公共管理系列教材

定量分析方法

杨　健　编著

Public Administration Series

清华大学出版社

公共管理系列教材

定量分析方法

杨 健 编著

Public Administration Series

清华大学出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

定量分析方法/杨健编著. —北京：清华大学出版社，2018
(公共管理系列教材)
ISBN 978-7-302-48000-6

Ⅰ. ①定…　Ⅱ. ①杨…　Ⅲ. ①定量分析—分析方法—高等学校—教材　Ⅳ. ①O655-34

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 207767 号

责任编辑：周　菁
封面设计：傅瑞学
责任校对：王凤芝
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　邮　　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京国马印刷厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×230mm　　印　张：27　　插　页：1　　字　　数：527 千字
版　　次：2018 年 3 月第 1 版　　印　　次：2018 年 3 月第 1 次印刷
定　　价：49.00 元

产品编号：054326-01

序

PREFACE

管理科学与运筹学是在20世纪40年代才开始同步兴起的。运筹学主要是将现实中的一些具有普遍性的经济、管理、军事问题加以提炼,然后利用数学方法进行解决。管理科学提供了大量的问题和模型,运筹学提供了丰富的理论和方法。

作为管理学的一个分支,管理科学涉及服务、库存、搜索、人口、对抗、控制、时间表、资源分配、厂址定位、能源、设计、生产、可靠性等各个方面。随着科学技术和生产的发展,管理科学已渗入很多领域,发挥着越来越重要的作用。虽然不大可能存在能处理广泛对象的运筹学,但是在运筹学的发展过程中还是形成了某些抽象模型,并能用来解决较广泛的实际问题。

运筹学和统计分析是构成定量分析方法的两条主线。本书以运筹学为主,统计分析为辅,系统地介绍了如何具体将定量分析方法运用于预测、决策等各类管理实践活动。

运筹学作为一门应用性和实践性较强的学科,注重于培养学生使用定量分析方法解决实际问题的能力。解决实际问题的学科,在处理千差万别的各种问题时,一般有以下几个步骤:确定目标、制订方案、建立模型、制定解法。运筹学在不断发展,现在已经包括很多数学分支,如数学规划(包含线性规划、非线性规划、整数规划、组合规划等)、图论、网络流、决策论、排队论、可靠性数学理论、库存论、对策论(博弈论)、搜索论、模拟等。

运筹思维自古有之，所谓"运筹帷幄之中，决胜千里之外"更是家喻户晓。运筹学可以根据问题的要求，通过数学的分析、运算，得出各种各样的结果，最后提出综合性的合理安排，以达到最好的效果。鉴于管理科学与运筹学同源，国际上运筹学与管理科学两大协会合并成立了 INFORMS(美国运筹学和管理科学研究协会)，至此管理科学更是花繁叶茂！

本书在每篇伊始介绍理论知识产生的历史背景与应用问题，然后引入定义与基本定理，再通过例题详细讲解理论方法的应用，最后在每篇结尾部分附有案例分析和习题。

本书适合作为 MPA、MBA、EMBA 等研究生的教材，也可作为对定量分析感兴趣的研究人员的学习参考资料。

CONTENTS

目录

第1篇 基础知识

第 2 篇　预测理论

第3篇 排 队 论

第4篇 模 拟 理 论

第5篇 计划评审技术

第 6 篇　图和网络

第 7 篇　线性规划

第 8 篇 整数规划

第 9 篇 非线性规划

第 10 篇 决策分析

第 11 篇　对　策　论

第1篇

Part 1

基础知识

第1章 微积分

CHAPTER 1

1. 微积分学概述

微积分学是微分学和积分学的总称。

客观世界的一切事物,小至粒子,大至宇宙,始终都在运动和变化着。因此,在数学中引入变量的概念后,就有可能把运动现象用数学语言来加以描述。

由于函数概念的产生和运用的加深,也由于科学技术发展的需要,一门新的数学分支就继解析几何之后产生了,这就是微积分学。微积分学这门学科在数学发展中的地位是十分重要的,可以说它是继欧氏几何后,数学中最伟大的创造。

2. 微积分学的建立

在17世纪,微积分成为一门学科,但是,微分和积分的思想在古代就已经有了。

公元前3世纪,古希腊的阿基米德在研究解决抛物弓形的面积、球和球冠面积、螺线下面积和旋转双曲体的体积的问题中,就隐含着近代积分学的思想。作为微分学基础的极限理论来说,早在中国古代已有比较清楚的论述。例如我国的庄周所著的《庄子》一书的"天下篇"中,记有"一尺之棰,日取其半,万世不竭"。三国时期的刘徽在他的割圆术中提道:"割之弥细,所失弥小,割之又割,以至于不可割,则与圆周和体而无所失矣。"这些都是朴素的,也是很典型的极限概念。

公元5世纪,拜占庭的普罗克拉斯(410—485)是欧几里得《几何原本》的著名评述者。他在研究直径分圆问题时,注意到圆的一根直径分圆成两个半圆,由于直径有无穷多,所以必须有两倍无穷多的半圆。为了解释这个在许多人看来是一个矛盾的问题,他指出:任何人只能说有很大很大数目的直径或者半圆,而不能说实实在在有无穷多的直径或者半圆,也就是说,无穷只能是一种观念,而不是一个数,不能参与运算。其实,他在这里是接受了亚里士多德的潜无穷的概念,而否认实无穷的概念,对这种对应关系采取了回避的态度。

到了17世纪,有许多科学问题需要解决,这些问题也就成了促使微积分产生的因素。归结起来,大约有四种主要类型的问题:第一类问题是研究运动的时候直接出现的,

也就是求即时速度的问题；第二类问题是求曲线的切线问题；第三类问题是求函数的最大值和最小值问题；第四类问题是求曲线长、曲线围成的面积、曲面围成的体积、物体的重心、一个体积相当大的物体作用于另一物体上的引力。

17 世纪许多著名的数学家、天文学家、物理学家都为解决上述几类问题做了大量的研究工作，如法国的费尔玛、笛卡儿、罗伯瓦、笛沙格，英国的巴罗、瓦里士，德国的开普勒，意大利的卡瓦列利等人都提出许多很有建树的理论。他们为微积分的创立做出了贡献。

17 世纪下半叶，在前人工作的基础上，英国科学家牛顿和德国数学家莱布尼茨分别在自己的国度里独自研究和完成了微积分的创立工作，虽然这只是十分初步的工作。他们的最大功绩是把两个貌似毫不相关的问题联系在一起，一个是切线问题（微分学的中心问题），另一个是求积问题（积分学的中心问题）。

牛顿和莱布尼茨建立微积分的出发点是直观的无穷小量，因此这门学科早期也称为无穷小分析，这正是现在数学中分析学这一大分支名称的来源。牛顿研究微积分着重于从运动学来考虑，莱布尼茨却是侧重于几何学来考虑的。

牛顿在 1671 年写了《流数法和无穷级数》一书，这本书直到 1736 年才出版。他在书中指出，变量是由点、线、面的连续运动产生的，否定了以前自己认为的变量是无穷小元素的静止集合。他把连续变量叫作流动量，把这些流动量的导数叫作流数。牛顿在流数术中所提出的中心问题是：已知连续运动的路径，求给定时刻的速度（微分法）；已知运动的速度，求给定时间内经过的路程（积分法）。

德国的莱布尼茨是一位博才多学的学者。1684 年，他发表了现在世界上认为是最早的微积分文献。这篇文章有一个很长而且很古怪的名字：《一种求极大极小和切线的新方法，它也适用于分式和无理量，以及这种新方法的奇妙类型的计算》。这是一篇说理颇为含糊的文章，但具有划时代意义。它已含有现代的微分符号和基本微分法则。1686 年，莱布尼茨发表了第一篇积分学的文献。他是历史上最伟大的符号学者之一，他所创设的微积分符号，远远优于牛顿的符号，这对微积分的发展有极大的影响。现在使用的微积分通用符号就是当时莱布尼茨精心选用的。

数学家将无穷小量引进数学，构成所谓“无穷小演算”，这就是微积分的最早名称。所谓积分法无非是无穷多个无穷小量加在一起，而微分法则是两个无穷小量相除。微积分学的创立，极大地推动了数学的发展，过去很多初等数学束手无策的问题，运用微积分往往迎刃而解，显示出微积分学的非凡威力。一门科学的创立绝不是某一个人的业绩，它必定是经过很多人的努力后，在积累了大量成果的基础上，最后由某个人或几个人总结完成的。微积分也是这样。

不幸的是，人们在欣赏微积分的宏伟功效之余，在提出谁是这门学科的创立者的时候，竟然引起了一场轩然大波，造成了欧洲大陆的数学家和英国数学家的长期对立。英国数学在一个时期里闭关锁国，囿于民族偏见，过于拘泥在牛顿的“流数术”中停步不前，

导致数学发展整整落后了一百年。其实,牛顿和莱布尼茨分别是自己独立研究,在大体上相近的时间里先后完成的。比较特殊的是,牛顿创立微积分要比莱布尼茨早10年左右,但是正式公开发表微积分这一理论,莱布尼茨却要比牛顿早3年。他们的研究各有长处,也都各有短处。那时候,由于民族偏见,关于发明优先权的争论竟从1699年始延续了一百多年。

由于无穷小量运算的引进,无穷大自然而然地进入数学,虽然它给数学带来前所未有的繁荣和进步,但它的基础及其合法性仍然受到许多数学家的质疑,他们对无穷仍然心存疑虑,这方面以"数学家之王"高斯(1777—1855)的意见为代表。高斯是一个潜在无穷论者,他在1831年7月12日给他的朋友舒马赫尔的信中说:"我必须强烈地反对你把无穷作为一完成的东西来使用,因为这在数学中是从来不允许的。无穷只不过是一种谈话方式,它是指一种极限,某些比值可以任意地逼近它,而另一些则容许没有限制地增加。"这里极限的概念只不过是一种潜在的无穷过程。高斯反对那些哪怕是偶尔使用的一些无穷的概念,甚至是无穷的记号的人,特别是当他们把它当成是普通数一样来考虑时。

应该指出,这和历史上任何一项重大理论的完成都要经历一段时间一样,牛顿和莱布尼茨的工作也都是很不完善的。他们在无穷和无穷小量这个问题上,其说不一,十分含糊。牛顿的无穷小量,有时候是零,有时候不是零而是有限的小量;莱布尼茨的也不能自圆其说。这些基础方面的缺陷,最终导致了第二次数学危机的产生。

直到19世纪初,法国科学学院的科学家以柯西为首,对微积分的理论进行了认真研究,建立了极限理论,后来又经过德国数学家维尔斯特拉斯进一步严格化,使极限理论成为微积分的坚定基础,从而使微积分进一步发展开来。

其实,不论是欧氏几何,还是上古和中世纪的代数学,都是一种常量数学,而微积分才是真正的变量数学,是数学中的大革命。微积分是高等数学的主要分支,不只局限在解决力学中的变速问题,它还驰骋在近代和现代科学技术园地里,建立了数不清的丰功伟绩。任何新兴的、具有无量前途的科学成就都吸引着广大的科学工作者。在微积分的历史上也闪烁着这样一些明星:瑞士的雅科布·伯努利和他的兄弟约翰·伯努利、欧拉,法国的拉格朗日、柯西……,伟人所开创的微积分学将通过学者们的传承而惠泽人类!

第1节 函 数

1. 函数的概念

定义 1.1.1 设在某个变化过程中有两个变量 x 和 y,变量 y 随变量 x 的变化而变化,如果变量 x 在非空实数集合 D 中取某个数值时,变量 y 依照某一规律 f 总有一个确定的数值与之对应,则称变量 y 为变量 x 的函数,记作

$$y = f(x)$$