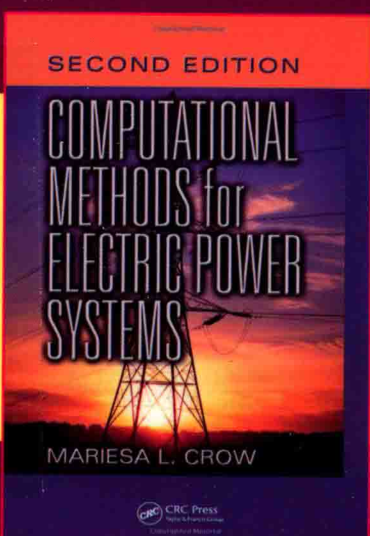
国际电气工程先进技术译丛

CRC Press
Taylor & Francis Group

电力系统分析中的计算方法（原书第2版）

Computational Methods for Electric Power Systems, 2nd edition

[美] 玛丽莎 L. 克劳（Mariesa L. Crow） 著
徐政 译



◎ 这是一本专门讲述电力系统计算方法的书

◎ 包括线性方程组的解法、非线性方程组的解法、稀疏矩阵求解技术、微分方程数值解法、数值优化方法和特征值问题

◎ 作者过去20年中在Missouri-Rolla大学讲授研究生课程的智慧总结

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

国际电气工程先进技术译丛

电力系统分析中的计算方法

（原书第2版）

Computational Methods for Electric Power Systems

（2nd edition）

［美］ 玛丽莎 L. 克劳（Mariesa L. Crow） 著

徐政 译

机 械 工 业 出 版 社

Computational Methods for Electric Power Systems 2^{nd} Edition/by Mariesa L. Crow/ISBN: 9781420086607

北京市版权局著作权合同登记　图字：01-2010-7530 号。

图书在版编目（CIP）数据

电力系统分析中的计算方法：原书第 2 版/(美）玛丽莎 L. 克劳（Mariesa L. Crow）著；徐政译. —北京：机械工业出版社，2017. 10

（国际电气工程先进技术译丛）

书名原文：Computational methods for electric power systems, 2nd edition

ISBN 978-7-111-58306-6

Ⅰ. ①电…　Ⅱ. ①玛…　②徐…　Ⅲ. ①电力系统-系统分析-计算方法　Ⅳ. ①TM711-32

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 253809 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：付承桂　责任编辑：付承桂　闾洪庆
责任校对：刘志文　封面设计：马精明
责任印制：常天培
涿州市京南印刷厂印刷
2018 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
169mm × 239mm · 15.75 印张 · 296 千字
0001-3000 册
标准书号：ISBN 978-7-111-58306-6
定价：69.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
服务咨询热线：010-88361066	机 工 官 网：www. cmpbook. com
读者购书热线：010-68326294	机 工 官 博：weibo. com/cmp1952
010-88379203	金 书 网：www. golden-book. com
封面无防伪标均为盗版	教育服务网：www. cmpedu. com

本书对应用于电力系统各种计算问题的数值计算方法进行了总结,内容包括线性方程组的解法、非线性方程组的解法、稀疏矩阵求解技术、微分方程数值解法、数值优化方法和特征值问题。

本书适合于电力系统专业的本科生、研究生、教师以及从事电力系统规划、设计、运行和控制的技术人员阅读。

译 者 序

大规模电力系统的规划、设计、运行和控制涉及大量的计算问题。本书对应用于电力系统的各种数值计算方法进行了总结，是目前国际上少有的一本专门讲述电力系统计算方法的书。译者从事电力系统领域的教学和科研工作多年，承担过“计算方法”和多门电力系统领域课程的讲授，深深感到，一方面，透彻掌握电力系统规划、设计、运行和控制的相关理论，开发或熟练应用电力系统分析软件，需要对相应的数值计算方法有比较深入的了解；另一方面，目前本科生或研究生的“计算方法”课程，缺乏针对性的教材，一般性的适用于工科的“计算方法”教材，只包括了电力系统领域应用到的计算方法的一部分内容，还不够充分。译者认为，阅读本书，可以帮助学生对“电力系统稳态分析”“电力系统暂态分析”“电力系统运行与控制”等课程有更加深入的理解，因此推荐采用本书作为上述课程的教学参考书；同时，译者也推荐采用本书作为电力系统专业本科生或研究生“计算方法”课程的教材。

翻译过程中，徐雨哲、许哲铃、刘开愚、卢星辉做了大量工作，在此深表谢意。原书中一些明显的笔误或印刷错误，在翻译过程中直接改正并未加以说明。限于译者水平，书中难免存在错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。译者联系方式：电话（0571）87952074，电子信箱 hvdc@zju.edu.cn。

徐　政

于浙江大学求是园

原书第2版前言

此版在第1版基础上添加了新的内容，特别地，新版关于如下内容增加了新的章节：

(1) 广义最小残差（GMRES）法

(2) 数值差分

(3) 割线法

(4) 同伦连续法

(5) 计算主导特征值的幂法

(6) 奇异值分解和伪逆

(7) 矩阵束法

并且对优化方法那一章（第6章）进行了较多的修改，新增加了线性规划方法和二次规划方法。

典型的课程结构应依次包括第1章、第2章和第3章，接着讲后面的任意一章都是可以的，不会破坏课程的连贯性和一致性。对于每章所讲述的方法，我试图通过特色鲜明的例子使读者有一个总体的把握。但在很多情况下，不可能对所涉内容做详尽的阐述；特别是很多主题本身的发展经历了几十年的工作积累。

本书所阐述的很多方法已经有商业化的软件包，由于这些软件包具有很多防失效功能，诸如考虑病态问题等，通过这些软件包可以很严格地得到问题的解。我的目标不是使学生成为某个主题的专家，而是培养他们理解并欣赏这些商业化软件包后面的算法。很多商业化软件包为使用者提供了默认设置或参数选择，通过更好地理解驱动计算的算法，知情的使用者可以做得更好，并且对算法失效的情况有更深刻的了解。如果本书能为读者在使用商业化软件包时提供更多的自信，我已经成功地实现了我的目标。

和以前一样，我要感谢很多人：我的丈夫 Jim 及我的孩子 David 和 Jacob，他们让我每一天都快乐；我的父母 Lowell 和 Sondra，感谢他们一直以来的支持；以及 Frieda Adams，感谢她帮助我完成本书所做的一切。

Mariesa L. Crow
于美国密苏里州罗拉城

原书第1版前言

本书是我过去十多年里在密苏里大学罗拉分校讲授一门研究生课程的副产品。在那些年里，我已使用了多本该课程的优秀教科书，但每本教科书总是缺少我希望在课堂上讲授的某些主题。在使用了多年的讲义以后，我的好朋友 Leo Grigsby 鼓励我（如果施加压力可以被称为鼓励的话……）将它们整理成一本书。在我的研究生（他们是每一章的试用者）的支持下，本书慢慢地成形了。我希望本书的读者会像我已经发现的那样，发现这个领域是那么地令人兴奋。

除了要感谢 Leo 和 CRC 出版社严谨的人们，我还要感谢密苏里大学罗拉分校的管理部门和电气与计算机工程系，为我提供了从事教学和科研的环境以及追求我在此领域个人兴趣的自由度。

最后，我要借此难得的机会当众感谢在我的职业发展中给予我指导和帮助的人们。我要感谢 Marija Ilic，最初的时候带我入门；Peter Sauer，一路上一直鼓励我；Jerry Heydt，启迪我的灵感；Frieda Adams，所做的减轻我生活负担的所有工作；Steve Pekarek，容忍我的牢骚和抱怨；以及 Lowell 和 Sondra Crow，使这所有的一切成为可能。

Mariesa L. Crow

于美国密苏里州罗拉城

目　录

第1章 引 论

在今天放松管制的大环境下，本国电网已不能按照当初设计时设想好的方式运行。因此，系统分析和计算对于预测并不断地更新电网的运行状态就显得非常重要。系统分析和计算的内容包括估算当前的潮流和电压（潮流分析和状态估计），确定系统的稳定极限（连续潮流、用于暂态稳定计算的数值积分和特征值分析），以及费用最小化计算（最优潮流）等。本书讲述各种计算方法的入门知识，这些计算方法构成了电力系统及其他工程和科学领域很多分析计算的基础，也是无数商业软件所使用算法的基础。通过了解支撑这些算法的理论，读者可以更好地使用那些商业软件并做出更明智的决策（即在仿真软件中选择更好的数值积分方法和确定更合适的积分步长等）。

由于电网的规模巨大，电力系统分析计算依靠手工几乎是不可能的，计算机是唯一真正可行的手段。电力工业界是计算机技术的最大用户之一，也是在大型计算机出现后最早接受计算机分析的工业部门之一。虽然电力系统分析的第一批算法是在20世纪40年代开发出来的，但直到60年代计算机才在电力工业界得到广泛使用。今天用于大系统仿真和分析的很多技术和算法起初是为电力系统应用而开发的。

随着电力系统更多地运行在重载状态下，计算机仿真将会在电力系统的控制和安全性评估方面发挥更大的作用。将商业化软件包用于仿真重载的电力系统时，往往不能运行或者给出错误的结果。为了正确理解和解释商业化软件包的仿真结果，必须了解其内在的数值计算方法。例如，是系统确实呈现出了仿真得到的行为特征，还是仅仅因为数值计算不精确而导致的伪结果？如何弥补商业化软件包存在的算法缺陷？是通过选择更好的仿真参数，还是通过将问题描述成更适合于数值计算的形式？对诸如此类的问题，受过数值计算训练的用户可以做出更好的判断。本书将给出多种广泛使用的数值计算方法的背景知识，这些计算方法构成了众多电力系统分析和设计商业化软件包的基础。

本书是为研究生计算方法课程而写的教材，课程长度是一个学期。尽管本书中的大多数例子是基于电力系统应用的，但数值计算的理论是按照一般性的方式阐述的，因而可应用于大范围的工程系统。虽然完全领会本书中某些内容的微妙之处需要具有电力系统工程的一些知识，但这些知识对理解算法本身并不是前提条件。相对于内容广泛的计算方法领域，本书的叙述和例子仅仅是一个入门的导引，并不能包罗万象。本书阐述的很多算法一直存在着众多的改进算法，并且仍

然是当前研究的目标；由于本书的意图是打基础，因此很多新的进展并没有明确地包含在叙述中，而是作为参考文献列出，以方便感兴趣的读者进一步学习。为了让读者能够容易地将书中的算例复现出来，本书特意挑选了简单而足够完整的问题作为算例。很多“真实世界”的问题其规模和范围要大得多，然而本书给出的处理问题的方法，应该可以为读者提供足够的工具，以应对其所遇到的困难。

本书中的大部分算例是通过 Matlab 编程实现的，虽然这是本书作者所采用的平台，但实际上，任何计算机语言都可用来实现本书中的算法，没有理由偏好某个特定的平台或语言。

第2章　线性方程组的解法

在很多工程和科学领域，希望根据一组物理学上的关系式，能够用数学的方法来确定系统的状态。这些物理学上的关系式可以是描述诸如电路拓扑、质量、重量、力等物理特性的方程，例如，电路系统中针对每个节点的由注入电流、网络拓扑和支路阻抗构成的约束方程。在很多情况下，描述已知量（即输入）与未知状态（即输出）之间的关系式是线性的。因此，一般性地可以将线性系统描述为

$$Ax = b \tag{2.1}$$

式中，b 是一个 $n\times1$ 向量，为已知量；x 是一个 $n\times1$ 的未知状态向量；而 A 是将 x 与 b 联系起来的 $n\times n$ 阶矩阵。暂时我们假定矩阵 A 是可逆的，即非奇异的，这样，每个向量 b 将对应一个唯一的向量 x^*。也就是矩阵 A^{-1}存在，且

$$x^* = A^{-1}b \tag{2.2}$$

是式（2.1）的唯一解。

对式（2.1）进行求解的自然方法是直接计算矩阵 A 的逆，并将它与向量 b 相乘。计算 A^{-1}的方法之一是采用 Cramer 法则：

$$A^{-1}(i,j) = \frac{1}{det(A)}(A_{ij})^{\mathrm{T}} \qquad 对于\ i=1,\cdots,n,\quad j=1,\cdots,n \tag{2.3}$$

式中，$A^{-1}(i,j)$是 A^{-1}的第 i 行、第 j 列元素，而 A_{ij}是矩阵 A 的元素 a_{ij}的余子式。这种方法需要计算（$n+1$）个行列式，从而需要 $2(n+1)!$ 次乘法运算。当 n 值较大时，计算量爆炸式增长，不可控制。因此，必须开发替代的算法。

一般地说，求解式（2.1）有两种基本的方法：

1）直接法，也称为消去法。该方法通过有限次算术运算找到上述方程的精确解（指在计算机的精度内）。如果不计计算机的舍入误差，采用直接法得到的解 x 将是完全精确的。

2）迭代法。这种方法的每次计算都基于相同的计算过程，试图产生一系列不断逼近真解的近似解。当所获得的近似解达到预先设定的精度指标或者已确定迭代过程不再对精度有改进时，终止迭代。

求解方法的选择通常取决于所研究系统的结构，某些系统更适合于采用特定的方法进行求解。一般地，直接法更适合于满矩阵，而迭代法更适合于稀疏矩阵。但是，正像对于大多数一般性结论一样，上述经验法则存在很多的例外。

2.1　Gauss 消去法

Gauss 消去法是一种不需要显式计算 A^{-1}而对式（2.1）进行求解的方法。因为 x 是直接求出的，因此 Gauss 消去法是一种求解线性方程组的直接法，并且是一种常用的直接法。Gauss 消去法的基本思路是利用第 1 个方程消去其余方程中的第 1 个未知量，依次重复这个过程就能消去第 2 个未知量、第 3 个未知量……直到整个消去过程完成，此时，第 n 个未知量可以直接从输入向量 b 中求出。然后，对上述方程进行递归回代就能求出所有的未知量。

Gauss 消去法是这样一个过程，它通过一系列初等行变换运算，将 $n\times(n+1)$ 阶的增广矩阵

$$[A|b]$$

变换为 $n\times(n+1)$阶的矩阵

$$[I|b^*]$$

其中，

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A^{-1}Ax &= A^{-1}b \\ Ix &= A^{-1}b = b^* \\ x^* &= b^* \end{aligned}$$

这样，如果存在一系列初等行变换运算可以将矩阵 A 变换成一个单位矩阵 I，那么，对向量 b 进行相同系列的初等行变换运算就能将向量 b 变换为方程组的解 x^*。

初等行变换运算包括如下 3 种矩阵运算：

1）交换矩阵中的任意两行。

2）用一个常数乘任意一行。

3）将任意行的线性组合加到另一行上。

选择一系列初等行变换运算将矩阵 A 变换成一个上三角矩阵，该上三角矩阵的对角元为 1，而所有下三角元素为零。这个过程被称为“向前消去过程”。向前消去过程的每一步可以通过对矩阵 A 乘以一个初等矩阵 ξ 来获得，这里的初等矩阵 ξ 指的是通过对单位矩阵进行初等行变换运算就能得到的矩阵。

例 2.1　寻找一系列初等矩阵将如下矩阵变换成上三角矩阵。

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 8 \\ 9 & 2 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

解 2.1　为了使上述矩阵上三角化，所采用的行变换运算应能使此矩阵对角

线以下每一列的元素为零。这可以通过如下的行变换运算来实现：将对角线以下的每一行用其本身减去一个常数乘对角线行来代替，该常数的选择应使此列中对角线以下的元素为零。因此，A 的第 2 行应该用（行 2 - 2 ×行 1）来代替，而对应此初等行变换运算的初等矩阵是

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

和

$$\xi_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 0 & -5 & -6 & -13 \\ 4 & 3 & 5 & 8 \\ 9 & 2 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

注意除了第 2 行其他的行没有变化，而第 2 行在第 1 个对角元下的元素变为了零。类似地，完成消去第 1 列任务的另外 2 个初等矩阵是

$$\xi_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

并且有

$$\xi_3 \xi_2 \xi_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 0 & -5 & -6 & -13 \\ 0 & -9 & -11 & -24 \\ 0 & -25 & -29 & -68 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

现在向前消去过程将针对第 2 列展开，首先是将第 2 个对角元下面的元素全部消去，然后将第 2 个对角元变换为 1。具体过程是

$$\xi_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{9}{5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{25}{5} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

并且有

$$\xi_6\xi_5\xi_4\xi_3\xi_2\xi_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

继续向前消去过程，有

$$\xi_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

从而有

$$\xi_8\xi_7\xi_6\xi_5\xi_4\xi_3\xi_2\xi_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

最后有

$$\xi_9 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

和

$$\xi_9\xi_8\xi_7\xi_6\xi_5\xi_4\xi_3\xi_2\xi_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

从而完成了向前消去过程，将矩阵变换成了上三角矩阵。

一旦将矩阵变换成了上三角矩阵，式（2.1）的解向量 x^* 就可以通过状态量的逐次代换（也称为“回代”）而求得。

例 2.2　利用例 2.1 的上三角矩阵，求如下方程的解。

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 8 \\ 9 & 2 & 7 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解 2.2　注意一系列下三角矩阵的乘积仍然是下三角矩阵。因此，矩阵乘积

$$W = \xi_9\xi_8\xi_7\xi_6\xi_5\xi_4\xi_3\xi_2\xi_1 \tag{2.8}$$

是一个下三角矩阵。将 W 与矩阵 A 相乘将得到一个上三角矩阵，

$$WA = U \tag{2.9}$$

即 U 是一个通过向前消去过程而得到的上三角矩阵。在式（2.1）的两边同时左乘 W，可以得到

$$WAx = Wb \tag{2.10}$$

$$Ux = Wb \tag{2.11}$$

$$= b' \tag{2.12}$$

式中，$Wb = b'$。

根据例 2.1

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 2 & 9 & -5 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{14}{6} & -\frac{5}{6} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

且

$$b' = W\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{5} \\ 6 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$