对整数进行分类.例如,根据整数除以 3 的余数(0,1,2)将整数分为  $3k, 3k+1, 3k+2(k \in \mathbb{Z})$ ;也可以根据整数除以 4 的余数(0,1,2,3)将整数分为  $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3(k \in \mathbb{Z})$ ,等等.

奇数、偶数的运算性质:

加法“同偶异奇”:奇数 + 奇数 = 偶数;偶数 + 偶数 = 偶数;奇数 + 偶数 = 奇数;

乘法“一偶则偶”:奇数 × 奇数 = 奇数;偶数 × 偶数 = 偶数;奇数 × 偶数 = 偶数.

### 2. 质数、合数

(1) 大于 1 的正整数中,只有 1 和其本身两个正因数的,称为质数(或者素数);除了 1 和其本身外还有其他正因数的,称为合数.

(2)(质数分解定理)任一大于 1 的整数,均可以表示为若干质数的乘积,即对于任一整数  $a > 1$ ,有  $a = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$ ,其中  $p_1, p_2, \dots, p_n$  均为质数,且这样的分解形式是唯一的.

(3) 有关质数的常用性质:

① 1 既不是质数也不是合数;

② 2 是最小的质数,也是质数中唯一的偶数,其他质数均为奇数;

③ 若两个质数的和为奇数,则其中有一个是 2;

④ 若  $p$  是质数,  $a$  是任一整数,则  $p \mid a$  或者  $(p, a) = 1$ (互质);

⑤ 设  $p$  是质数,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是  $n$  个整数,若  $p \mid (a_1 \cdot a_2 \cdots a_n)$ ,则至少有一个  $a_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ),使得  $p \mid a_i$ .

## 三、公约数、公倍数

### 1. 公约数、最大公约数

设  $a, b$  是两个整数,若整数  $d$  满足  $d \mid a$  且  $d \mid b$ ,则称  $d$  为  $a, b$  的公约数(公因数);公约数中最大的一个称为最大公约数,记为  $(a, b)$ .

例如 20 与 60 的公约数有 1,2,4,5,10,20,而  $(20, 60) = 20$ .

特别地,当  $(a, b) = 1$  时,称  $a, b$  是互质的.例如 8 与 9 是互质的.

### 2. 公倍数、最小公倍数

设  $a, b$  是两个整数,若整数  $t$  满足  $a \mid t$  且  $b \mid t$ ,则称  $t$  为  $a, b$  的公倍数;公倍数中最小的一个

称为最小公倍数,记为 $[a,b]$ .

例如 20 与 60 的公约数有 60, 120, 180, 240, …, 而  $[20, 60] = 60$ .

### 3. 有关公约数、公倍数的常用性质

- (1)  $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$ ;

(2) 若  $d \mid a$  且  $d \mid b$ , 则  $d \mid (a, b)$ ; 若  $a \mid t$  且  $b \mid t$ , 则  $[a, b] \mid t$ ; (公约数都是最大公约数的倍数, 公倍数都是最小公倍数的倍数.)

(3) 若  $a \mid t, b \mid t$  且  $(a, b) = 1$ , 则  $a \cdot b \mid t$ ;

(4) 若  $d \mid (a \cdot m)$  且  $(d, m) = 1$ , 则  $d \mid a$ ;

(5) 设整数  $a, b, a = (a, b) \cdot k_1, b = (a, b) \cdot k_2$ , 则  $(k_1, k_2) = 1$ . (常用这条性质确定整数  $a, b$  的最大公约数)



## 重要题型

### 题型一 质数、合数、奇数、偶数

### 【题型方法分析】

- (1) 奇数、偶数的运算性质:加法“同偶异奇”、乘法“一偶则偶”;
  - (2) 若两个质数的和为奇数,则其中有一个是2;
  - (3) 若  $p$  是质数,  $a$  是任一整数,则  $p \mid a$  或者  $(p, a) = 1$  (互质);
  - (4) 设  $p$  是质数,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是  $n$  个整数,若  $p \mid (a_1 \cdot a_2 \cdots a_n)$ , 则至少有一个  $a_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 使得  $p \mid a_i$ .

**例 1.1** 设  $a$  为整数, 且  $5a^2 + 8a + 9$  是偶数, 则  $a$  一定是( )

- (A) 奇数      (B) 偶数      (C) 质数      (D) 合数      (E) 无法确定

【答案】A

**【解析】** 根据奇数、偶数的运算性质： $5a^2 + 8a + 9$  是偶数，则  $5a^2 + 8a$  是奇数，从而  $5a^2$  是偶数；则  $a^2$  是奇数，可以确定  $a$  是奇数，选 A.

**【总结】**牢记奇数、偶数的运算性质：同偶异奇（加减），一偶则偶（乘法）。

**例 1.2** 两个质数的和为 43, 则它们的积为( )。

- (A) 41 (B) 43 (C) 81 (D) 82 (E) 83

**【答案】**D

**【解析】** 方法一 结合质数的性质与奇数、偶数的运算性质.

设这两个质数为  $a, b$ ,  $a + b = 43$ , 结果为奇数, 可知  $a, b$  中有一个为 2, 所以这两个数为 2, 41, 所以  $a \cdot b = 82$ , 选 D.

## 方法二 结合选项，快速解答。

两个质数和为奇数，则其中有一个是2，另一个是奇数，其乘积是偶数，结合选项，选D.

**【总结】** 两个质数 $a, b$ 且 $a+b$ 为奇数,则 $a, b$ 中必有一个是2,另一个是奇数,这是经常考查的一个结论.

例 1.3 以下各数是质数的为( )。

- (A) 2 009      (B) 2 010      (C) 2 011      (D) 2 015      (E) 2 016

**【答案】**C

**【解析】**根据整除数的特点,易知选项B、D、E不是质数,因为2010有约数2,2015有约数5,2016有约数3.对于选项A,因为 $7 \mid 2009$ ,所以2009也不是质数,选C.

**【总结】**试数法是处理质数问题的一种常用方法.判断一个数是否为质数,可将比其小的所有质数按照从小到大分别去除该数,若都不能整除,则该数为质数.(实际上,只需要试比该数的一半小的所有质数即可.)

**例1.4** 不超过20的质数的和为( )

- (A)74 (B)75 (C)76 (D)77 (E)78

**【答案】**D

**【解析】**不超过20的质数有:2,3,5,7,11,13,17,19.

**方法一**列举法.这些数相加得 $2+3+5+7+11+13+17+19=77$ ,选D.

**方法二**尾数法.只将这些数的尾数相加 $2+3+5+7+1+3+7+9$ ,结果的尾数为7,选D.

**【总结】**列举法也是处理整数的一种常用方法,利用列举法时,应结合题目尽可能地缩小范围,简化计算(如尾数法、估算法),以尽可能节省时间.

**例1.5** 设 $126a$ 是一个自然数的完全平方数,其中 $a$ 为正整数,则 $a$ 必有正约数( ).

- (A)2和7 (B)2,3和7 (C)3和7 (D)7 (E)2

**【答案】**A

**【解析】**根据题意可知, $126a = m^2$ , $m$ 是整数,则 $m = \sqrt{126a} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot a}$ ,可知 $a$ 必有正约数2和7,选A.

**【总结】**根据质数分解定理将整数分解为质数的乘积,是一种很好用的处理整数的方法,类似于整式的因式分解.特别是遇到较大的整数时,经常将其分解为较小的质数的乘积,再结合质数的特殊性质来处理.

## 题型二 整数的除法

**【题型方法分析】**去所有的公约数,使得分子分母互质.

- (1)带余除法;  
(2)整除及其性质.

**例1.6** 设 $x,y$ 是整数,且 $x$ 被3除时余数为1, $y$ 被9除时余数为8,则 $xy$ 除以3的余数为( ).

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5

**【答案】**B

**【解析】**根据题意,由整数的带余除法可知, $x = 3k+1$ , $y = 9t+8$ ,其中 $k,t \in \mathbb{Z}$ ,则 $xy = (3k+1)(9t+8) = 27kt + 24k + 9t + 8$ ,因为 $27kt + 24k + 9t$ 能被3整除,根据整除的性质推论,可知 $xy$ 除以3的余数与8除以3的余数相同,余数为2,所以选B.

**【总结】**整数 $a$ 除以 $c$ 的余数与 $a \pm nc$ 除以 $c$ 的余数相同.

**例 1.7** 已知  $n$  是除以 5 余 3, 除以 7 余 3 的最小自然数, 则  $n$  的各位数字之积为( )。

- (A) 38 (B) 35 (C) 30 (D) 28 (E) 24

**【答案】** E

**【解析】** 由带余除法有  $n = 5k + 3 = 7t + 3, (k, t \in \mathbb{Z})$ .

**方法一** 试数法. 依次试  $t = 1, 2, 3, \dots$ , 解出整数  $k$ , 可得  $t = 5$ , 此时  $k = 7$ , 所以  $n = 38$ , 结果为 24, 选 E.

**方法二** 利用带余除法与整除的关系.  $n = 5k + 3 = 7t + 3, (k, t \in \mathbb{Z})$ , 则  $5 \mid (n - 3), 7 \mid (n - 3)$ , 可知最小的  $n - 3$  是 35, 所以  $n = 38$ , 选 E.

**【总结】**  $a = b \cdot p + r \Leftrightarrow b \mid (a - r)$ .

### 题型三 公约数、公倍数

#### 【题型方法分析】

(1)  $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$ ;

(2) 设整数  $a, b, a = (a, b) \cdot k_1, b = (a, b) \cdot k_2$ , 则  $(k_1, k_2) = 1$ ;

(3) 若  $d \mid (a \cdot m)$  且  $(d, m) = 1$ , 则  $d \mid a$ .

**例 1.8** 已知两个正整数的最大公约数为 5, 最小公倍数为 65, 则这两个数的和为( ).

- (A) 70 (B) 80 (C) 90 (D) 100 (E) 110

**【答案】** A

**【解析】** 设这两个数为  $a, b$ , 根据题意知  $(a, b) = 5, [a, b] = 65$ , 又可设  $a = (a, b)k_1 = 5k_1, b = (a, b)k_2 = 5k_2$ , 且  $(k_1, k_2) = 1$ , 由公约数、公倍数的性质  $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$ , 可得  $5 \cdot 65 = 5 \cdot k_1 \cdot 5 \cdot k_2 \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = 13$ , 则  $k_1, k_2$  的值为 1, 13, 所以这两个数为 5 和 65, 和为 70, 选 A.

**【总结】** 牢记公约数、公倍数的性质, 尤其是有关最大公约数与最小公倍数的性质

$$(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b.$$

**例 1.9**  $\frac{5a}{42}$  是整数.

(1)  $\frac{9a}{14}$  是一个整数;

(2)  $\frac{7a}{12}$  是一个整数.

**【答案】** C

**【解析】** 取  $a = 14$ , 易知条件(1)不充分; 取  $a = 12$ , 易知条件(2)不充分; 联立两个条件,  $14 \mid 9a, 12 \mid 7a$ , 因为  $(14, 9) = 1, (12, 7) = 1$ , 所以  $14 \mid a, 12 \mid a$ , 由公倍数的性质有  $[14, 12] \mid a$ , 即  $84 \mid a$ , 所以  $42 \mid a, \frac{5a}{42}$  是整数, 充分, 选 C.

**【总结】** 此题有一定的难度, 综合考查了公约数、公倍数的性质与整除的性质, 牢记基本性质是解题的关键.

## 第二节 实数



### 知识精讲

#### 一、实数的基本运算

实数四则运算(加减乘除)的结果,仍然是实数.下面简单介绍一下实数的乘方、开方运算.

##### 1. 乘方运算

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \text{特别的}, a^0 = 1.$$

注:负数的奇数次幂还是负数,负数的偶数次幂是正数.

##### 2. 开方运算

在有意义的情况下,  $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ .

常用性质:

- (1) 负实数没有偶次方根,例如  $\sqrt{-9}$  无意义;
- (2) 正实数的偶次方根有两个,且互为相反数,例如 4 的平方根为  $\pm 2$ ;
- (3)  $\sqrt{a} \geq 0$ ;  $\sqrt{a^2} = |a|$ ;  $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$ ;  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$ ;
- (4) 有限个非负项的和为零时,则每项均为零.常见的非负项:绝对值、偶次方、偶次方根.

#### 二、小数、分数

##### 1. 小数的分类

小数可分为有限小数和无限小数,无限小数又可分为无限循环小数和无限不循环小数.无限不循环小数也称为无理数,如  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e, \dots$ .

##### 2. 分数的运算

形如  $\frac{p}{q}$  ( $p, q \in \mathbb{Z}$  且  $q \neq 0$ ) 的称为分数,分数也称为有理数.

##### (1) 约分、通分

约分:分子分母约去所有的公约数,使得分子分母互质.

最简分数(既约分数):分子分母互质的分数称为最简分数.

通分:把几个分母不同的分数化为分母相同,且与原分数相等的过程称为通分,经常取各分母的最小公倍数为相同的分母.

约分与通分是分数的两种基本运算.

##### (2) 分数的四则运算

加、减运算:同分母的分数相加减,分母不变,分子相加减;异分母的分数相加减,先通分,转化为同分母的分数,再计算.

乘法运算:分数乘以分数,分子与分子的乘积作分子,分母与分母的乘积作分母.

除法运算:分数除以分数,第二个分数取倒数,转化为分数的乘法,再计算.

##### 3. 小数与分数的相互转化

分数化为小数,有限小数化为分数,是比较简单的.无限不循环小数不能化为分数.下面主

要介绍循环小数化为分数的方法.

### (1) 纯循环小数化为分数

先看一个例子,  $0.\dot{3} = \frac{1}{3}$ .

$$0.\dot{3} = 0.3\dot{3} \Rightarrow 0.\dot{3} \times 10 = 3.\dot{3} = 3 + 0.\dot{3}, \text{ 则 } 0.\dot{3} \times 10 - 0.\dot{3} = 3, \text{ 所以 } 0.\dot{3} = \frac{3}{10-1} = \frac{1}{3}.$$

$$0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k = 0.a_1 a_2 \cdots a_k \dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k$$

$$\Rightarrow 0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k \times 10^k = a_1 a_2 \cdots a_k \cdot a_1 a_2 \cdots \dot{a}_k = a_1 a_2 \cdots a_k + 0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k,$$

$$\text{则 } 0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k \times 10^k - 0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k = a_1 a_2 \cdots a_k \Rightarrow 0.\dot{a}_1 a_2 \cdots \dot{a}_k = \frac{a_1 a_2 \cdots a_k}{10^k - 1}.$$

结论: 纯循环小数化为分数, 分子为循环节, 分母为  $10^k - 1$ , 其中  $k$  为循环节的位数.

### (2) 混循环小数化为分数

方法: 先将小数拆分为有限小数 + 纯循环小数, 再将有限小数和纯循环小数化为分数, 最后相加.

## 三、有理数、无理数

可以写成分数的实数称为有理数, 无限不循环小数称为无理数.

### 1. 有理数与无理数的运算性质

有理数  $+、-、\times、\div$  有理数 = 有理数; 有理数  $+、-、$  无理数 = 无理数; 非零有理数  $\times、\div$  无理数 = 无理数; 无理数与无理数四则运算的结果要根据具体情况具体分析.

结论: 设  $a, b$  为有理数,  $\sqrt{c}$  为无理数, 且  $a + b\sqrt{c} = 0$ , 则  $a = b = 0$ .

### 2. 无理数的处理方法

(1) 平方  $(\sqrt{a})^2 = a$ , 可以通过两边平方去掉根号.

(2) 配方 不取  $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$ , 配成完全平方式, 可以去掉根号.

(3) 有理化  $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ , 利用平方差公式, 可进行分子有理化或者分母有理化.

### 3. 实数的整数部分和小数部分

对于任意实数  $x$ , 用  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 称  $[x]$  为  $x$  的整数部分; 令  $\{x\} = x - [x]$ , 称  $\{x\}$  为  $x$  的小数部分. 例如,  $1.7$  的整数部分为  $[1.7] = 1$ , 小数部分为  $\{1.7\} = 0.7$ ;  $-1.7$  的整数部分为  $[-1.7] = -2$  (注意不是  $-1$ , 因为  $-1$  超过了  $-1.7$ ), 小数部分为  $\{-1.7\} = -1.7 - (-2) = 0.3$ ;  $\pi$  的整数部分为  $3$ , 小数部分为  $\pi - 3$ .

性质: (1)  $x = [x] + \{x\}$ ; (2)  $0 \leq \{x\} < 1$ ; (3)  $[x] \leq x < [x] + 1$ .



## 重要题型

### 题型一 有理数、无理数的性质

#### 【题型方法分析】

(1) 有理数与无理数的运算性质;

(2) 设  $a, b$  为有理数,  $\sqrt{c}$  为无理数, 且  $a + b\sqrt{c} = 0$ , 则  $a = b = 0$ .

**例 2.1** 若  $a, b, c$  为有理数, 且  $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} = \sqrt{11 - 4\sqrt{6}}$ , 则  $a + b + c =$ .

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

**【答案】** B

**【解析】**  $\sqrt{11-4\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(2\sqrt{2})^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{2}}=\sqrt{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ , 所以  $a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ , 则  $a=0, b=2, c=-1$ , 故  $a+b+c=1$ , 选 B.

**【总结】** 处理无理数的三种方法: 平方、配方、有理化.

**例 2.2** 已知  $a$  为实数, 且  $a+\sqrt{15}$  与  $\frac{1}{a}-\sqrt{15}$  都是整数, 则  $a=(\quad)$ .

- (A)  $4-\sqrt{15}$       (B)  $4+\sqrt{15}$       (C)  $-(4+\sqrt{15})$   
 (D)  $\sqrt{15}-4$  或  $4+\sqrt{15}$       (E)  $4-\sqrt{15}$  或  $-(4+\sqrt{15})$

**【答案】** E

**【解析】** 设  $a+\sqrt{15}=m, \frac{1}{a}-\sqrt{15}=n, (m, n \in \mathbb{Z})$ , 则  $a=m-\sqrt{15}, \frac{1}{a}=n+\sqrt{15}$ , 所以, 有  $1=a \cdot \frac{1}{a}=(m-\sqrt{15})(n+\sqrt{15})=mn+(m-n)\sqrt{15}-15$ , 整理得  $mn-16+(m-n)\sqrt{15}=0$ . 再根据有理数与无理数的运算性质, 得  $mn-16=0, m-n=0$ , 解得  $m=n=4$  或  $m=n=-4$ , 所以  $a=4-\sqrt{15}$  或  $-(4+\sqrt{15})$ , 选 E.

**【总结】** 牢记有理数与无理数的运算性质, 并灵活应用以下结论: (1) 若  $a+b\sqrt{m}=0$ , 则  $a=b=0$ ; (2) 若  $a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{n}$ , 则  $a=c, b=d=0$ .

## 题型二 实数的运算

### 【题型方法分析】

- (1) 处理无理数: 平方、配方、有理化;
- (2)  $x=[x]+\{x\}; 0 \leqslant \{x\} < 1; [x] \leqslant x < [x]+1$ ;
- (3) 算式求值: 裂项法.

**例 2.3**  $1+\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{99\times 100}+\frac{1}{100\times 101}=(\quad)$ .

- (A)  $\frac{199}{101}$       (B)  $\frac{200}{101}$       (C)  $\frac{201}{101}$       (D)  $\frac{202}{101}$       (E)  $\frac{199}{201}$

**【答案】** C

**【解析】** 考查分数的运算.

$$\begin{aligned} 1+\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{99\times 100}+\frac{1}{100\times 101} \\ = 1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)+\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)=1+1-\frac{1}{101}=\frac{201}{101}. \end{aligned}$$

选 C.

**【总结】** 裂项法是常用的一种化简方法:  $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ .

**例 2.4** 已知  $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2$ , 则  $\sqrt{(a-1)^2} - |a| = (\quad)$ .

- (A) 1 (B) -1 (C)  $2a-1$  (D)  $1-2a$  (E) 0

**【答案】** A

**【解析】** 因为  $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2$ , 由根式的非负性知  $a \leq 0$ , 所以  $\sqrt{(a-1)^2} - |a| = 1 - a + a = 1$ , 选 A.

**【总结】** 注意偶次根式的非负性(根号下必须是非负的), 很多同学容易忽略基本性质.

**例 2.5** 设  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 且  $[x] + [3x] = 18$ , 则  $x$  的取值范围是( ).

- (A)  $4 \leq x < 5$  (B)  $4 \leq x < 4 \frac{1}{3}$  (C)  $4 \frac{1}{3} \leq x < 4 \frac{2}{3}$   
 (D)  $4 \frac{2}{3} \leq x < 5$  (E)  $4 < x < 5$

**【答案】** D

**【解析】** 因为  $x = [x] + \{x\}$ , 所以  $3x = 3[x] + 3\{x\}$ ; 由  $[x] + [3x] = 18$ , 得  $4[x] + [3\{x\}] = 18$ . 又  $0 \leq \{x\} < 1$ , 所以  $0 \leq 3\{x\} < 3$ , 从而  $[x] = \frac{18 - 3\{x\}}{4}$ , 解得  $\frac{15}{4} < [x] \leq \frac{18}{4}$ , 可知  $[x] = 4$ . 代入  $4[x] + [3\{x\}] = 18$ , 得  $[3\{x\}] = 2$ , 则  $\frac{2}{3} \leq \{x\} < 1$ , 故  $x$  的取值范围是  $4 \frac{2}{3} \leq x < 5$ ,

选 D.

**【总结】** 关于实数的整数部分和小数部分有以下结论:  $0 \leq n\{x\} < n$  ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ) 且

$$[n\{x\}] = \begin{cases} 0, & 0 \leq \{x\} < \frac{1}{n}, \\ 1, & \frac{1}{n} \leq \{x\} < \frac{2}{n}, \\ 2, & \frac{2}{n} \leq \{x\} < \frac{3}{n}, \\ \dots, & \dots \\ n-1, & \frac{n-1}{n} \leq \{x\} < 1. \end{cases}$$

## 第三节 比与比例



### 知识精讲

#### 一、比、比例及其性质

比例问题是考试中的必考知识点, 常以代数式整理化简和应用题形式考查.

##### 1. 比、比例的定义

###### (1) 比

两个数  $a, b$  ( $b \neq 0$ ) 相除称为这两个数的比, 记为  $a:b$  或  $\frac{a}{b}$ ; 得到的商称为  $a, b$  的比值.