



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

有色金属
理论与技术前沿丛书
SERIES OF THEORETICAL AND TECHNOLOGICAL FRONTIERS OF
NONFERROUS METALS

大地电磁贝叶斯反演方法与理论

BAYESIAN INVERSION FOR MAGNETOTELLURIC PROBLEMS

郭荣文 柳建新 著
Guo Rongwen Liu Jianxin



中南大学出版社
www.csupress.com.cn



中国有色集团



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

有色金属理论与技术前沿丛书

大地电磁贝叶斯反演方法与理论

BAYESIAN INVERSION FOR MAGNETOTELLURIC PROBLEMS

郭荣文 柳建新 著
Guo Rongwen Liu Jianxin



中南大學出版社
www.csupress.com.cn



中国有色集团

图书在版编目 (C I P) 数据

大地电磁贝叶斯反演方法与理论 / 郭荣文, 柳建新著. --长沙:
中南大学出版社, 2017. 10

ISBN 978 - 7 - 5487 - 2748 - 4

I . ①大… II . ①郭… ②柳… III . ①大地电磁场—贝叶斯方法—
研究 IV . ①P318.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 061349 号

大地电磁贝叶斯反演方法与理论

DADI DIANCI BEIYESI FANYAN FANGFA YU LILUN

郭荣文 柳建新 著

责任编辑 刘小沛

责任印制 易红卫

出版发行 中南大学出版社

社址: 长沙市麓山南路 邮编: 410083

发行科电话: 0731 - 88876770 传真: 0731 - 88710482

印 装 长沙超峰印刷有限公司

开 本 720 × 1000 1/16 印张 7.75 字数 151 千字

版 次 2017 年 10 月第 1 版 2017 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5487 - 2748 - 4

定 价 35.00 元

图书出现印装问题, 请与经销商调换

内容简介

Introduction

为了及时总结“资源与灾害探查”湖南省高校创新团队的研究成果，柳建新教授组织团队中部分从事电(磁)法和深部地球物理研究的骨干人员，撰写了《地球物理计算中的迭代解法及其应用》《直流激电反演成像理论与方法应用》《大地电磁贝叶斯反演方法与理论》《频率域可控源电磁法三维有限元正演》《便携式近地表频率域电磁法仪器及其信号检测》《东昆仑成矿带典型矿床电(磁)响应特征及成矿模式识别》《青藏高原东南缘地面隆升机制的地震学问题》和《青藏高原岩石圈力学强度与深部结构特征》共8本专著，集中反映团队最新的相关理论与应用研究成果。

本书在全面论述贝叶斯反演理论与方法的最新进展及其在工程领域特别是在地球物理反演中的应用基础上，将贝叶斯概率反演推断方法系统地应用于解决大地电磁数据反演问题。本书涉及固定维模型空间和跨维模型空间贝叶斯反演方法。对固定维模型空间的大地电磁贝叶斯反演，研究了反演问题的非线性及未知数据误差等对反演结果的影响。跨维贝叶斯大地电磁反演将地电模型空间的参数化(空间维数)和数据噪声的参数化(空间维数)当成未知数包含在反演过程中，由数据本身的信息确定，将有限的模型和数据参数化信息包含在对反演结果的不确定度估计中。

本书内容基于本课题组在大地电磁贝叶斯反演理论与方法上的最新研究成果，可供其他工程领域的研究人员参考，也可作为高校和科研院所相关专业教师和研究生的参考用书。

作者简介

About the Author

郭荣文 男, 副教授, 硕士生导师, 1980 年 1 月生, 江西赣州人。2007 年受建设高水平研究型大学公派研究生项目资助于加拿大维多利亚大学留学, 2015 年 1 月至 2017 年 1 月在俄勒冈州立大学从事博士后研究。美国勘探地球物理学会(SEG)会员, 美国地球物理联合会(AGU)会员。担任 *Geophysics*、*Journal of Earth Science* 等地球物理专业期刊审稿专家。主要从事勘探地球物理数据处理与解释和电磁法勘探的正反演理论及结果不确定度评价等研究。已发表 SCI/ EI/ ISTP 检索论文 16 篇, 其中 SCI 检索 10 篇。以第一完成人获软件著作权和省、部级二等奖各 1 项, 出版专著、论文集 2 本。作为负责人承担国家自然科学基金青年基金项目、国家自然科学基金面上项目和中国博士后面上基金一等奖各 1 项, 参与国家自然科学基金项目 2 项、863 科技项目 1 项, 承担中国地调局国家专项调查项目 2 项。

柳建新 男, 教授, 博士生导师, 1962 年 5 月生, 1979 年考入中南矿冶学院应用地球物理专业。现为中南大学地球科学与信息物理学院副院长、新世纪百千万人才工程国家级人选、教育部新世纪优秀人才支撑计划获得者、湖南省“121”人才、“地球探测与信息技术”学科带头人、有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室主任、湖南省第十一届政协常委, 兼任国家自然科学基金委员会评审组成员、湖南省地球物理学会第六、第七届理事长、中国地球物理学会第九届理事会常务理事、中国有色金属学会第七届理事会理事、中国有色金属工业协会专家委员会委员、“全国找矿突破战略行动”专家技术指导组专家、中南大学第二届知识分子联谊会理事长。长期从事矿产资源勘探、工程勘察领域的理论与应用研究, 在深部隐伏矿产资源精确探测与定位、生产矿

山深部地球物理立体填图、地球物理数据高分辨处理与综合解释、工程地球物理勘察等方面具有深入研究并取得了大量研究成果。获国家发明二等奖 1 项、国家科技进步二等奖 1 项、国家科技进步三等奖 1 项，省、部级科技进步一等奖 7 项、二等奖 4 项、三等奖 2 项。申报专利 8 项，其中 4 项获得授权。出版专著 14 本，发表论文近 240 余篇，其中 SCI、EI 收录 112 篇。

学术委员会

Academic Committee

国家出版基金项目
有色金属理论与技术前沿丛书

主任

王淀佐 中国科学院院士 中国工程院院士

委员 (按姓氏笔画排序)

于润沧	中国工程院院士	古德生	中国工程院院士
左铁镛	中国工程院院士	刘业翔	中国工程院院士
刘宝琛	中国工程院院士	孙传尧	中国工程院院士
李东英	中国工程院院士	邱定蕃	中国工程院院士
何季麟	中国工程院院士	何继善	中国工程院院士
余永富	中国工程院院士	汪旭光	中国工程院院士
张文海	中国工程院院士	张国成	中国工程院院士
张 懿	中国工程院院士	陈 景	中国工程院院士
金展鹏	中国科学院院士	周克崧	中国工程院院士
周 廉	中国工程院院士	钟 掘	中国工程院院士
黄伯云	中国工程院院士	黄培云	中国工程院院士
屠海令	中国工程院院士	曾苏民	中国工程院院士
戴永年	中国工程院院士		

编辑出版委员会

Editorial and Publishing Committee

国家出版基金项目
有色金属理论与技术前沿丛书

主任

罗 涛(教授级高工 中国有色矿业集团有限公司总经理)

副主任

邱冠周(教授 国家“973”项目首席科学家)

陈春阳(教授 中南大学党委常委、副校长)

田红旗(教授 中南大学副校长)

尹飞舟(编审 湖南省新闻出版局副局长)

张 麟(教授级高工 大冶有色金属集团控股有限公司董事长)

执行副主任

王海东 王飞跃

委员

苏仁进 文援朝 李昌佳 彭超群 谭晓萍

陈灿华 胡业民 史海燕 刘 辉 谭 平

张 曜 周 颖 汪宜晔 易建国 唐立红

李海亮

总序

Preface

当今有色金属已成为决定一个国家经济、科学技术、国防建设等发展的重要物质基础，是提升国家综合实力和保障国家安全的关键性战略资源。作为有色金属生产第一大国，我国在有色金属研究领域，特别是在复杂低品位有色金属资源的开发与利用上取得了长足进展。

我国有色金属工业近 30 年来发展迅速，产量连年来居世界首位，有色金属科技在国民经济建设和现代化国防建设中发挥着越来越重要的作用。与此同时，有色金属资源短缺与国民经济发展需求之间的矛盾也日益突出，对国外资源的依赖程度逐年增加，严重影响我国国民经济的健康发展。

随着经济的发展，已探明的优质矿产资源接近枯竭，不仅使我国面临有色金属材料总量供应严重短缺的危机，而且因为“难探、难采、难选、难冶”的复杂低品位矿石资源或二次资源逐步成为主体原料后，对传统的地质、采矿、选矿、冶金、材料、加工、环境等科学技术提出了巨大挑战。资源的低质化将会使我国有色金属工业及相关产业面临生存竞争的危机。我国有色金属工业的发展迫切需要适应我国资源特点的新理论、新技术。系统完整、水平领先和相互融合的有色金属科技图书的出版，对于提高我国有色金属工业的自主创新能力，促进高效、低耗、无污染、综合利用有色金属资源的新理论与新技术的应用，确保我国有色金属产业的可持续发展，具有重大的推动作用。

作为国家出版基金资助的国家重大出版项目，“有色金属理论与技术前沿丛书”计划出版 100 种图书，涵盖材料、冶金、矿业、地学和机电等学科。丛书的作者荟萃了有色金属研究领域的院士、国家重大科研计划项目的首席科学家、长江学者特聘教授、国家杰出青年科学基金获得者、全国优秀博士论文奖获得者、国家重大人才计划入选者、有色金属大型研究院所及骨干企

业的顶尖专家。

国家出版基金由国家设立，用于鼓励和支持优秀公益性出版项目，代表我国学术出版的最高水平。“有色金属理论与技术前沿丛书”瞄准有色金属研究发展前沿，把握国内外有色金属学科的最新动态，全面、及时、准确地反映有色金属科学与工程技术方面的新理论、新技术和新应用，发掘与采集极富价值的研究成果，具有很高的学术价值。

中南大学出版社长期倾力服务有色金属的图书出版，在“有色金属理论与技术前沿丛书”的策划与出版过程中做了大量极富成效的工作，大力推动了我国有色金属行业优秀科技著作的出版，对高等院校、研究院所及大中型企业的有色金属学科人才培养具有直接而重大的促进作用。

王立佐

2010年12月

前言

Foreword

由于反演问题内在的非唯一性，使得传统的单点最优模型反演结果不能全面反映数据所包含的模型信息，即无法获得模型不确定度信息。贝叶斯反演将所有关于数据和模型的信息包含在后验概率密度函数中，提供了丰富的模型信息，为反演结果的不确定度估计提供了天然框架。通过贝叶斯反演，不仅能获得最佳的模型参数估计信息，还可获得模型参数间的相互关系和模型的不确定度等信息。基于这些优点，最近几十年来贝叶斯反演在工程领域的应用获得了越来越多的关注。

贝叶斯反演可分为固定维度和可变维度的模型参数空间贝叶斯反演。前者假设模型参数化(空间维数)为已知量，通过对后验概率密度函数采样积分获得模型参数的概率统计信息。后者将模型参数化(空间维数)当成未知量包含在反演中，其大小由测量数据和先验信息共同确定，又称为跨维贝叶斯反演。在实际工程应用中特别是在地球物理勘探中，实测数据的模型空间大小通常是未知的，人为地选择某种模型会给反演结果带来主观偏差。而跨维贝叶斯反演将实测数据中有限的模型参数化信息包含在后验概率密度函数中，进而包含在模型不确定度估计中。近些年，跨维贝叶斯反演无论在方法理论上，还是在实际应用中都得到了快速发展，成为当今地球物理反演研究的热点之一。

本书全面阐述了贝叶斯反演在大地电磁数据解释中的技术发展和应用现状，以及最新研究成果。全书共分为 10 章，其中第 1 章主要介绍贝叶斯反演的研究现状。第 2 章～第 6 章为固定维模型空间的贝叶斯反演：第 2 章介绍了基于贝叶斯理论的线性反演理论与方法；第 3 章介绍了非线性贝叶斯反演的基本理论与方法，同时增加了一些最新的反演方法技术；第 4 章提出基于主轴空间的自适应纯形下降模拟退火法，并分析了该算法在实际反演中的应用效果；第 5 章利用前面章节提出的贝叶斯反演理论与方

法对大地电磁反演的非线性进行了分析，同时研究了不同非物理参数对反演结果的影响；第6章对大地电磁数据频率和空间相关噪声对大地电磁数据贝叶斯反演结果的影响进行了分析。第7章~第9章为跨维贝叶斯反演：第7章主要介绍跨维贝叶斯反演的理论与方法，其中重点讲述跨维贝叶斯反演方法的具体实现策略，该部分内容涉及贝叶斯反演理论和方法的最新研究成果；第8章涉及跨维贝叶斯反演新方法、新技术的有效性分析；第9章运用跨维贝叶斯反演方法研究了模型参数化和数据参数化对大地电磁数据反演结果的影响。第10章对本书所做的工作进行了总结，概括了所采用的贝叶斯反演方法与技术，以及其在大地电磁数据解释中的应用情况。

本书得到了国家自然科学基金项目(41204081, 41174103, 41674080, 41674079)、中南大学创新驱动计划项目(2015CX008, 2016CX005)资助。该书大部分工作是在与加拿大维多利亚大学 Stan Dosso 课题组紧密合作下完成的，在此谨向他们表达深深的谢意！

由于作者水平有限，时间仓促，不当之处在所难免，敬请广大读者提出宝贵的意见。

作者
2016年11月

目录

Contents

第1章 概述	(1)
1.1 研究意义	(1)
1.2 国内外研究现状	(4)
第2章 基于贝叶斯理论的传统反演方法	(8)
2.1 简介	(8)
2.2 线性贝叶斯反演	(9)
2.2.1 加权二范数法	(10)
2.2.2 加权 - 范数法	(13)
2.2.3 病态问题的反演	(14)
2.3 线性化反演	(17)
第3章 非线性贝叶斯反演	(18)
3.1 贝叶斯理论	(18)
3.2 包含非地电参数的贝叶斯反演	(19)
3.2.1 模型参数化	(20)
3.2.2 超参数化贝叶斯反演	(21)
3.2.3 欠参数化非线性贝叶斯反演	(23)
3.3 非线性不确定度估计: Metropolis - Hastings 采样数值积分	(25)
3.4 采样温度	(28)
3.5 数据误差估计	(29)
第4章 主轴空间的自适应纯形下降模拟退火法	(31)
4.1 主轴空间的扰动	(31)
4.2 算法评价	(32)

4.3 实例分析	(33)
4.3.1 合成模型分析	(34)
4.3.2 实际数据的反演	(39)
第5章 1D大地电磁法固定参数化贝叶斯反演推断	(42)
5.1 简单的三层模型	(42)
5.2 五层模型	(46)
5.2.1 欠参数化分析	(46)
5.2.2 超参数化分析	(52)
5.3 COPROD1 数据的贝叶斯推断	(55)
5.4 数据误差后验检验	(61)
第6章 数据相关噪声对大地电磁反演影响研究	(63)
6.1 频率相关噪声研究	(64)
6.2 空间相关噪声研究	(67)
第7章 跨维贝叶斯反演理论	(70)
7.1 跨维贝叶斯反演基本理论	(70)
7.2 跨维蒙特卡罗积分法	(71)
7.3 并行回火采样	(74)
7.4 计算模型参数协方差矩阵的单位滞后法	(76)
第8章 跨维空间贝叶斯反演算法有效性分析	(78)
8.1 不同建议分布的并行回火采样	(78)
8.2 大地电磁法跨维贝叶斯反演有效性分析	(82)
第9章 大地电磁相关噪声数据的跨维贝叶斯反演	(87)
9.1 跨维自回归数据噪声模型	(87)
9.2 收敛性判断	(88)
9.3 反演结果分析	(89)
9.4 COPROD1 实测数据分析	(96)
第10章 结论	(99)
参考文献	(102)

第1章 概述

1.1 研究意义

由于大地电磁(MT)测深数据存在噪声且所利用的频率有限,因此其对测量数据的反演解释是非唯一性^{[1][2][3]}的。传统的反演方法是从某种特定的模型中寻找、搜索能解释测量数据的最佳拟合单点估计模型,比如平滑模型^{[1][4][5][6]}、分块不连续模型^{[7][8]}及它们的综合体^{[9][10]}等。然而传统反演的单点估计,到底含有多少模型信息及其有效性如何?特定的参数化对反演结果的影响有多大?这些均是MT正反演有待解决的关键问题。Tarantola等^[11]早在1987年就指出由于数据及理论本身的误差,即不确定性,满足某种要求的模型很多(有的模型甚至相差很大),反演结果应该能体现这种不确定性,且与数据所包含的信息一致,即数据反演解释只能推断出数据所包含的信息。将所有数据决定的模型信息都提取出来,以不确定度等量化概率表示,这种方法比传统的最佳单点估计获得的信息更丰富,为单点估计及其不确定度的评价提供了方法、手段,具有更强的理论和实际意义。

本书主要研究采用贝叶斯反演理论解释MT测深数据及传统线性化误差估计的有效性,获取地电介质的不确定度信息,对反演问题的非线性进行分析。贝叶斯理论,是将测量数据、测量数据误差、参数维数及地电参数都当成随机变量,将测量数据和先验信息自然地包含在高维的后验概率密度函数中,故参数的一切信息都可以通过后验概率密度函数的贝叶斯推断得到。这些信息包括模型的单点估计(平均值、最大似然解)、不确定度信息(协方差矩阵,边缘概率分布和置信区间)及相关度信息(相关度矩阵)等,这些信息的获取需要对反演问题进行优化,求最优模型(或初始模型)和在高维模型空间中进行积分。由于一切非地电参数未知量都可以以随机变量的形式包含在后验概率密度函数中一起进行反演,根据测量数据和先验信息自行确定,不需要人为假设,因此为反演提供了更丰富的、客观的模型信息。

但是贝叶斯反演^{[11][12][13][14]}需要在模型空间中进行大量的采样(几万次至上百万次),计算量大。要在高维模型空间(当前情况下主要指二维)中进行贝叶斯反演,当前的正演效率(比如二维的计算时间为几秒到几十秒)不易实现;实际反

演问题中,数据的误差及其他非地电参数(如正则化因子)的变化对反演的影响有待于进一步了解。对于参数空间相关性比较强的问题,Metropolis Hastings 采样和全局搜索方法的效率可能会受到严重影响。在地球物理反演中, Metropolis Hastings 采样对于多峰模型空间是否完全有效还有待于探讨。贝叶斯的信息推断在高维模型空间中实现的难度较大,如二维(2D)、三维(3D)甚至更高维的边缘概率分布等。地球物理反演中的另一个重要问题是传统反演线性化误差估计的可靠性问题,是否所有反演问题的线性化误差估计都正确、有效,需要进一步研究。

近年来计算数学、拓扑学、概率统计学及相应的工程学科领域的发展,为贝叶斯反演提供了理论基础和应用条件。更高效的线性方程组求解方法^{[15][16]},如多重网格法等,最近发展起来的高效优化方法^{[17][18][19][20][21]},如综合了纯形下降的模拟退火法(ASSA)、主轴空间的 ASSA、其他综合梯度搜索的模拟退火法、综合梯度搜索的遗传算法等高效全局方法等,它们已经应用到贝叶斯反演中,以寻求理想的初始模型。采样技术也得到了较大发展,如 Metropolis Hastings 采样^[22]、Gibbs 采样^[23]、主轴空间的 Metropolis Hastings 采样^[14]等方法的出现,以及综合了数据信息、参数先验信息以及模型参数等的贝叶斯理论^[11]在后验概率密度函数中的应用。一些非地电参数如数据误差和正则化参数等,不需要人为地预先假定,而是作为未知数包含在贝叶斯反演公式中^[24]。在贝叶斯反演中,这些参数根据地球物理数据求得。随着人类对资源需求的日益增加,现有资源的枯竭,人类在资源勘探上的投入越来越大,对地球物理数据解释的鲁棒性也提出了更高的要求。对地球物理数据的反演解释,不单单是寻求单点最佳模型,还要对反演结果的不确定度做出评价和解释,对反演中常用的线性化不确定度估计进行非线性评价。为了更准确、多角度地反演解释测量数据,贝叶斯反演已广泛用于石油勘探中;在军事上,其广泛应用于声呐探测的反演解释。

为了实现在未知数据误差下,对大地电磁数据进行反演,获得反演结果的不确定度,本书应用了最新的一般化方法、技术,实现对反演结果的非线性无偏差估计。把非地电参数以随机变量形式包含在反演中,而不是人为事先给定具体值,研究它们在反演中对反演结果不确定度的影响。针对参数强相关的模型空间,提出了主轴空间的纯形下降模拟退火法,提高了随机搜索过程中的扰动效率,加快了收敛,快速得到了反演的起始模型。Metropolis Hastings 采样在强相关性参数空间中,收敛性比较慢,为此同样将物理模型空间旋转到主轴空间进行采样,以提高采样效率。为了使采样过程彻底、完全,本书采用非单位温度的采样方式使得采样过程能自由地在不同的彼此分开的高概率区跳跃,然后矫正到单位温度上进行不确定度计算。利用无偏差采样的贝叶斯推断与传统反演的线性化误差估计对比,对传统线性化误差估计进行有效性评价。地球物理工作者可以根据贝叶斯推断对参数信息做出一致性解释及信息的取舍,以提高对测量数据解释的

准确度，贝叶斯推断在工程勘探和资源勘探中有重要的现实意义和理论意义。

现有的大地电磁反演方法都是基于这一假设：数据误差(噪声)在频率上和空间上不相关(即噪声的频率和空间不相关性)或不考虑误差水平。这一假设使得我们在构造反演目标函数时变得较容易，而且对于理论合成模型(通常没有加入频率或空间相关噪声)和高质量的实测数据，这一假设也是合理的。然而在实际的野外测量中，早在 1986 年 Egbert 和 Booker^[25]就观察到由于受到有限场源的影响(比如有限源的磁暴)，实测数据的噪声在同通道上相近的不同频率点上是相关的。利用 2D、3D 的 MT 观测，可以有效地提高数据反演的解释精度，减少解的非唯一性。但是野外观测数据通常受人文噪声影响(比如工业漏电)，使得通道间的(或测站间)电磁数据噪声具有空间相关性^[26]。Egbert^[27](1997)指出这种噪声的空间相关性还表现出与电磁信号的周期关系复杂等特点，任何方法都无法保证这种空间相关误差的消除。频率和空间相关噪声的存在使得 MT 反演解释的结果与实际物理模型可能产生严重的偏差，甚至导致错误的解释结果。这些相关噪声可能造成现有地球物理反演解释方法在反演理论模型中得到较好的效果，而一旦应用到实际 MT 勘探数据中就效果不佳。因此在大地电磁法数据的反演解释中，有必要考虑频率和空间相关噪声对反演结果的影响，本书将研究它们对反演结果的影响规律。

参数化对反演解释的影响可以通过采用基于可逆跳跃马尔可夫链蒙特卡罗(rj MCMC) Metropolis Hastings 采样(为了方便表示简写成跨维 Metropolis Hastings 采样)的贝叶斯反演理论来获取。在跨维 Metropolis Hastings 贝叶斯理论中，测量数据、测量数据误差、参数维数及地电参数都被当成随机变量，将测量数据和先验信息自然地包含在高维的后验概率密度函数中，参数的一切信息都可以通过后验概率密度函数的贝叶斯推断得到，实现自动参数化贝叶斯反演。类似固定维贝叶斯反演，这些信息包括模型的单点估计(平均值、最大似然解)、不确定度信息(协方差矩阵、边缘概率分布剖面和置信区间)及相关度信息(相关度矩阵)等，这些信息的获取需要对反演问题求最优模型并在高维模型空间中进行积分。由于一切非地电参数未知量可以以随机变量的形式包含在后验概率密度函数中一起进行反演，根据测量数据和先验信息自行确定，不需要人为假设，这为反演提供了丰富的模型信息。

在 rj MCMC 采样中一个挑战性的问题是如何使新模型的产生具有合理的接受率，特别是在每层涉及多个地球物理参数的问题中，因为新产生的参数值必须以当前模型为中心随机生成，同时还要保证较高的似然性(好的数据拟合程度)。近年来，并行回火方法已应用于跨维地球物理反演，通过引入一系列连续提高模型似然性的马尔可夫链，在采样过程中使这些链相互作用，以提高新模型产生或旧模型消亡的接受率。回火链模型交换可以提高低似然模型的接受率，从而改变