

# 类电磁机制算法的研究与应用

高亮 张春江 李新宇 著  
吴擎 王晓娟

Lei Dianci Jizhi Suanfa de Yanjiu yu Yingyong



华中科技大学出版社  
<http://www.hustp.com>

# 类电磁机制算法的研究与应用

高亮 张春江 李新宇 著  
吴擎 王晓娟



华中科技大学出版社  
中国·武汉

## 内 容 简 介

本书主要介绍了一种新型的元启发式全局优化算法——类电磁机制(EM)算法。首先针对EM算法的一些不足,对其进行了改进,提出了多种改进EM算法,这些算法为后续的研究提供了指导;然后以改进的算法为基础,分别提出了求解带约束优化问题、多目标优化问题、神经网络训练问题以及模式分类问题的EM算法;并提出了采用离散排列编码方式的离散化EM算法,用来求解流水车间调度问题和装配序列规划问题;最后介绍了基于EM算法的函数优化软件。附录中给出了本书中使用的标准测试问题的详细介绍。

本书可作为计算机、自动控制、人工智能、管理科学和工业工程等专业高年级本科生和研究生的学习参考书,也可供从事计算智能、生产调度等工作的研究人员和工程技术人员参考使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

类电磁机制算法的研究与应用/高亮等著. —武汉:华中科技大学出版社,2017.11

ISBN 978-7-5680-3436-4

I. ①类… II. ①高… III. ①最优化算法-研究 IV. ①O242.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 260020 号

### 类电磁机制算法的研究与应用

Lei Dianci Jizhi Suanfa de Yanjiu yu Yingyong

高亮 张春江 李新宇  
吴擎 王晓娟 著

策划编辑:张少奇

责任编辑:张少奇

封面设计:杨小川

责任校对:李琴

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉) 电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园 邮编:430223

录排:武汉市洪山区佳年华文印部

印刷:武汉市籍缘印刷厂

开本:710mm×1000mm 1/16

印张:15.75

字数:332千字

版次:2017年11月第1版第1次印刷

定价:68.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

# 前　　言

科学研究与工程应用中的很多问题都可归结为全局优化问题,解决全局优化问题的方法一般可分为确定性算法和随机性算法两类。由于很多全局优化问题具有高维度、大规模、不可微、多局部最优等特点,确定性算法的优化效果难以满足需求,而且其所需计算时间太长,人们难以接受。随机性算法能在合理的时间内求得问题的近似最优解,因此被越来越多的学者和工程技术人员研究与应用。

元启发式算法(meta-heuristics algorithm)是一类非常重要的随机性算法。元启发式算法是在启发式算法的基础上发展而来的。“启发式”的英文为“heuristic”,来自希腊单词“*eūpískōw*”,直译为“去找到”,启发式算法往往是基于直观或者经验构造的算法。启发式算法体现了一种折中的方法论。它不再一味追求结果的精确度,而是试图在有效时间,甚至是短的时间里,找到一个令人满意的结果。启发式算法在求解过程中容易陷入局部最优解的困惑,为了避免这一问题,元启发式算法出现了。所谓元启发式算法,从算法的准确性与计算时间的折中性上看,其实质也是启发式算法。不过,这类算法试图设计一些算法迭代机制来引导启发式算法离开局部最优解进而搜索全局最优解。“元(meta)”在英语中的意思是“更高层次”,故可以将“meta-heuristics algorithm”理解为“更高层次的启发式算法”。

常用的元启发式算法包括模拟退火、进化算法、粒子群优化算法、蜂群算法、禁忌搜索算法、变邻域搜索算法、差分进化算法等。经过几十年的长足发展,元启发式算法包含的种类很多,分类也比较复杂。最全面的一种分类方法是将元启发式算法分为基于轨迹和基于种群的两类算法。

基于轨迹的算法是用单个点按照一定的规则来进行搜索,如模拟退火、禁忌搜索、迭代局部搜索和变邻域搜索等。基于种群的算法是用多个点构成一个种群,通过模拟自然界中的优胜劣汰法则(如遗传算法、差分进化算法等)或者动物种群相互协作机制(如粒子群算法、蚁群算法、蜂群算法等)进行搜索,体现了一点并行搜索的思想。

进化算法和群体智能算法是元启发式算法中具有代表性的两种算法。它们被统称为自然启发式算法(nature-inspired algorithm),都是基于种群算法的搜索算法。

1963年,Rechenberg等人提出了进化策略(evolution strategy,ES),开创了进化算法的先河。ES作为一种求解参数优化问题的方法,模仿生物进化原理,假设不论基因发生何种变化,产生的结果(性状)总遵循零均值、某一方差的高斯分布。1966

年,Fogel 等人提出了进化规划(evolutionary programming,EP)。1975 年, Holland 提出了遗传算法(genetic algorithm,GA)。GA 可能是当今影响最为广泛的进化计算方法之一。因为 GA 采用二进制编码方式,它更适合于求解离散优化问题。1980 年,Smith 提出了遗传编程(genetic programming,GP)的思想。1995 年,Storn 和 Price 提出了差分进化(differential evolution,DE)算法。相较于前面提到的 4 种经典进化算法,DE 采用实数的编码方式,基于差分的简单变异操作和一对一的选择操作,降低了遗传操作的复杂性。

群体智能(swarm intelligence)算法是另一类重要的元启发式算法。“群体智能”这一概念最先由 Gerardo Beni 等人在 1989 年提出。群体智能算法中比较有代表性的算法有人工免疫系统(artificial immune systems,AIS)、蚁群算法(ant colony optimization algorithm,ACOA)、粒子群优化算法(particle swarm optimization algorithm,PSOA)和人工蜂群算法(artificial bee colony algorithm,ABC)等。

时至今日,许多新的元启发式算法依旧不断涌现,如蝙蝠算法、布谷鸟算法、差分搜索算法、狩猎算法、磁力搜索算法、智能水滴算法、杂草入侵算法、教师学习算法、磷虾群算法等。这些元启发式算法的出现表明人们对元启发式算法的需求还远未得到满足,元启发式算法依然是当前的研究热点。

类电磁机制(electromagnetism-like mechanism,EM)算法是由 Birbil 等人在 2003 年提出的,它是一种多点随机搜索算法。它通过模拟电磁场中的吸引与排斥机制,来实现对全局最优值的搜索,故称之为类电磁机制算法(EM 算法)。到目前为止,EM 算法已经在一些优化领域得到了成功应用。将 EM 算法与其他算法进行比较,人们发现它是一种搜索能力强大的全局优化算法。与遗传算法等其他元启发式算法相比,EM 算法的收敛性已经得到了证明,这也是 EM 算法的优势之一。

在国家自然科学基金项目“一种新的多点随机搜索算法——类电磁机制算法的扩展与应用”(项目编号:60973086)、“旅游供应链协同预测方法的研究与应用”(项目编号:70901030)的资助下,我们对类电磁机制算法进行了较为系统的研究:在分析其优、缺点的基础上,对该算法提出了针对性的改进,降低了算法的计算复杂度,极大地提高了算法的性能;将 EM 算法扩展应用于约束函数优化、多目标优化、神经网络训练、模式分类等多个领域;在 EM 算法离散化方面做出了创新性工作,率先提出了两种离散化方法,并将其成功应用于流水车间调度、装配序列规划等问题。这本书正是我们研究工作的一个小结。

全书共 9 章,主要内容包括绪论(第 1 章),用 EM 算法求解无约束函数优化问题、约束函数优化问题及多目标函数优化问题(第 2~4 章),用 EM 算法训练神经网络并进行旅游供应链的预测(第 5 章),EM 算法在模式分类问题中的应用(第 6 章),用 EM 算法求解流水车间调度问题和装配序列规划问题(第 7、8 章)及基于 EM 算法

的函数优化软件开发(第9章)。本书最后还给出了所采用的标准测试问题(附录),以便于读者使用和研究。

本书的完成需要感谢国家自然科学基金的大力支持,感谢华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室高亮教授课题组全体成员付出的辛勤劳动。

由于作者水平有限,书中的错误及不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编著者

2015年12月

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	(1)
1.1 引言 .....	(1)
1.2 全局优化及其国内外研究概况 .....	(2)
1.2.1 全局优化问题简介 .....	(2)
1.2.2 确定性全局优化方法 .....	(3)
1.2.3 随机性全局优化方法 .....	(4)
1.3 类电磁机制算法的研究现状与分析 .....	(8)
1.3.1 类电磁机制算法的改进及拓展 .....	(8)
1.3.2 类电磁机制算法的应用 .....	(9)
1.4 现状总结与问题分析 .....	(9)
1.5 本书的主要内容 .....	(11)
第 2 章 基于 EM 算法的无约束函数优化方法 .....	(13)
2.1 无约束函数优化问题简介 .....	(13)
2.2 基本类电磁机制算法介绍 .....	(14)
2.2.1 基本类电磁机制算法的理论与框架 .....	(14)
2.2.2 基本类电磁机制算法的步骤 .....	(15)
2.2.3 EM 算法避免“早熟”的措施 .....	(19)
2.2.4 函数优化 .....	(20)
2.2.5 EM 算法与遗传算法的比较 .....	(21)
2.3 改进的类电磁机制算法 .....	(23)
2.3.1 移动系数类电磁机制算法 .....	(23)
2.3.2 模式局部搜索类电磁机制算法 .....	(26)
2.3.3 自适应 Solis & Wets 局部搜索类电磁机制算法 .....	(34)
2.4 本章小结 .....	(44)
第 3 章 基于 EM 算法的约束函数优化方法 .....	(45)
3.1 约束函数优化问题简介 .....	(45)
3.2 智能优化算法中的约束处理方法简介 .....	(45)
3.3 基于类电磁机制算法的约束优化方法 .....	(52)
3.3.1 改进的 EM 算法 .....	(53)

3.3.2 改进 EM 算法与 DE 算法的比较 .....	(53)
3.3.3 可行性与支配规则 .....	(55)
3.3.4 改进电量计算公式 .....	(55)
3.3.5 改进约束 EM 算法的流程 .....	(55)
3.4 约束函数优化仿真实验 .....	(56)
3.4.1 PC 配置和参数设置 .....	(56)
3.4.2 改进约束 EM 算法效率的验证 .....	(57)
3.4.3 基本函数测试集 .....	(57)
3.4.4 CEC 2006 测试函数集的仿真实验 .....	(63)
3.5 约束类电磁机制算法的工程应用 .....	(69)
3.5.1 在工程优化设计中的应用 .....	(69)
3.5.2 在铣削加工参数优化中的应用 .....	(74)
3.6 本章小结 .....	(81)
<b>第 4 章 基于 EM 算法的多目标函数优化方法 .....</b>	<b>(83)</b>
4.1 多目标函数优化问题简介 .....	(83)
4.2 多目标函数优化中的基本概念 .....	(84)
4.3 多目标方法概述 .....	(85)
4.4 多目标类电磁机制(multi-objective electromagnetism-like mechanism, MOEM)算法 .....	(87)
4.4.1 多目标类电磁机制算法的基本流程 .....	(87)
4.4.2 非支配解集 .....	(88)
4.4.3 电量与合力的计算 .....	(89)
4.4.4 移动中对越界的处理方法 .....	(89)
4.4.5 快速非支配解排序 .....	(90)
4.4.6 精英保留策略与聚集距离的计算 .....	(90)
4.5 多目标函数优化仿真实验 .....	(91)
4.5.1 测试函数 .....	(91)
4.5.2 算法参数设置 .....	(94)
4.5.3 实验结果 .....	(94)
4.6 本章小结 .....	(100)
<b>第 5 章 基于 EM 算法的人工神经网络训练方法 .....</b>	<b>(101)</b>
5.1 人工神经网络简介 .....	(101)
5.2 基于改进类电磁机制算法的人工神经网络训练方法 .....	(102)
5.2.1 前馈神经网络模型 .....	(102)

5.2.2 神经网络训练.....	(103)
5.2.3 基于 PSEM 算法的神经网络训练方法 .....	(104)
5.3 基于类电磁机制算法的神经网络在旅游需求预测中的应用 .....	(106)
5.3.1 旅游需求预测研究概述.....	(106)
5.3.2 经济计量模型.....	(107)
5.3.3 时间序列模型.....	(110)
5.4 本章小结 .....	(114)
<b>第 6 章 基于 EM 算法的模式分类方法 .....</b>	<b>(116)</b>
6.1 模式分类问题简介 .....	(116)
6.2 基于类电磁机制算法的神经网络模型在分类问题中的应用 .....	(117)
6.2.1 算法步骤.....	(117)
6.2.2 应用实例说明.....	(117)
6.2.3 试验结果与分析.....	(118)
6.3 类电磁机制算法直接应用于模式分类问题 .....	(119)
6.3.1 模式分类问题的模型.....	(119)
6.3.2 改进的 EM 算法用于分类问题 .....	(119)
6.3.3 数值试验.....	(120)
6.4 本章小结 .....	(121)
<b>第 7 章 基于离散 EM 算法的置换流水车间调度方法 .....</b>	<b>(123)</b>
7.1 流水车间调度问题及求解方法简介 .....	(123)
7.2 基于随机键的离散类电磁机制算法求解 PFSP 问题 .....	(126)
7.2.1 算法实现.....	(126)
7.2.2 置换流水车间调度实验结果与分析.....	(127)
7.2.3 置换模糊流水车间调度问题及其求解.....	(130)
7.3 基于 Path-relinking 的离散类电磁机制算法求解 PFSP 问题 .....	(138)
7.3.1 分布式置换流水车间调度问题.....	(138)
7.3.2 算法实现.....	(139)
7.3.3 实例结果与分析.....	(145)
7.4 本章小结 .....	(152)
<b>第 8 章 基于离散 EM 算法的装配序列规划方法 .....</b>	<b>(153)</b>
8.1 装配序列规划问题简介 .....	(153)
8.2 基于连接体的装配序列规划问题 .....	(156)
8.2.1 连接体的概念介绍.....	(156)
8.2.2 邻接表表示优先序列.....	(158)

---

8.2.3	相似度矩阵和目标函数.....	(159)
8.3	基于离散 EM 算法的装配序列规划算法 .....	(160)
8.3.1	总体框架.....	(160)
8.3.2	种群初始化.....	(161)
8.3.3	电量和合力的计算.....	(162)
8.3.4	粒子的移动.....	(162)
8.3.5	引导式突变 .....	(164)
8.3.6	结束准则 .....	(165)
8.4	装配序列规划问题仿真实验结果与分析 .....	(166)
8.4.1	订书机实例结果与分析.....	(166)
8.4.2	电脑主机实例结果与分析.....	(169)
8.4.3	电风扇实例结果与分析.....	(173)
8.4.4	镭射打印机实例结果与分析.....	(176)
8.4.5	结果分析与讨论.....	(180)
8.5	本章小结 .....	(180)
<b>第 9 章</b>	<b>基于类电磁机制算法的函数优化软件.....</b>	<b>(182)</b>
9.1	mfcEM1.0 简介 .....	(182)
9.2	系统体系结构 .....	(182)
9.3	原型系统实现 .....	(183)
9.3.1	OEM 无约束函数优化和 MEM 无约束函数优化 .....	(183)
9.3.2	FEM 有约束函数优化 .....	(185)
9.3.3	自定义函数优化 .....	(185)
9.4	本章小结 .....	(188)
<b>附录 A</b>	<b>第 2 章的 24 个低维无约束优化测试函数 .....</b>	<b>(189)</b>
<b>附录 B</b>	<b>第 2 章的 8 个高维无约束优化测试函数 .....</b>	<b>(193)</b>
<b>附录 C</b>	<b>第 3 章中约束函数优化标准测试集 .....</b>	<b>(194)</b>
<b>附录 D</b>	<b>第 3 章中约束函数优化工程实例 .....</b>	<b>(205)</b>
<b>附录 E</b>	<b>第 5 章中两个实例数据 .....</b>	<b>(208)</b>
<b>附录 F</b>	<b>第 8 章中镭射打印机数据 .....</b>	<b>(210)</b>
<b>参考文献</b>	<b>.....</b>	<b>(214)</b>

# 第1章 绪论

## 1.1 引言

早在 20 世纪 60 年代,全局优化问题(global optimization problem)就得到了诸多学者的关注,经过几十年的发展,全局优化逐渐发展为优化学科中的一个独立分支。由于全局优化问题本身的复杂性以及全局优化方法的广泛应用,新的全局优化方法不断涌现,而对全局优化方法的研究有助于解决很多复杂的科学和工程问题。

全局优化问题的来源非常广泛,包括经济建模、网络和运输、图像处理、数据库和芯片设计、核能和机械设计、化学工程设计与控制、分子生物学以及环境工程等<sup>[1]</sup>。解决全局优化问题的方法主要分为确定性方法和随机性方法。由于实际应用中出现的全局优化问题多表现为高维度、大规模、不可微、多局部最优等特点,确定性方法在解决这些问题时往往难以取得理想的效果,或者需要花费较长的计算时间。而随机性方法不像确定性方法那样追求解的绝对精确性,该类方法能在合理的时间内求得令人满意的近似最优解。由于它的高效性和普适性,随机性方法得到了越来越多学者的关注与研究。

在随机性优化方法中,元启发式算法以其易于实现、计算步骤简单、搜索智能化等特点获得了大量的关注。虽然元启发式算法求得的解不一定都是所求问题的最优解,但它通常能够保证算法可以在合理的时间内求得问题的近优解,并且使求得的解与问题的精确最优解尽可能地接近,同时具有较高的稳定性。目前较为经典的元启发式算法有模拟退火(simulated annealing, SA)<sup>[2]</sup>、禁忌搜索(tabu search, TS)<sup>[3-4]</sup>、遗传算法(genetic algorithm, GA)<sup>[5]</sup>、粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)<sup>[6-7]</sup>、差分进化(differential evolution, DE)<sup>[8]</sup>等算法。与传统的优化方法相比,元启发式算法具有独特的优势,其主要优点如下<sup>[9]</sup>:

(1) 元启发式算法是一类不确定的概率型全局优化方法,随着搜索的进行,元启发式算法能以更大的概率求得全局最优解,也就是说,找到优质解的概率比找到劣质解的概率高。

(2) 元启发式算法具有潜在的并行性,大部分的元启发式算法不是从一个点开始搜索,而是从多个点同时出发进行搜索,这种分布式的多智能体协作过程是异步并发进行的,分布式并行模式大大提高了整个算法的鲁棒性、运行效率和快速反应能力。

(3) 元启发式算法在优化过程中不依赖于优化问题本身的数学性质,比如它在求解问题的时候并不要求目标函数一定是连续的或者是可导的,因此元启发式算法

可以用来求解比较复杂的非线性优化问题或离散的组合优化问题。

(4) 元启发式算法具有学习能力,它能够在多变、复杂以及不确定的环境下,通过自我学习不断提高算法的适应性。

在复杂优化问题的求解上,元启发式算法显示了巨大的潜力和独特的魅力,为这类问题的求解提供了一种相当有效的方法。随着计算机技术的迅速发展,元启发式算法的发展也日新月异,很多新的元启发式算法涌现出来,如蛙跳算法(shuffled frog leaping algorithm, SFLA)<sup>[11]</sup>、水流算法(water flow-like algorithm)<sup>[12]</sup>、分形优化方法(fractal optimization approach, FOA)<sup>[13]</sup>、布谷鸟搜索(cuckoo search, CS)算法<sup>[14,15]</sup>、均匀布点优化方法<sup>[16]</sup>、人工蜂群算法(artificial bee colony algorithm, ABCA)<sup>[17,18]</sup>、帝国主义竞争算法(imperialist competitive algorithm, ICA)<sup>[19]</sup>、人口迁移算法(population migration algorithm, PMA)<sup>[20,21]</sup>、人工鱼群算法(artificial fish swarm algorithm, AFSA)<sup>[22]</sup>等。尽管新的优化方法不断涌现,但到目前为止,并没有哪一种算法在各方面的性能都比较优良,而且适用于各类全局优化问题。因此,提出更加有效和更具通用性的全局优化方法已成为学术界的研究热点。

类电磁机制(electromagnetism-like mechanism, EM)算法由 Birbil 和 Fang 于 2003 年提出,是一种新型的、基于种群的元启发式全局优化算法<sup>[23]</sup>,起初用于求解无约束函数优化问题。该算法的基本思想是模拟电磁场中的吸引与排斥机制,但两者又不完全相同,因此称之为类电磁机制算法。类电磁机制算法的原理简单,全局搜索能力较强,收敛性也已得到证明<sup>[24]</sup>,但它是一种较新型的算法,关于它的研究和应用还处在探索中。

综上,由于全局优化这一学科具有重要的科研和应用价值,对于全局优化方法的进一步研究与应用,既能丰富全局优化方法,也有利于解决全局优化问题。而类电磁机制算法作为一种具有强大搜索能力的元启发式全局优化方法,具有较高的科研价值和应用前景。

## 1.2 全局优化及其国内外研究概况

### 1.2.1 全局优化问题简介

在科学研究、工程设计以及生产、生活实践中,经常面临这样的问题:完成一件事情可能有若干个可行的方案或决策,需要在这些可行的方案中按照某个或某些特定需求去优化选择一个最好的方案,使得这些特定需求都得以满足,这类问题通常被称为全局优化问题。几乎所有的全局优化问题都可以抽象为以下数学模型:给定一个集合(称为可行域或可行集)和定义在该集合上的实值函数(称为目标函数),求目标函数在该集合上的最小(或最大)值。以最小化为例,通常可以将全局优化问题的数学模型表示如下:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in S} f(x) \\ \text{s. t. } & g_i(x) = 0 \quad i=1, 2, \dots, q \\ & h_j(x) = 0 \quad j=q+1, \dots, p \end{aligned} \quad (1-1)$$

其中  $x$  为决策变量,  $f(x)$  为目标函数,  $g_i(x)$  和  $h_j(x)$  分别为不等式约束和等式约束函数,  $S$  为全局优化问题的搜索空间, 满足所有约束条件的解空间  $D$  称为全局优化问题(1-1)的可行域。根据目标函数的数量, 优化问题又可以分为单目标优化问题和多目标优化问题两类。

在全局优化领域, 通常将现有优化方法分为确定性算法和随机性算法两大类, 如表 1-1 所示。确定性算法是当目标函数和约束函数都是某些特定要求的函数时, 直接利用现有的优化方法来解决最优问题的方法。随机性算法的一个重要分支为元启发式算法, 该类算法大都是受自然规律的启发而产生的或者是来自于人类积累的工作经验。

表 1-1 全局优化算法的分类

全局优化算法	确定性算法	分支定界法	
		单纯形法	
		松弛逼近法	
	随机性算法	随机算法	纯随机算法
			两阶段法
			分割法
		(元)启发式算法	模拟退火算法
			遗传算法
			禁忌搜索
		.....	

## 1.2.2 确定性全局优化方法

确定性全局优化方法如其名字所表示的, 方法中不含任何随机元素。常见的确定性全局优化方法有分支定界法和单纯形法等。

### 1) 分支定界法

分支定界法 (branch and bound method, BBM) 是一种求解优化问题的重要方法, 由 Land、Doig 和 Dakin 等人在 20 世纪 60 年代提出<sup>[25]</sup>。该方法的优点是它能不断缩小搜索解空间, 排除低劣的子空间。

分支定界法采用“分而治之”(divide and conquer) 的求解策略, 基本思想是把所求解的问题分解为若干个小的子问题, 继续分解这些子问题, 直至子问题不能分解或

不能产生最优解为止。从分支定界法的名称可以看出,该方法的两个关键步骤分别为分支和定界。所谓分支,是指算法根据问题的特点,将问题分解为子问题的过程。定界定义为在分支过程中为每个子问题计算其对应的目标区间上界和下界的过程。定界是为了保留有价值的或尚不能判定的分支。为了达到简化运算、加速收敛的目的,算法对一定不存在最优解的分支进行删除操作,这一过程又称为剪支。综上所述,分支定界法的基本求解步骤如下:首先将问题分解为若干个子问题,并计算出各子问题的目标值区间,然后删掉非优的子问题,对剩下的部分重新进行分支,重复上述过程,直到算法找到最优解为止。

根据求解过程中所采用的分支规则与定界方法的不同,形成了多种类型的分支定界法。分支定界法能应用于连续函数的全局优化,经适当修改后,也可应用于含离散变量的全局优化问题。因此它在很多优化问题中得到了应用,例如整数规划、非凸函数的总极值问题、分段函数的极小问题、可行集复杂的优化问题等。

## 2) 单纯形法

单纯形法(simplex algorithm)是求解线性规划问题的一种通用方法,它是在1947年由美国数学家G. B. Dantzig最先提出来的。G. B. Dantzig在1953年又提出了改进单纯形法。美国数学家C. E. Lemke于1954年提出了对偶单纯形法(dual simplex method)<sup>[26]</sup>,接着又出现了原始——对偶单纯形法等,使单纯形法更为完善。

单纯形法是建立在“若线性规划问题有最优解,则一定可以在可行域上达到最优解”这一理论基础上的。换句话说,若线性规划问题的可行域为 $n$ 维向量空间 $R^n$ 中的一个多面凸集( $n$ 为问题变量个数),则问题的最优解如果存在,一定在该凸集的某顶点处达到。称可行域的顶点所对应的可行解为基本可行解。单纯形法的基本求解步骤如下:首先从可行域中找出一个基本可行解,然后对它进行判断,看是否为最优解。若是,则停止迭代;若不是,则按照一定法则去找到一个更好的基本可行解,重新判断;若仍不是,则继续寻找,按此反复进行迭代,直至找到最优解或判断问题无有限最优解(即无界)。因为基本可行解的个数有限(小于或等于 $C_n^m$ , $m$ 为问题约束的个数),所以如果问题存在最优解,算法经过有限次迭代一定能得到问题的最优解。同理,也可以用该方法判断问题是否存在最优解。

自单纯形法被提出以来,它一直是实际应用中极其有效的优化方法。然而单纯形法的主要缺点在于,在对问题进行求解前它要求已知一个基本可行解,而在一般情况下,线性规划问题并没有明显的可行解。如果采用两阶段法获得基本可行解,必须增加人工变量,从而增加计算量。1971年,V. Klee 和 G. L. Minty 已经证明:对于一个含 $n$ 个变量的线性规划问题,G. B. Dantzig 提出的单纯形法需要经过 $2^n - 1$ 次迭代才能获得最优解<sup>[27]</sup>。不过实践证明,对于绝大多数问题,单纯形法的效率是能够令人满意的。

## 1.2.3 随机性全局优化方法

本书所讨论的类电磁机制算法属于随机性全局优化方法中的元启发式算法,本

节将重点介绍元启发式算法。元启发式算法是人类长期仔细地观察社会、生物中的自然现象,对这些自然现象有深刻理解后进行实践,逐步向大自然学习,模仿其中的自然现象的运行机制而得到的一类优化算法。由于元启发式算法的计算量比较大,算法早期的发展受到了限制,随着计算机技术的发展,大量计算工作可由计算机完成,因此元启发式算法在近些年得到了飞速发展。

元启发式算法的突出特点是对所求问题的数学模型没有特定的要求,如不需要目标函数的导数,甚至不要求目标函数是显式的,这样使得算法在求解问题时更灵活,而且可解决问题的范围也更广。尤其是对那些传统全局优化方法无法求解的复杂优化问题,元启发式算法仍能在比较合理的时间内给出问题的满意解。同时,元启发式算法的信息处理方式是隐式并行的,这样极大地提高了算法的优化效率。元启发式算法的适应性也十分好,很容易与其他算法相结合,取长补短,产生性能更好的混合优化算法。然而,元启发式算法也存在着一些不足,与传统全局优化方法相比,元启发式算法的计算花费更高,而且有时容易陷入局部最优解。元启发式算法的通用流程如图 1-1 所示。

下面简单介绍几种经典的元启发式算法。

### 1) 模拟退火算法

模拟退火(simulated annealing, SA)算法的基本思想源于物理学中固体物质的退火过程,最早是在 1953 年由 Metropolis 提出的。SA 算法是一种随机性组合优化方法,通过控制温度的变化过程来实现大范围的粗略搜索与局部的精细搜索。已有研究证明:在初始温度足够高、温度下降足够慢的情况下,SA 算法能以概率 1 收敛到全局最优解<sup>[28]</sup>。

SA 算法的基本框架如下所示。

#### Step 1. 初始化和参数设置:

产生一个初始解  $X$ ,并令当前最优值为  $X_{best} \leftarrow X$ ,初始化退火温度,迭代次数置为 0。

#### Step 2. 当算法满足终止条件时,转到 Step 3,否则重复执行下列过程。

(1) 当算法满足内部循环终止条件时,转到(2),否则执行下列过程:

- ① 从当前解  $X$  的邻域  $N(X)$  产生新的解  $X'$ ;
- ②  $X$  以一定概率接受  $X'$ ;
- ③ 更新  $X_{best}$ 。

(2) 更新温度值,迭代次数加 1,转到 Step 2。

#### Step 3. 计算终止,输出最优解 $X_{best}$ 。

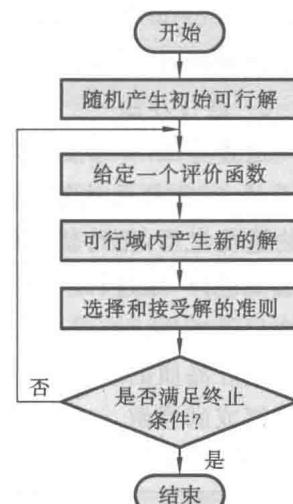


图 1-1 元启发式算法  
通用流程图

SA 算法最大的特点在于能够以一定的概率接受邻域中比当前解更差的解,这样大大增强了算法搜索过程的灵活性。而且,相对于简单问题的求解,SA 算法在求解复杂问题时效率更高。SA 算法被广泛应用于组合优化问题的求解中,如车辆路径问题<sup>[29]</sup>、二次分配问题<sup>[30]</sup>、作业车间调度问题<sup>[31,32]</sup>等。另外 G. Dueck 等基于经典模拟退火算法,采用一种确定性的接受准则,产生了一种变型算法——确定性退火(Deterministic Annealing, DA)算法<sup>[33]</sup>。还有一些研究者将 SA 算法与其他优化算法结合起来,进行了优化问题的求解<sup>[34]</sup>。

### 2) 遗传算法

遗传算法(GA)是最广为人知的进化算法,它是在 1975 年由美国密西根大学的 J. Holland 教授受达尔文进化论思想的启发提出的一种全局优化方法<sup>[35]</sup>。GA 根据生物进化过程,把待优化的目标函数类比为生物种群对环境的适应性,将问题的解表示成染色体,通过种群的一代代不断进化,模拟进化过程中基因染色体的选择、交叉和变异等操作。在进化过程中,令较好的个体具有较大的生存概率,这样有利于生成具有更好品质的后代种群。最终算法收敛到“最适应环境”的个体,从而求得问题的最优解或满意解。

GA 的基本框架如下所示。

- Step 1. 初始化种群  $P(0)$ ,通常采用随机生成的方式,并选择编码方式来构造染色体。
- Step 2. 根据问题的目标函数来构造适应度函数,评价种群  $P(0)$ ,计算各个个体的适应度值。
- Step 3. 判断计算结果是否满足算法的终止条件。若满足则输出优化结果,否则转到 Step 4。
- Step 4. 执行遗传操作。先进行交叉操作,将两个父代个体以一定的概率进行交叉操作以得到新的个体;然后对个体执行变异操作,以一定的概率改变其染色体结构中的某些基因值,产生新的个体。这样就得到了新一代种群  $P(gen)$ 。
- Step 5. 转到 Step 2,进化次数加 1。

GA 在本质上不依赖具体问题,编码技术和遗传操作也比较简单,并具有较强的鲁棒性,这些特点使得 GA 成为一种具有良好通用性的全局优化算法。近几十年来,GA 在各类问题的求解上都展现了它的强大魅力,被人们广泛地应用于组合优化、机器学习、信号处理、自适应控制和人工生命等领域<sup>[36-43]</sup>。

### 3) 禁忌搜索

禁忌搜索(tabu search, TS)算法是由美国的 Glover 教授于 1986 年正式提出的<sup>[44]</sup>,它是局部邻域搜索算法的一种扩展,是一种不完全的迭代搜索算法。TS 算法通过禁忌表记忆已搜索到的局部最优解的一些对象,在进一步的迭代搜索中尽量避开这些对象,以避免走回头路,达到跳出局部最优解的目的,从而保证对不同的有效搜索途径的探索。同时,为了防止算法“禁”掉某些可能产生最优解的“移动”,TS 算法还采用“特赦准则”让一些禁忌对象重新可选。

TS 算法的基本框架如下所示。

**Step 1. 初始化及参数设置：**

产生一个初始解  $X$ , 并令当前最优值为  $X_{best} \leftarrow X$ , 初始话禁忌表。

**Step 2. 当算法满足终止条件时, 转到 Step 3, 否则重复执行下列过程:**

- (1)生成  $X_{best}$  的邻域  $N(X_{best})$ ;
- (2)从  $N(X_{best})$  中选择一定数量的解, 作为候选解集;
- (3)从候选解集中选择最好的解作为当前最优解, 更新  $X_{best}$ ;
- (4)更新禁忌表。

**Step 3. 计算终止, 输出最优解  $X_{best}$ 。**

由于 TS 算法不需问题的特殊信息, 具有较强的通用性, 因此该算法的应用领域非常广泛, 目前主要应用在以下几个方面: 生产调度问题, 包括流水车间和作业车间调度等问题的求解<sup>[45-48]</sup>, 这也是该算法应用最广泛和成功的领域; 组合优化问题, 包括旅行商问题(travelling salesman problem, TSP)<sup>[49-51]</sup>、车辆路径问题(vehicle routing problem, VRP)<sup>[52]</sup> 和背包问题(knapsack problem, KP)<sup>[53]</sup> 等; 神经网络的设计与优化<sup>[54]</sup>; 分配问题(assignment problem, AP)<sup>[55-57]</sup> 和通信问题<sup>[58]</sup> 等。

**4) 粒子群优化算法**

美国心理学家 Kennedy 和电气工程师 Eberhart 受到自然界中鸟群觅食过程的启发, 于 1995 年提出了粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法<sup>[7,59]</sup>。该算法将优化问题的搜索空间类比为鸟群的飞行空间, 将种群中的粒子(候选解)类比为鸟群中的鸟, 将优化问题的最优解类比为食物的位置, 则算法寻找问题最优解的过程就好比鸟群寻找食物的过程。Shi 和 Eberhart 于 1998 年在原始 PSO 算法中引入了惯性权重  $\omega$ , 称该版本的 PSO 算法为标准 PSO 算法<sup>[60]</sup>。

由于 PSO 算法原理简单、全局搜索能力强、方法通用性强, 自从被提出之后, 就迅速成为学术界研究的热点。目前 PSO 算法在理论研究与应用研究方面都取得了较大进展。

理论方面, Kennedy 和 Eberhart 提出了用于解决离散问题的二进制离散 PSO 算法<sup>[61]</sup>; Ozcan 等人首先在理论方面分析了 PSO 算法的收敛性<sup>[62]</sup>; Angeline 将进化计算中“选择”的概念应用于 PSO 算法<sup>[63]</sup>; Løvbjerg 等人把“子种群”的概念引入到 PSO 算法中<sup>[64]</sup>; Peram 等人设计了一种基于适应度值和粒子间的欧几里得距离比值的 PSO 算法<sup>[65]</sup>; Van den Bergh 等人将协作行为引入到 PSO 算法中<sup>[66]</sup>; Mendes 等人提出了信息充分交流的 PSO 算法<sup>[67]</sup>; Liang 等人提出了一种综合学习 PSO 算法<sup>[68]</sup>; Fan 等人提出了一种 Nelder-Mead 单纯形法和 PSO 的混合算法<sup>[69]</sup>。

由于 PSO 算法求解优化问题的有效性, PSO 算法在各个领域得到了广泛的应用。Lian 等人将 PSO 算法用于解决车间调度问题<sup>[70]</sup>; Kathiravan 等人将 PSO 算法与梯度方法相结合来解决复合梁的强度设计问题<sup>[71]</sup>; Wang 和 Yang 提出了一种带有排序表的 PSO 算法来识别多目标优化问题中的最佳折中解<sup>[72]</sup>; Tripathi 等人在 PSO 算法中应用随时间变化的惯性权重和加速度系数用来解决多目标问题<sup>[73]</sup>;