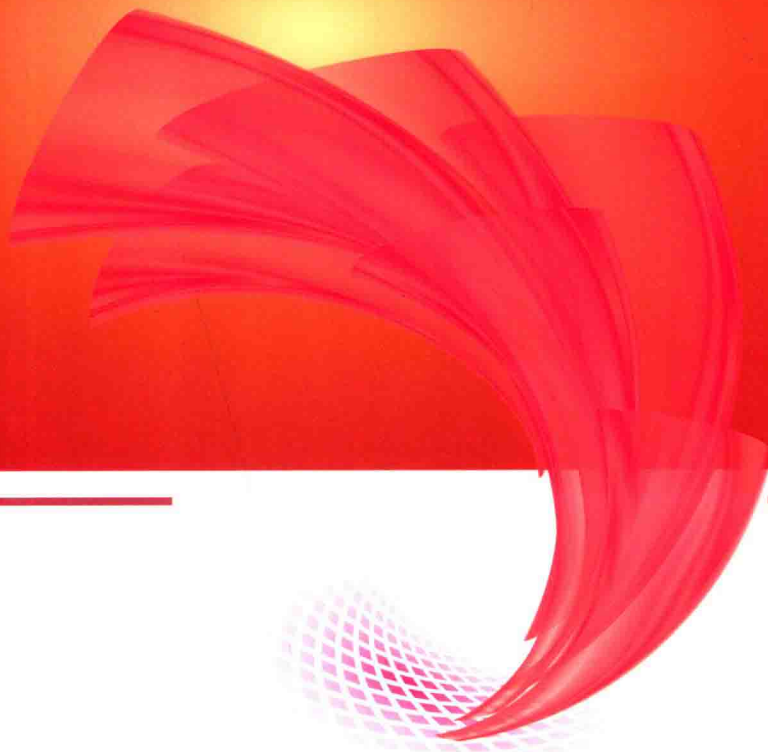


MATLAB仿真应用精品丛书

# MATLAB R2016a

## 小波分析22个算法实现

方清城 编著



非外借

 中国工信出版集团

 电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

MATLAB 仿真应用精品丛书

# MATLAB R2016a

## 小波分析 22 个算法实现

方清城 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书以 MATLAB R2016a 为平台编写,全面、系统地介绍了小波变换中的各种技术及应用。全书共 22 章,分别介绍了小波变换的基本概念、小波 MATLAB 工具箱、小波用于信号处理、小波用于图像处理、小波在实际工程中的应用、小波包算法应用、提升小波及其应用等内容。本书在编写过程中力求系统性、实用性与先进性相结合,理论与实践相交融,使读者可快速掌握 MATLAB 软件,同时利用 MATLAB 解决小波分析中的信号处理问题,达到学以致用目的。

本书可满足学习小波分析理论和 MATLAB 工程实践等不同层次读者的需要,包括小波分析爱好者,在校的本科生、研究生,相关培训机构的教师和学员,同时也可以作为工程技术人员的自学参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

MATLAB R2016a 小波分析 22 个算法实现 / 方清城编著. —北京: 电子工业出版社, 2018.1  
(MATLAB 仿真应用精品丛书)

ISBN 978-7-121-33391-0

I. ①M… II. ①方… III. ①Matlab 软件—应用—小波理论 IV. ①TP317②O174.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 325736 号

策划编辑: 陈韦凯

责任编辑: 苏颖杰

印 刷: 北京京科印刷有限公司

装 订: 北京京科印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 29 字数: 740 千字

版 次: 2018 年 1 月第 1 版

印 次: 2018 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 2 000 册 定价: 69.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 [zltz@phei.com.cn](mailto:zltz@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

本书咨询联系方式: (010) 88254441; [chenwk@phei.com.cn](mailto:chenwk@phei.com.cn)。

# 前 言

MATLAB 对许多专门的领域都开发了功能强大的模块集和工具箱。一般来说，它们都是由特定领域的专家开发的，用户可以直接使用工具箱学习、应用和评估不同的方法而不需要自己编写代码。目前，MATLAB 已经把工具箱延伸到了科学研究和工程应用的诸多领域，如数据采集、数据库接口、概率统计、样条拟合、优化算法、偏微分方程求解、神经网络、小波分析、信号处理、图像处理、系统辨识、控制系统设计、LMI 控制、鲁棒控制、模型预测、模糊逻辑、金融分析、地图工具、非线性控制设计、实时快速原型及半物理仿真、嵌入式系统开发、定点仿真、DSP 与通信、电力系统仿真等。

MATLAB 的基本数据单位是矩阵，它的指令表达式与数学、工程中常用的形式十分相似，故用 MATLAB 来解算问题要比用 C、FORTRAN 等语言简洁得多。并且，MATLAB 也吸收了 Maple 等软件的优点，成为一个强大的数学软件。在新的版本中，MATLAB 还加入了对 C、FORTRAN、C++、Java 等语言的支持。

MATLAB R2016a 版本新增功能如下。

- **MATLAB 实时编辑器：**提供一种全新方式来创建、编辑和运行 MATLAB 代码，加快了探索性编程和分析的速度。
- **App Designer：**提供增强的设计环境和 UI 组件集，用于构建 MATLAB 应用程序的环境，简化了布置用户界面可视组件的过程。
- **深度学习：**深度学习用于图像分类问题。
- **Simulink Start Page：**通过访问模板、最新模型以及精选示例可更快地开始或继续工作。
- **SimEvents 新引擎：**创建包含事件操作和新模块的离散事件模型和调度程序。
- **飞行仪器库：**使用标准座舱仪器显示飞行条件。
- **通过访问模板、最近模型和精选示例可更快地开始或恢复工作的 Simulink Start Page。**
- **自动设置求解器：**可更快速地设置和仿真模型。
- **使用不同架构的目标器件的系统模型仿真，**如 Xilinx 和 Altera SoC 架构。
- **Simulink 单位：**可在 Simulink、Stateflow 和 Simscape 组件的接口指定单位对其进行可视化处理并检查。
- **新增 Variant Source 和 VariantSink 模块，**用于定义变量条件并使用生成代码中的编译器指令将其传播至连接的功能。

小波变换 (Wavelet Transform, WT) 是一种新的变换分析方法，它继承和发展了短时傅里叶 (Fourier) 变换局部化的思想，同时又克服了窗口大小不能随频率变化等缺点，能够提供一个随频率改变的“时间-频率”窗口，是进行信号时频分析和处理的理想工具。它的主要特点是通过变换能够充分突出问题某些方面的特征；能进行对时间（空间）频率的局部化分析，通过伸缩、平移运算对信号（函数）逐步进行多尺度细化，最终实现高频部

分时间细分，低频部分频率细分；能自动适应时频信号分析的要求，从而可聚焦到信号的任意细节，解决了 Fourier 变换困难的问题，成为继 Fourier 变换之后科学方法上的重大突破。

小波变换适用于信号的主要信息集中在低频段的情况。当感兴趣的频率成分位于中高频段时，如机械振动信号、语音信号等，由于小波变换在高频段的频谱窗口较宽，其小波系数中包含的频率成分过多，无法获取感兴趣的频率信号。利用小波包技术则可以将小波变换中停止分解的中高频段小波系数继续分解，使分解序列在整个时频域内都有较高的时频分辨率和相同的带宽。

与小波分解相比，小波包分解是一种更精细的分解方法，它不仅对图像的低频部分进行分解，而且对图像的高频部分进行分解。小波包对图像分解进行多分辨率分解是在小波函数对图像分解的基础上发展起来的，通过水平和垂直滤波，小波包变换将原始图像分为四个子带：水平和垂直方向上的低频子带、水平和垂直方向上的高频子带。相对于小波变换，小波包变换能够对图像中的高频部分进行分解，具有更强的适应性，因此更加适合于图像的各种处理。小波包分析属于线性时频分析法，它具有良好的时频定位特性以及对信号的自适应能力，因而能够对各种时变信号进行有效的分解。

考虑到小波变换域与 Fourier 变换域之间存在一定的转换关系，并且经典小波分析是在 Fourier 分析的基础上发展而来的，所以本书在附录中讲解了 Fourier 变换的基本理论及其在 MATLAB 中的实现，以便读者比较小波变换与 Fourier 变换的特点和处理问题的不同之处。

本书主要由方清城编写并统稿，参加编写的还有赵书兰、刘志为、栾颖、王宇华、吴茂、张德丰、李晓东、何正风、丁伟雄、李娅、辛焕平、杨文茵、顾艳春、邓奋发。

本书力求内容丰富、图文并茂、文字流畅，使之成为一本学习和使用 MATLAB 小波分析解决理论与工程应用问题方面有价值的参考书，但错误或疏漏之处在所难免，敬请读者批评指正。

编著者  
2017年9月

# 目 录

第 1 章 提升算法的小波变换及其 MATLAB 实现	1
1.1 MATLAB 实现提升方案的基本步骤	1
1.2 MATLAB 小波工具箱函数	2
1.2.1 添加原始或双重提升步骤函数	3
1.2.2 一维提升小波变换函数	3
1.2.3 提升方案信息函数	3
1.2.4 转换滤波器为提升方案函数	4
1.2.5 在四联滤波器上应用基本提升方案函数	4
1.2.6 一维提升小波反变换函数	5
1.2.7 显示提升方案函数	5
1.2.8 提供常用小波的提升方案函数	5
1.2.9 双正交尺度和小波函数	6
1.2.10 提供小波的劳伦多项式函数	7
1.2.11 二维提升小波变换函数	7
1.2.12 提取或重构一维 LWT 小波系数函数	7
1.2.13 劳伦矩阵类 LM 的构造器函数	8
1.2.14 二维提升小波反变换函数	8
1.2.15 提取或重构二维 LWT 小波系数函数	9
1.2.16 劳伦多项类 LP 的构造器函数	9
1.2.17 提供用于 LWT 的小波名信息函数	9
1.3 MATLAB 提升小波函数应用	10
第 2 章 基于小波变换的阈值去噪与图像压缩算法	18
2.1 小波分析在图像去噪中的应用	18
2.1.1 阈值处理函数的选取	18
2.1.2 阈值的选取	19
2.1.3 小波分析的去噪步骤	19
2.1.4 小波分析去噪 MATLAB 例程	20
2.2 基于小波分析的图像压缩	25
2.2.1 图像小波分解的特点	25
2.2.2 小波零树和 3 方向跨频带矢量的分类	26



2.2.3	基于小波变换的图像局部压缩	27
2.2.4	小波变换用于图像压缩的一般方法	29
<b>第 3 章</b>	<b>小波包算法分析与应用</b>	<b>39</b>
3.1	小波包与信号去噪	39
3.1.1	基本原理	39
3.1.2	MATLAB 例程分析	40
3.2	小波包分析用于信号压缩	44
3.2.1	基本原理	44
3.2.2	MATLAB 例程分析	45
3.3	小波包与图像边缘检测	48
3.3.1	基本原理	48
3.3.2	MATLAB 例程分析	48
<b>第 4 章</b>	<b>小波快速算法设计原理与实现</b>	<b>50</b>
4.1	绪论	50
4.1.1	概述	50
4.1.2	傅里叶变换与小波变换的比较	51
4.1.3	小波分析与多辨分析的历史	52
4.2	从傅里叶变换到小波变换	53
4.2.1	傅里叶变换	54
4.2.2	短时傅里叶变换	54
4.2.3	小波变换	55
4.3	基于 MATLAB 的小波快速算法设计	58
4.3.1	小波快速算法设计原理与步骤	58
4.3.2	小波分解算法	59
4.3.3	对称小波分解算法	59
4.3.4	小波重构算法	60
4.3.5	对称小波重构算法	61
4.3.6	MATLAB 程序设计实现	61
<b>第 5 章</b>	<b>利用小波变换对信号进行分析</b>	<b>73</b>
5.1	信号压缩	73
5.1.1	信号压缩步骤	73
5.1.2	信号压缩实例	73
5.2	信号去噪	75
5.2.1	信号去噪步骤	75
5.2.2	信号去噪实例	76

5.3	信号分析与检测	81
第 6 章	基于小波的不间断点检测算法分析	94
6.1	奇异性概念	94
6.2	第一类间断点检测	95
6.3	第二类间断点检测	100
6.4	自相似检测	103
6.5	信号的识别	105
第 7 章	图像的小波分解算法与实现	109
7.1	图像的小波分解算法	109
7.2	小波变换系数分析	111
7.3	实验结果与分析	111
7.3.1	小波变换的图像压缩	112
7.3.2	sym8 小波对图像进行分解	114
7.3.3	小波系数分布理论分析	120
第 8 章	提升小波变换的 MATLAB 实现	128
8.1	MATLAB 一维提升小波变换	128
8.1.1	一维信号压缩 wdcbm 函数应用	128
8.1.2	一维信号压缩 ddencmp 函数应用	129
8.1.3	信号去噪	131
8.1.4	信号的提升分解	133
8.1.5	信号的重构	136
8.2	MATLAB 二维提升小波变换	141
8.2.1	图像压缩 wdcbm2 函数应用	141
8.2.2	图像压缩 ddencmp 函数应用	142
8.2.3	图像去噪	144
8.2.4	图像的提升分解	146
8.2.5	图像的提升重构	150
第 9 章	基于小波变换的回归估计与实现	155
9.1	密度估计	155
9.2	回归估计	160
9.2.1	回归模型	161
9.2.2	基于小波变换的回归估计	161
9.2.3	小波变换实现回归估计	163





第 10 章 信号的突变点检测算法分析与实现	167
10.1 信号的突变性与小波变换	167
10.2 信号的突变点检测原理	168
10.3 实验结果与分析	169
10.3.1 Daubechies 5 小波用于检测突变点	170
10.3.2 Daubechies 6 小波用于检测突变点	172
第 11 章 图像边缘检测算法分析与实现	175
11.1 多尺度边缘检测	175
11.2 快速多尺度边缘检测算法	177
11.3 实验结果与分析	178
第 12 章 二维小波变换的算法分析与实现	181
12.1 MATLAB 的图像处理	181
12.1.1 MATLAB 图像处理应用举例	181
12.1.2 图像处理基本操作	183
12.1.3 图像处理的高级应用	185
12.2 图像的小波分解和重构算法	187
12.2.1 二维小波变换及相应的快速算法	187
12.2.2 小波分解和重构 MATLAB 例程	192
第 13 章 函数的奇异性与故障信号检测分析	195
13.1 故障信号检测的理论分析	195
13.1.1 函数的奇异性	195
13.1.2 Lipschitz 指数分析	196
13.2 实验结果与分析	198
13.2.1 利用小波分析检测传感器故障	198
13.2.2 小波类型的选择对于检测突变信号的影响	202
13.3 小波类型选择	207
第 14 章 利用提升小波算法实现多分辨分析	209
14.1 小波分解与重构的多相位表示	210
14.2 Laurent 多项式 Euclidean 算法	211
14.3 改进的 Laurent 多项式 Euclidean 算法	212
14.4 多相位矩阵的因子分解	215
14.5 小波变换的提升实现的传统算法	219
14.6 小波变换的提升实现的简化算法	220
14.7 提升算法举例	221

14.8	整数小波变换	225
第 15 章	基于小波的阈值去噪方法分析	227
15.1	阈值去噪方法	227
15.2	阈值风险	228
15.3	实验结果与分析	229
15.3.1	利用小波分析对含噪正弦波进行去噪	230
15.3.2	小波分析对污染信号进行去噪处理	231
15.3.3	利用软、硬阈值去噪	233
第 16 章	连续与离散小波算法分析与实现	235
16.1	信号分解	235
16.1.1	信号的连续小波分解	235
16.1.2	信号的离散小波分解	242
16.2	信号重构	246
16.2.1	信号小波重构	246
16.2.2	小波函数应用实例	252
第 17 章	小波包在时频分析案例中的应用	261
17.1	小波包变换分析两个信号功率谱	261
17.2	调频信号的小波包分析	268
17.3	正弦信号的小波包分析	270
17.4	$\delta$ 信号的小波包分析	272
17.5	变频信号的小波包分析	274
第 18 章	小波在模态参数识别与化学中的应用	277
18.1	小波在化学中的应用	277
18.2	模态参数识别	281
18.2.1	模态时频辨识方法	281
18.2.2	小波脊线提取	282
18.2.3	改进 HHT 瞬时特征分析	282
18.2.4	模态参数识别的应用	282
第 19 章	小波变换图像测试分析	289
19.1	小波变换对图像压缩的步骤	289
19.2	实例说明	290
19.3	输出结果与分析	290
19.4	源程序	296

<b>第 20 章 小波包分解与重构算法的应用</b> .....	308
20.1 小波包基本理论.....	308
20.1.1 小波包理论分析.....	309
20.1.2 小波包的性质.....	310
20.1.3 小波包的空间分解.....	310
20.1.4 小波包算法.....	311
20.2 小波包函数用法.....	312
20.2.1 一维小波包的分解函数.....	312
20.2.2 一维小波包的重构函数.....	313
20.2.3 二维小波包的分解函数.....	314
20.2.4 二维小波包的重构函数.....	315
20.2.5 重新组合小波包函数.....	317
20.2.6 计算最佳树函数.....	319
20.2.7 小波包分析函数.....	321
20.2.8 更新小波包熵值函数.....	322
20.2.9 计算小波包熵函数.....	323
20.2.10 分割小波包函数.....	324
20.2.11 计算完整最佳小波包树函数.....	325
20.2.12 从小波包树中提取小波树函数.....	327
20.2.13 剪切小波包分解树函数.....	328
20.2.14 计算小波包系数函数.....	330
20.2.15 小波包分解系数的重构函数.....	331
<b>第 21 章 多分辨分析及 Mallat 算法分析</b> .....	336
21.1 小波分析的基本理论.....	336
21.2 连续小波变换.....	337
21.3 离散小波变换.....	338
21.4 多分辨分析及 Mallat 算法.....	338
21.5 一维正交多分辨分析及 Mallat 算法.....	338
21.6 紧支撑双正交小波基的构造.....	344
21.7 第二代小波变换.....	347
<b>第 22 章 小波变换及其 MATLAB 例程分析</b> .....	353
22.1 基于小波分析的图像平滑.....	353
22.1.1 小波图像平滑的基本原理.....	353
22.1.2 MATLAB 例程分析.....	353
22.2 基于小波变换数字图像水印研究.....	354
22.2.1 数字水印应具有的特点.....	355

22.2.2	数字水印的基本理论框架	356
22.2.3	数字水印技术需要解决的问题	357
22.2.4	一种基于小波变换的数字水印方法	357
22.2.5	MATLAB 例程分析	358
22.3	小波分析与图像增强	362
22.3.1	小波图像增强的基本方法	362
22.3.2	图像增强的 MATLAB 例程	363
22.4	小波分析与图像融合	368
22.4.1	小波图像融合的基本原理	368
22.4.2	MATLAB 例程分析	369
附录 A	MATLAB 的程序设计及绘图功能	372
A.1	MATLAB 程序设计原则	372
A.2	M 文件	372
A.3	MATLAB 的流程控制	375
A.4	MATLAB 的二维绘图	384
附录 B	Fourier 变换与 MATLAB 实现	397
B.1	复数形式的 Fourier 级数及其 MATLAB 应用	397
B.2	Fourier 变换的性质	401
附录 C	Fourier 变换分析与实现	416
C.1	Fourier 级数与 Fourier 变换	416
C.2	三角级数	417
C.3	以 $2\pi$ 为周期函数的 Fourier 级数	417
C.4	Fourier 变换	418
C.5	Fourier 变换及 MATLAB 实现	419
C.6	MATLAB 函数实现 Fourier 变换	420
C.7	连续时间信号 Fourier 变换的数值计算	422
C.8	信号的 Fourier 分解与合成 MATLAB 实现	423
附录 D	快速 Fourier 变换及其应用	429
D.1	快速 Fourier 变换及其 MATLAB 应用	429
D.2	运用 FFT 进行简单滤波	438
D.3	FFT 在工程分析中的应用	441
参考文献		449

# 第 1 章 提升算法的小波变换 及其 MATLAB 实现

## 1.1 MATLAB 实现提升方案的基本步骤

二维离散小波变换最有效的实现方法之一是采用 Mallat 算法，通过在图像的水平 and 垂直方向交替采用低通和高通滤波器实现。这种传统的基于卷积的离散小波变换计算量大、计算复杂高，对存储空间要求高，不利于硬件实现。提升小波的出现有效地解决了这一问题。提升算法相对于 Mallat 算法而言，是一种更为快速有效的小波变换实现方法，被誉为第二代小波变换。它不依赖于 Fourier 变换，继承了第一代小波的多分辨率特征，小波变换后的系数是整数，计算速度快，计算时无须额外的存储开销。Daubechies 已经证明，任何离散小波变换或具有有限长滤波器的两阶滤波变换都可以被分解成为一系列简单的提升步骤，所以能够用 Mallat 算法实现的小波，都可以用提升算法来实现。

提升算法给出了双正交小波简单而有效的构造方法，使用了基本的多项式插值来获取信号的高频分量，之后通过构建尺度函数来获取信号的低频分量。“提升”算法的基本思想是，将现有的小波滤波器分解成基本的构造模块，分步骤完成小波变换。

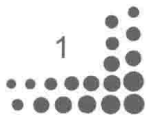
基于提升算法的小波变换称为第二代小波变换。它使我们能够用一种简单的方法去解释小波的基本理论，而第一代小波变换都可以找到等效的提升方案。提升方案把第一代小波变换过程分为以下三个阶段：分解（split）、预测（predict）和更新（update）。

### （1）分解。

将输入信号  $s_i$  分为 2 个较小的子集  $s_{i-1}$  和  $d_{i-1}$ ， $d_{i-1}$  也称小波子集。最简单的分解方法是将输入信号  $s_i$  根据奇偶性分为 2 组，这种分裂所产生的小波称为懒小波（lazy wavelet），分解过程表示为  $F(s_i) = (s_{i-1}, d_{i-1})$ ，其中  $F(s_i)$  为分解过程。

### （2）预测。

在基于原始数据相关性的基础上，用偶数列  $s_{i-1}$  的预测值  $P(s_{i-1})$  去预测（或内插）奇数序列  $d_{i-1}$ ，即将滤波器  $P$  对偶信号作用以后作为奇信号的预测值，奇信号的实际值与预测值相减得到残差信号。实际中，虽然不可能从子集  $s_{i-1}$  中准确地预测子集  $d_{i-1}$ ，但是  $P(s_{i-1})$  有可能很接近  $d_{i-1}$ ，因此可以使用  $P(s_{i-1})$  和  $d_{i-1}$  的差来代替原来的  $d_{i-1}$ ，这样产生的  $d_{i-1}$  比原来的  $d_{i-1}$  包含更少的信息，于是得到  $d_{i-1} = d_{i-1} - P(s_{i-1})$ 。这里，已经可以用更小的子集  $s_{i-1}$  和小波子集  $d_{i-1}$  来代替原信号集  $s_i$ 。重复分解和预测过程，经  $n$  步以后，原信号集可用  $\{s_n, d_n, \dots, s_1, d_1\}$  来



表示。

(3) 更新。

为了使原信号集的某些全局特性在其子集  $s_{i-1}$  中继续保持，必须进行更新。更新的思想是要找一个更好的子集  $s_{i-1}$ ，使得它保持原图的某一标量特性  $Q(x)$ （如均值、消失矩等不变），即有  $Q(s_{i-1}) = Q(s_i)$ 。可能利用已经计算的小波子集  $d_{i-1}$  对  $s_{i-1}$  进行更新，从而使得后者保持特性  $Q(x)$ ，即要构造一个算子  $U$  去更新  $s_{i-1}$ 。定义如下：

$$s_{i-1} = s_{i-1} + U(d_{i-1})$$

从上述可以知道，提升方法可以实现原位运算，即该方法不需要除了前级提升步骤的输出之外的数据，这样，在每个点都可以用新的数据流替换旧的数据流。当重复使用原位提升滤波器组时，就获得了交织的小波变换系数。

## 1.2 MATLAB 小波工具箱函数

可以使用提升方法来设计新小波。这些提升方法允许“整数到整数”小波变换，并使用不同长度的低通和高通分解滤波器进行小波变换。小波工具箱 3.0 版本中包括的新型提升函数主要有 5 组，如表 1-1 所示。

表 1-1 提升函数

函数名称	函数名称	函数意义
提升方案函数	addlift	向提升方案中添加原始或双重提升步骤
	displs	显示提升方案
	lsinfo	提升方案信息
双正交四联滤波器	bswfun	计算并画出双正交“尺度和小波”函数
	filt2ls	将四联滤波器变换为提升方案
	liftfilt	在四联滤波器上应用基本提升方案
	ls2filt	将提升方案变换为四联滤波器
正交或双正交小波及 lazy 小波	liftwave	提升小波的提升方案
	wave2lp	提供小波的劳伦多项式
	wavenames	提供用于 LWT 的小波名
提升小波变换和反变换	lwt	一维提升小波变换
	lwt2	二维提升小波变换
	lwtcoef	提取或重构一维 LWT 小波系数
	lwtcoef2	提取或重构二维 LWT 小波系数
	ilwt	一维提升小波反变换
	ilwt2	二维提升小波反变换
劳伦多项式和矩阵	laurmat	劳伦矩阵类 LM 的构造器
	laurpoly	劳伦多项式类 LM 的构造器



## 1.2.1 添加原始或双重提升步骤函数

在 MATLAB 中实现添加原始或双重提升步骤的函数是 `addlift`，其调用格式有以下几种：

- ① `LSN=addlift(LS,ELS)`
- ② `LSN=addlift(LS,ELS,'begin')`
- ③ `LSN=addlift(LS,ELS,'end')`

格式①返回新的提升方案 `LSN`，它通过增加基本提升步骤 `ELS` 到提升方案 `LS`。

格式②预先考虑指定的基本提升步骤。

`ELS` 是单元阵列 `{TYPEVAL, COEFS, MAX_DEG}`，或者结构 `struct('type',TYPEVAL,'value',LPVAL)`。其中，`LPVAL=laurpoly(COEFS,MAX_DE)`。

`LSN=addlift(LS,ELS,'end')` 等同于 `addlift(LS,ELS)`。

`ELS` 中有一串基本提升步骤，被存储在单元阵列或结构阵列中，然后这些提升步骤被增加到 `LS`。

## 1.2.2 一维提升小波变换函数

在 MATLAB 中实现一维提升小波变换的函数是 `lwt`，其调用格式有以下 5 种：

- ① `[CA,CD]=lwt(X,W)`
- ② `X_InPlace=lwt(X,W)`
- ③ `lwt(X,W,LEVEL)`
- ④ `X_InPlace=lwt(X,W,LEVEL,'typeDEC',typeDEC)`
- ⑤ `[CA,CD]=lwt(X,W,LEVEL,'typeDEC',typeDEC)`

`lwt` 对于给定的提升小波进行一维提升小波分解。该函数使用多项式算法。

格式①对向量 `X` 进行提升小波分解，计算出低频系数向量 `cA` 和 高频向量 `cD`；`W` 是提升小波名。

格式②也是计算低频系数和 高频系数。两个系数的存储方式为 `cA=X_InPlace(1:2:end)` 和 `cD=X_InPlace(2:2:end)`。

格式③进行 `LEVEL` 层计算提升小波分解。

格式④和⑤使用提升小波，当 `typeDEC='w'` 或 `typeDEC='wp'` 时，进行 `LEVEL` 层小波或小波包分解。

除了给定提升小波名外，还可以使用相关的提升方案 `LS:lwt(X,LS,...)` 来代替 `lwt(X,W,...)`。

参考函数：`ilwt`。

## 1.2.3 提升方案信息函数

在 MATLAB 中实现提升方案信息的函数是 `lsinfo`，其调用格式如下：

```
lsinfo
```

`lsinfo` 显示以下提升方案信息：提升方案 `LS` 是  $N \times 3$  单元阵列，前面的  $N-1$  行是基本的



提升步骤 (ELS), 最后一行是 LS 的归一化。

每个 ELS 具有的格式为 (type,coefficients,max\_degree)。其中, type 是 'p' (primal) 或者 'd' (dual); 系数 coefficients 是定义劳伦多项式 P 系数的向量; max\_degree 是 P 中单项的最高次数。

劳伦多项式 P 的形式为:

$$P(z)=C(1)*z^d+C(2)*z^{(d-1)}+\dots+C(m)*z^{(d-m+1)}$$

提升方案 LS 中, 对于 k 从 1 到 N-1, LS{k,:} 具有以下 ELS 的格式:

LS{k,1} 是提升类型 'p'(primal) 或 'd'(dual)。

LS{k,2} 是相应的提升滤波器。

LS{k,3} 是和 l 滤波器 LS{k,2} 相关的劳伦多项式的最高次数。

LS{N,1} 是 prima 的归一化 (实数)。

LS{N,2} 是 dual 的归一化 (实数)。

LS{N,3} 没有被使用。

通常, 归一化是指  $LS\{N,1\} * LS\{N,2\} = 1$ 。

例如, db1 相关的提升方案为

```
LS = { ...
      'd'      [ -1]      [0]
      'p'      [0.5000]    [0]
      [1.4142] [0.7071]    []
    }
```

应用实例参见 displs 函数和 laurpoly 函数。

### 1.2.4 转换滤波器为提升方案函数

在 MATLAB 中实现转换滤波器为提升方案的函数是 filt2ls, 其调用格式如下:

```
LS=filt2ls(LoD,HiD,LoR,HiR)
```

该函数返回 4 个输入滤波器 LoD、HiD、LoR 和 HiR 的提升方案 LS。

### 1.2.5 在四联滤波器上应用基本提升方案函数

在 MATLAB 中实现在四联滤波器上应用基本提升方案的函数是 liftfilt, 其调用格式以下两种:

```
① [LoDN,HiDN,LoRN,HiRN]=liftfilt(LoD,HiD,LoR,HiR,ELS)
```

```
② [LoDN,HiDN,LoRN,HiRN]=liftfilt(LoD,HiD,LoR,HiR,ELS,TYPE,VALUE)
```

4 个滤波器 LoD、HiD、LoR 和 HiR 得到基本提升步骤 ELS, 格式①返回由 ELS 得到的 4 个 LoDN、HiDN、LoRN 和 HiRN。

ELS 的结构如下:

TYPE=ELS.type: 它包含基本提升步骤的类型。TYPE 可能的取值是 'p' (primal) 或 'd'



(dual)。

TYPE=ELS.value: 它包含基本提升步骤的劳伦多项式 T。如果 VALUE 是一个向量, 相关的劳伦多项式 T 就相当于 `laurpoly(VALUE,0)`。

另外, ELS 可以是一种尺度步骤, 这样, TYPE 为 's'(scaling), VALUE 为尺度微分。格式②返回同样的结果。

如果 TYPE='p', 则 HiD 和 LoR 保持不动; 如果 TYPE='d', 则 LoD 和 HiR 保持不动; 如果 TYPE='s', 则 4 个滤波器都保持不动。如果 ELS 是基本提升步骤的阵列, 则 `liftfilt(...,ESL)` 成功进行每一步。

### 1.2.6 一维提升小波反变换函数

在 MATLAB 中实现一维提升小波反变换的函数是 `ilwt`, 其调用格式有以下 6 种:

- ① `X=ilwt(AD_In_Place,W)`
- ② `X=ilwt(CA,CD,W)`
- ③ `X=ilwt(AD_In_Place,W, LEVEL)`
- ④ `X=ilwt(CA,CD,W, LEVEL)`
- ⑤ `X=ilwt(AD_In_Place,W, LEVEL,'typeDEC',typeDEC)`
- ⑥ `X=ilwt(CA,CD,W, LEVEL,'typeDEC',typeDEC)`

`ilwt` 使用指定的提升小波进行提升小波重构。

格式①使用提升小波重构得到的低频和高频系数向量 `AD_In_Place`, 计算重构向量 `X`; `W` 是提升小波名 (参见 `liftwave` 函数)。

格式②使用提升小波重构得到的低频系数向量 `CA` 和高频系数向量 `CD`, 计算重构向量 `X`。

格式③和④计算 `LEVEL` 层的提升小波重构。

格式⑤和⑥使用提升小波, 在 `typeDEC='w'` 或 `typeDEC='wp'` 时, 分别计算 `LEVEL` 层时的小波或小波包分解。

除了使用提升小波以外, 还可以使用相关的提升方案 `LS`: `X=ilwt(...,LS,...)` 来代替 `X=ilwt(...,W,...)`。

### 1.2.7 显示提升方案函数

在 MATLAB 中实现一维提升小波反变换的函数是 `displs`, 其调用格式如下:

`S=displs(LS,FRM)`

该函数返回描述提升方案 `LS` 的字符串。格式字符串 `FRM` 产生 `S`。

应用实例参见 `addlift` 函数。

### 1.2.8 提供常用小波的提升方案函数

在 MATLAB 中实现提供常用小波提升方案的函数是 `liftwave`, 其调用格式有以下两种: