

Introduction to Computational  
Plasma Physics

**计算等离子体物理  
导论**

谢华生/编著

外借



科学出版社

# 计算等离子体物理导论

Introduction to Computational Plasma Physics

谢华生 编著

科学出版社

## 内 容 简 介

本书是等离子体物理数值计算与模拟的入门教程,基本涵盖了计算等离子体物理中常见的基础问题,一类源自教学,一类源自科研.在内容编写方面,笔者力求做到每一章节既有新意,又有实用性,使得读者对目前的计算等离子体物理研究内容能知其然且知其所以然.与传统教材不同,本书将通过具体的算例来帮助初学者理解相关的物理概念和物理图像,尽可能地降低读者的学习困难,同时加深读者对计算等离子体物理前沿的理解.书中的算例均提供了相关的代码(以 Matlab 为主),读者可直接使用或依据需要做相关的改写.

本书主要适用于等离子体物理专业的研究生和高年级本科生,也可作为计算等离子体物理研究的手册使用.

### 图书在版编目(CIP)数据

计算等离子体物理导论/谢华生编著. —北京:科学出版社,2018.1

ISBN 978-7-03-056367-5

I. ①计… II. ①谢… III. ①等离子体物理学—计算物理学 IV. ①O53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 012493 号

责任编辑:刘凤娟/责任校对:王晓茜  
责任印制:张 伟/封面设计:涿州锦辉

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

**北京教图印刷有限公司** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 1 月第一次印刷 印张:19 3/4

字数:400 000

定价:138.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前 言

纪伯伦的《先知》中有一句：“倘若这是我收获的日子，那么，在何时何地我曾撒下了种子呢？”写本书的想法最初来自等离子体物理学习程序集 (Plasma Physics Learning Utility, PPLU; 2011 年 6 月在网上公开)，当时开发的集成程序包 PPLU 由于其较新颖的模式，几个月内就收到国内、国外不少反馈，一些使用者给笔者反馈说自己为 PPLU 中某一个小模块而兴奋，因为它们帮助自己形象化地理解了此前一直未能理解的内容。但之前的 PPLU 除了一些简单的说明，并未给出详细的使用手册 (英文)，许多物理和数值的细节需要用户自己去摸索，并且笔者也认为 PPLU 远不够完善。然而给出达到预期的用户手册和完善相关代码是一件烦琐的工程，需要耗费大量的时间，没有足够的动力是很难完成的。后来笔者意识到自己所涉及的内容已经完全可以写成一本较实用的书了，它不仅是前人研究内容的综合，同时也包含不少笔者自己的理解和原创。鉴于此，笔者就准备以正式出版的方式把这些零散的内容整理出来并加以润色提升。事实上笔者开始整理这本书的另一个动因是：在国内外真正适合初学者的等离子体物理数值模拟书籍太少。譬如，关于朗道阻尼色散关系的数值解，需要处理等离子体色散函数，即使是许多在等离子体物理中工作了数年、数十年的学者可能也不知道如何处理，而又很难找到介绍这方面内容的书籍，大部分情况下，只能用近似的解析解去与模拟结果对比。而且，朗道阻尼的积分路径实在是难于理解，在没有完全理解朗道阻尼解析理论的情况下能否用简单的数值方式验证朗道阻尼的真实性？在本书中，读者可以发现采用十行代码即可精确模拟朗道阻尼现象。又如，基础教科书中讲绝热不变量时总会以地磁场中的三个周期运动为例，但所画的图都是卡通示意图，只有真正代入实际参数，采用数值计算求解出精确轨迹时才会在自己脑海中留下深刻印象：真的就是那样！笔者自己也曾感慨：偶极场确实是一个很好的约束位形，如果没有这一地磁场，人类大概有两种可能，要么永远不会出现，要么已经进化成“超级赛亚人”。

磁约束聚变中有不少非常重要的基础问题，如粒子轨道问题、平衡问题、磁流体不稳定性问题等。广泛流传的代码又过于复杂，并不适合理解，因此提供一个简单的入门示例是非常必要的。本书所给出的范例，一方面便于理解及容易动手实现，另一方面读者可以结合更复杂的情况进行扩展。对于一些国际上的大代码 (尤其是磁约束方面)，本书中也以最简化的版本进行了实现，比如计算托卡马克 (tokamak) 中粒子轨迹的 ORBIT、计算磁流体模 (尤其是阿尔文 (Alfvén) 本征模) 的 NOVA。本书有不少其他较为有趣的特色，比如谱方法 (尤其矩阵解法) 在计算等离子体物

理中的应用、一维静电系统中各种关联问题的探讨等。在讲粒子模拟 (particle-in-cell, PIC) 时, 笔者用了无所不用其极的做法去减少代码量, 最终采用 50 行的代码求解了一个完整的范例 (通常其他同样的代码会上百行, 且不易懂)。回旋动理学模拟和  $\delta f$  算法是近二三十年的事, 这里可能是第一次在基础教程中以可操作的方法给出。其他所涉及问题的选取也各有其理由, 在此不详述。另外, 本书有大量脚注, 这些附加信息可以帮助初学者更快地适应学术生活。尽管本书定位是初级入门教材, 但所涉及的许多内容并不初级, 且大部分章节的写法均与传统教材不同。非入门者的学者也可作为参考, 选择性地补充一些自己需要的或者已遗忘的内容。笔者也期望每一小节的内容都有一定高度, 尽可能实用、有新意、自成风格, 能否做到, 就由读者来做评判了。读者在阅读本书时可各取所需。比如, 近几年, 国内外依然有不少学生把一维静电弗拉索夫 (Vlasov) 方程的数值解作为本科或硕士学位论文的选题, 本书中采用简单的方式给出了相关的数值代码。这些内容应该能帮助初入门者熟悉传统课堂略过的细节, 也能降低研究生读文献的困难。“站在巨人的肩上”, 希望本书能提供一个肩膀, 使读者不必花费过多时间自己摸索。

应当承认, 国内的等离子体物理刚刚起步, 尚处于较初级的阶段。除实验差距较小外, 理论和模拟均远落后于美国、欧洲甚至日本。在模拟方面, 一本完整的、有特色的基础数值书, 可以使得该方面的研究有一个更高的起点, 这也是迎头赶上或后来居上所应必备的。本书是一次尝试, 也希望是抛砖引玉。读者若阅读本书有困难可以选择如下两种做法: ① 先掌握必备的等离子体物理基础后再来阅读; ② 发电子邮件给作者。除 PPLU 外, 本书的其他一些原始材料最初也均是用英文写的, 对象是全世界的读者, 部分完善的主题在网上已有公开<sup>①</sup>, 如 *On Numerical Calculation of the Plasma Dispersion Function* (2011-10-09)。不过, 为了使国内读者阅读更便捷, 编写本书时全部改用了中文。另外, 在许多章节也提及国内各研究单位的一些信息 (但, 不应该认为那是全面的)。本书假定读者已经掌握了等离子体物理理论和计算物理的基础, 如果没有, 读者可以参照本书提供的文献补足。若将本书作为教学用书, 那么笔者的看法是: “关键不是教哪些内容, 而在于把关。也即应该让学生做充分的习题或小课题, 以报告的形式上交, 要求尽可能规范及有质量。”

本书的写作得到了许多人的支持, 在此表示感谢。许多批评性建议, 也使本书质量能更有保障。特别感谢陈伟、祝佳和齐龙瑜在这个项目的初期 (2011 年) 的启发; 早期启发了该项目的也有许多前辈, 包括陈骝教授、林郁博士、汪学毅博士、林留玉仁教授; 尤其感谢孙有文博士 (2012 年) 在等离子体平衡问题中教给笔者的知识, 可惜完整地介绍平衡问题篇幅太长, 因而包括如何从 G-S 方程的解得到磁力线轨迹、 $q$  分布等内容没有进入本书; 林志宏教授的 pic1d 和 GTC 代码也让笔者学

<sup>①</sup> 已集中到 <http://hsxie.me/codes>。

到了不少精妙的代码写法;李跃岩后期(2014年后)在许多方面极好地重现了笔者的的工作并且做得更深,一些内容也已经在本书中体现(图 5.17);与陈昊天的讨论同样很受益,他的工作在数学上会显得更严格.许多人为本书从不同角度提供了原始零星素材或者启发,包括 Andreas Bierwage、仇志勇、卢志鑫、王鑫、祝佳、虞立敏、刘东剑、王胜、申伟、冯智晨、胡友俊、包健、魏来、张桦森、石中兵、刘阳青、谢涛、毛傲华、崔少燕、赵典、黄凤、陈玲、Maxime Lesur、张泰革、李景春、陈炎高、马晨昊、胡地、赵登、贾青、路兴强等.2015年12月,在 Dartmouth 学院访问时朱彝提供的该学院 Richard Denton 教授的课程资料和作业也很有帮助,早期(2011年)与 Denton 教授的 email 交流也是触发本项目的因素之一:他们体系化的课程讲义设置确实已经很好,但其主要针对空间等离子体,所以还远没达到笔者期望的更深、更广、更全的实用化.2015年11月的一次集中讨论中,孙传奎、包健、杨文、欧伟科、王青、孟果和石米杰提供了不少帮助.魏来、祝佳、陶鑫、盛正卯教授、张文禄研究员、王正涵教授和李博研究员等,在本书正式付印前提供了许多宝贵的意见.也感谢浙江大学、北京大学、四川大学和南华大学等不同研究单位听过笔者以本书部分内容为主题的非正式课程的同学或老师.本书图 1.1 由杨文编辑,图 2.6 由陈伟提供原始数据,图 2.22 由张泰革提供,图 2.31 取自 EASTViewer 截图,图 4.4 取自浙江大学直线等离子体装置设计文档,图 8.1 由祝佳提供,在此一并表示感谢.傅国勇博士、徐学桥博士、董家齐教授、马志为教授等前辈在数值方面也教会了笔者不少东西,Fulvio Zonca 博士、王晓钢教授和郁明阳教授使笔者对等离子体物理的研究产生了一些不同的思考.这本书的选材,当然也与许多其他人的讨论有关,在此不一一列出.感谢王正涵教授和李博研究员对书稿的评审推荐.

著名的等离子体物理前辈蔡诗东先生<sup>①</sup>有一句话,“把等离子体物理的根扎在中国”,希望本书能够在实现这一理想的道路上起到作用.由于多方面原因,这本书从 2011 年的 PPLU 代码集算起,2012 年半成品的初稿框架到 2017 年成型还是被拖延四五年,期间等离子体领域不少杰出的前辈去世(如 C. K. Birdsall、R. C. Davidson),这中间自己数度决定把这项工程尽快完成,但原始框架的工程量还是太庞大,于是拖到 2017 年初最终决定采取折中的方案,去掉了许多原定准备完成的内容(比如 R-T 和 K-H 不稳定性、试验粒子的运输、完整的托卡马克流体运输代码、Hasegawa-Mima 方程模拟、激光加速、鞘层物理、参量不稳定性等;以及有一整章准备介绍国际上流传较广的不同用途的大型磁约束、激光和空间等离子体代码,已经完全删去),这些未列入的主题一部分是因与代码 bug 奋战多时败阵而暂

<sup>①</sup> 蔡诗东(1938–1996),福建人,等离子体物理学家,美国物理学会会士(APS Fellow),中国科学院院士(1995).为纪念蔡诗东先生以及鼓励等离子体邻域的青年学者,从 1999 年开始,设立有蔡诗东等离子体物理奖(<http://ips.sjtu.edu.cn/CSD/index.html>),每年奖励不超过三位,其中的大部分都已经成长为国内年轻一代中的主力.

放,另一部分是发现还很难写好。“完成比完美重要”,那些暂未进入这一版本的主体可能会在后续版本中体现,后续版本可能依然会由本人完成,也可能不是。

最后,特别感谢我的博士研究生导师浙江大学肖湧教授和博士后合作导师北京大学李博研究员的长期支持。

本书出版得到了中国博士后科学基金 (2016M590008) 的支持。

本书许多观点都是作者个人的,可能并非每个人都同意。本书的内容也受作者的选择和兴趣影响。对本书的建议意见可发送电子邮件到 [huashengxie@gmail.com](mailto:huashengxie@gmail.com)。书中的疏漏和代码的 bug 在所难免,如果读者有发现,也请及时告知作者,所有最新的更新或勘误均会列在: <http://hsxie.me/cppbook/>。

谢华生

初稿于浙江大学

成稿于北京大学

2017 年 4 月

# 目 录

## 前言

第 1 章 绪论	1
1.1 计算等离子体物理	1
1.2 计算等离子体物理的先驱	4
1.3 计算等离子体物理的新挑战	7
1.4 本书内容	9
习题	13
第 2 章 数据处理与可视化	14
2.1 谱分析	14
2.1.1 傅里叶变换	14
2.1.2 窗口傅里叶变换	18
2.1.3 小波变换	21
2.1.4 关联谱分析	22
2.1.5 包络分析	24
2.1.6 小结	25
2.2 数据误差及平滑、插值和拟合	26
2.2.1 数据误差	26
2.2.2 平滑	27
2.2.3 插值	27
2.2.4 拟合	29
2.3 数据可视化	31
2.3.1 基于现成软件可视化	32
2.3.2 底层代码实现可视化	36
2.4 数据处理一体化和图形用户界面	37
2.4.1 小程序的一体化实时数据处理示例	37
2.4.2 GUI 数据处理工具集示例	41
2.4.3 实验数据实时系统	43
2.5 其他	43
2.5.1 模拟结果中色散关系的获得	43
2.5.2 频率的正负	45



2.5.3	动画和电影	47
2.5.4	从数据图中提取原始数据	47
	习题	48
<b>第 3 章</b>	<b>算法效率与稳定性</b>	<b>49</b>
3.1	算法精度与稳定性分析的普适方法	49
3.2	时间积分	52
3.2.1	欧拉一阶算法	52
3.2.2	蛙跳格式	52
3.2.3	龙格-库塔	56
3.3	偏微分方程	56
3.3.1	偏微分方程分类	57
3.3.2	对流方程	57
3.3.3	抛物线方程	60
3.3.4	椭圆方程	60
3.4	隐式算法	63
3.5	谱方法	64
3.6	有限元	64
3.7	其他	64
3.7.1	辛算法	64
3.7.2	Boris 格式	66
3.7.3	时域有限差分和 Yee 网格	68
3.7.4	$\exp(\hat{H}t)$ 的计算	68
	习题	69
<b>第 4 章</b>	<b>单粒子轨道</b>	<b>70</b>
4.1	洛伦兹力轨道	70
4.1.1	基本方程	70
4.1.2	磁力线方程	71
4.1.3	磁镜中的轨迹	72
4.1.4	地磁场中的轨迹	78
4.1.5	托卡马克中的轨迹	82
4.1.6	电流片中的轨迹	83
4.2	导心轨道	84
4.2.1	各种导心漂移	84
4.2.2	一组实用的磁面坐标公式	85

4.2.3	托卡马克中的公式	88
4.2.4	理想偶极场磁面坐标导心运动公式	90
4.3	补注	93
	习题	93
<b>第 5 章</b>	<b>磁流体</b>	<b>95</b>
5.1	描述等离子体的物理模型	95
5.2	常见的磁流体模式图示	98
5.2.1	扭曲模	99
5.2.2	气球模	100
5.2.3	撕裂模 (磁岛)	101
5.3	线性问题数值解法	102
5.4	磁流体模拟	105
5.4.1	一维激波模拟	105
5.4.2	撕裂模及磁重联	107
5.5	托卡马克中的平衡	112
5.5.1	Grad-Shafranov 方程	112
5.5.2	G-S 方程的解析解	113
5.5.3	直接数值求解	115
5.6	局域气球模问题	120
5.6.1	打靶法	120
5.6.2	本征矩阵法	122
5.7	约化的磁流体方程	126
5.8	阿尔文连续谱和阿尔文本征模	130
5.8.1	柱全局阿尔文本征模	132
5.8.2	环阿尔文本征模	132
5.8.3	反剪切阿尔文本征模	133
5.8.4	全局气球模	134
5.8.5	内扭曲模	134
5.8.6	非圆阿尔文本征模	135
5.9	回旋朗道流体: 磁流体的拓展	136
5.9.1	静电一维为例	136
5.9.2	展开 $R$	136
5.9.3	流体方程	137
	习题	139

<b>第 6 章 等离子体中的波与不稳定性</b> .....	140
6.1 色散关系求根示例 .....	140
6.2 冷等离子体色散关系 .....	142
6.2.1 $k(\omega)$ 到 $\omega(k)$ .....	143
6.2.2 数值求解 .....	143
6.2.3 静电还是电磁 .....	145
6.2.4 等离子体波传播模拟示例 .....	145
6.3 CMA 图 .....	147
6.4 流体色散关系普适解 .....	147
6.4.1 普适数值方法 .....	148
6.4.2 冷等离子体 .....	150
6.5 热等离子体中的波与不稳定性 .....	152
6.5.1 色散关系 .....	152
6.5.2 等离子体色散函数 .....	153
6.5.3 等离子体色散函数的 Padé 近似或多点展开 .....	156
6.5.4 朗道阻尼 .....	157
6.5.5 离子声波 .....	160
6.5.6 广义等离子体色散函数 .....	160
6.5.7 WHAMP 代码 .....	162
6.5.8 PDRK 代码 .....	164
6.5.9 电磁色散关系 .....	169
6.5.10 相对论性问题 .....	173
6.6 回旋动理学色散关系 .....	173
6.7 半谱法模拟 .....	176
6.7.1 流体简正模模拟 .....	176
6.7.2 动理学简正模模拟 .....	179
6.7.3 本征模模拟 .....	180
习题 .....	181
<b>第 7 章 等离子体中的碰撞与输运</b> .....	182
7.1 二体库仑碰撞 .....	183
7.2 一维平板和柱位形中的扩散 .....	185
7.3 随机行走和蒙特卡罗模拟 .....	187
7.3.1 基于随机函数的输运基本理论 .....	187
7.3.2 一维随机行走计算输运系数 .....	189
7.3.3 二维随机行走演示 .....	190

7.3.4 列维飞行	192
7.4 蒙特卡罗法的更多应用	194
7.4.1 对流扩散方程	194
7.4.2 泊松方程	196
习题	198
<b>第 8 章 动理学模拟</b>	<b>200</b>
8.1 Particle-in-cell 模拟	200
8.1.1 最短的 PIC 代码	201
8.1.2 朗道阻尼	202
8.1.3 双流不稳定性	205
8.1.4 含碰撞情况	206
8.1.5 1D3V, 伯恩斯坦模	206
8.1.6 其他	209
8.2 Vlasov 模拟	209
8.2.1 朗道阻尼	210
8.2.2 其他	212
8.3 $\delta f$ 算法	212
8.3.1 $\delta f$ 模型	213
8.3.2 线性模拟	213
8.3.3 静电一维	214
8.3.4 离子声波	214
8.3.5 束流不稳定性	218
8.4 电磁模拟和 Darwin 模型	219
8.5 漂移不稳定性及输运	220
8.6 回旋动理学模拟	223
8.6.1 使用贝塞尔函数	223
8.6.2 使用多点回旋平均	227
8.6.3 线性本征模问题	231
习题	233
<b>第 9 章 部分非线性问题及其他问题</b>	<b>234</b>
9.1 标准映射	235
9.2 捕食者-被捕食者模型	236
9.3 Burgers 方程	238
9.4 KdV 方程	240
9.5 非线性薛定谔方程	242

9.6	一个微分积分方程的解 (BB 模型)	244
9.7	环位形装置截面形状及不同 $q$ (安全因子) 分布时的磁场	248
9.8	光迹追踪	253
9.9	Nyquist 图及柯西围道积分法求根	254
9.9.1	Nyquist 不稳定性分析方法	254
9.9.2	求复平面指定区域根个数	255
9.10	电荷片模拟	259
9.11	粒子模拟方法补述	262
9.11.1	一维静电粒子模拟中的问题	262
9.11.2	粒子-粒子模拟	263
9.11.3	分子动力学模拟	263
9.12	再论朗道阻尼	263
9.12.1	Case-van Kampen 模	263
9.12.2	Vlasov-Ampere 系统	265
9.12.3	连续谱、离散谱和剩余谱共存	268
	习题	271
<b>第 10 章</b>	<b>附录</b>	<b>272</b>
10.1	等离子体物理基本参数计算器	272
10.2	矢量、张量和磁面坐标	273
10.2.1	度规张量与雅可比	273
10.2.2	磁面坐标	275
10.2.3	零位移情况	278
10.3	各种随机分布函数的产生	279
10.3.1	赝随机数	279
10.3.2	任意分布的产生	280
10.3.3	高斯分布的产生	281
10.4	高斯求积	282
10.5	简振模和本征模及模结构	283
10.6	阿贝尔反演	283
10.7	数值库的使用	283
10.8	集群使用简介	284
10.8.1	Linux 使用	284
10.8.2	集群使用	285
10.9	其他实用信息	286
10.9.1	部分网址	286

---

10.9.2	数值分析方法库	287
10.9.3	CPC 数值库	287
10.9.4	Mathematica 软件的符号推导功能	288
10.9.5	等离子体物理主要期刊	289
	习题	290
	参考文献	291

# 第1章 绪 论

“The purpose of computing is insight, not numbers.” (1961).  
(计算的目的是洞察, 而非数字.)

“The purpose of computing numbers is not yet in sight.” (1971).  
(计算数字的目的尚未知.)  
——Hamming (1915—1997)<sup>①</sup>

“了解, 理解, 动手做.”  
——高喆, 2009 中国等离子体物理暑期学校讲义

“Knowing, Understanding, Discovering.”  
——Yvonne Choquet-Bruhat, (1923.12.29 —)  
(了解, 理解, 发现.)  
French female mathematician and physicist  
(法国女数学家、物理学家)

“I have the result, but I do not yet know how to get it.”  
(我有结果, 但我还不知道是怎么得到它的.)  
——Gauss (1777—1855)

## 1.1 计算等离子体物理

目前, 计算物理(computational physics) 已与理论物理和实验/观测物理形成了三足鼎立、互相补充的局面. 随着计算机技术的日新月异, 计算物理在物理学、力学、天文学和工程应用中将发挥越来越重要的作用. 计算物理主要包含两个部分, 一部分是数值计算 (numerical calculation), 另一部分可称为计算模拟 (simulation). 前者主要是求解方程、数据处理(平滑、插值、谱分析等) 等, 有时也可归为理论 (解析解和数值解) 物理, 属理论和实验物理工作者应该掌握的; 后者则是真正意义上的模拟仿真, 比如, 解牛顿方程模拟粒子轨道, 数值解流体方程(Navier-Stokes) 研究

<sup>①</sup> 本书各章下的引句, 部分选自 David Keyes 的主页 <http://www.columbia.edu/~kd2112/>.

湍流. 主要区别在于, 前者通常可以逼近精确的数值结果; 而后者则类似于做实验, 给定初值考察/预测系统的演化, 并随时能测量系统的状态, 因此也被理论家称为数值实验<sup>①</sup>. 也可简单地认为, 是否存在时间演化<sup>②</sup>是两者的标志性区别.

计算等离子体物理属于计算物理的一部分, 单纯的计算物理通常包含物理学中所有二级学科中的通用计算方法, 对个性的涉及不会太多. 因此, 针对二级学科的特点, 进行更深度的拓展也是极重要的, 这可以帮助初学者快速进入前沿领域.

等离子体物理理论方面主要包含单粒子运动、流体理论和动理论等. 单粒子中除了直接的处理方法外, 又发展了导心运动的概念. 流体理论则可源自<sup>③</sup>动理论的各阶矩<sup>④</sup>方程(Braginskii 输运方程组<sup>⑤</sup>), 进一步简化可得到磁流体 (magnetohydrodynamics, MHD)方程组. 动理学论 (kinetic theory) 又有各种版本, 包含所有物理的动理论方程是刘维尔方程或 Klimontovich 方程<sup>⑥</sup>, 取平均, 分出碰撞 (小尺度) 和非碰撞项时最严格的是 BBGKY 方程链, 进一步简化可得到 Fokker-Planck 方程或其他版本碰撞项的方程, 取无碰极限就是 Vlasov 方程. 在中性气体非平衡态统计中, 动理学方程为玻尔兹曼微积分方程.

等离子体物理中的波动和不稳定性极为丰富, 它们可以用线性化的方法研究. 对线性化方程的时间导数项取拉普拉斯 (Laplace) 变换, 空间导数项取傅里叶变换, 就可得到所谓的色散关系. 流体中的声波和麦克斯韦方程的电磁波的得出, 可以看成是上述过程最典型的例子. 线性等离子体物理已经非常成熟<sup>⑦</sup>, 并且成为了等离

① 实验家可能有不同意见, 而称为“计算机上的理论”.

② 两者尚无严格区分, 以上只是本书的观点. 有时也把 simulation 翻译为“仿真”. 模拟又分为静态 (static) 和动态 (dynamic). 前者比如用蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 模拟平衡态分布的一些相变问题, 物理上无时间变量, 但可把蒙特卡罗步数当成时间演化.

③ 普通流体方程最早来自于一些直观的推导, 先于动理论方程. 但等离子体最常用的, 朗道碰撞算符 (1936 年) 的动理学方程早于常用的磁流体方程 (约 1942 年), 也早于无碰的 Vlasov 方程 (1938 年). 历史并非完全是从简单到复杂.

④ 矩 (moment) 在这里是一个数学概念,  $n$  阶矩定义为  $\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x-c)^n f(x) dx$ , 无特别说明, 则取  $c=0$ . 物理上的矩是指力矩. 动量是 momentum, 不要混淆.

⑤ 等离子体输运的经典文献, Braginskii S I. Transport processes in a plasma. Reviews of Plasma Physics, 1965, 1: 205-311.

⑥ 刘维尔方程是  $6N$  维空间中的方程, Klimontovich 方程是 6 维空间中的方程, 两者均与牛顿方程完全等价, 无任何信息损失; 而后续各种动理学方程有不同程度取平均 (或截断等近似), 除 BBGKY 方程链外, 通常为 6 维空间, 可逆“佯谬”出现在取平均这一步. 庞加莱回归定理证明, 经过足够长的时间后, 是可回归到初态的, 但是这个时间可能甚至远大于宇宙寿命. 在等离子体中一个可逆的现象是相混, 或者等离子体回声 (echo). Yuri Lvovich Klimontovich, 1924.09.28—2002.10.26; Joseph Liouville, 1809.03.24—1882.09.08; Henri Poincaré, 1854.04.29—1912.07.17.

⑦ 可以认为, 划时代的经典著作傅里叶 (Jean-Baptiste Joseph Fourier, 1768.03.21—1830.05.16) 的《热的解析理论》在 1822 年的出版就已经提供了一整套处理该方法, 把几乎所有核心问题都解决了, 剩下的主要是细节的应用. 有一种说法, 世界上每分钟就有一篇新学术论文与傅里叶有关 (数学、通信、物理、音乐、计算机, 跨学科).



子体物理理论中的重要内容. 而非线性等离子体物理还处于初级阶段, 理论庞杂, 尚未能归入统一的框架. 对于线性问题, 计算等离子体物理的任务一方面是求解色散关系 (本征问题), 另一方面是用模拟 (初值问题) 对比理论结果, 数值模拟通常只是辅助. 对于非线性问题, 方程的求解极为复杂, 其中的不少方程已经成为数学理论中专门的研究课题, 数值模拟在这里也变得非常重要, 它能为理论提供洞见 (insight) 和指导.

图 1.1 显示了计算等离子体物理涉及的主要内容. 这里, 我们不限于传统的数值计算和计算模拟, 而采用更广义的提法, 把数据可视化等各种其他用计算机处理的内容也归入本书.

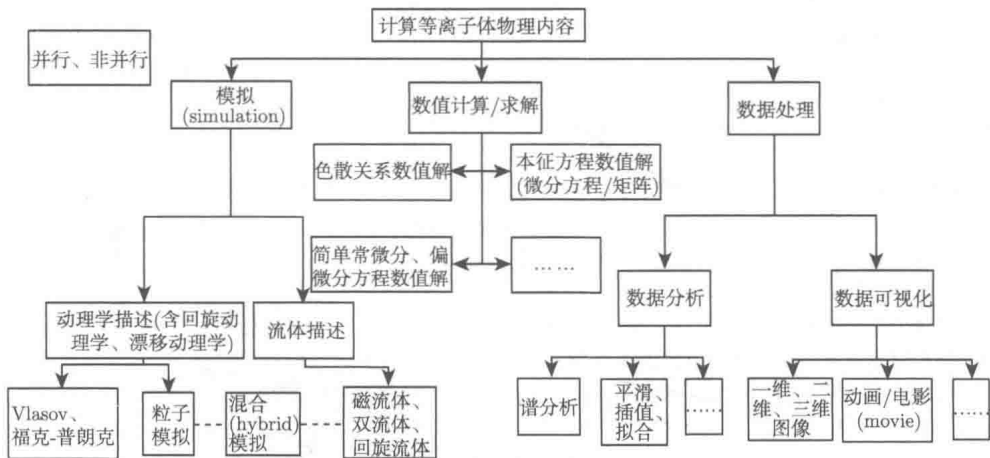


图 1.1 计算等离子体物理内容

另外, 值得对比的一点是与凝聚态等其他物理分支中模拟的不同. 对于其他物理分支, 哈密顿 (Hamiltonian) 量用得较多. 这是因为, 只要给出哈密顿量, 一个物理系统的所有演化均可决定<sup>①</sup>. 通常, 凝聚态问题中写出哈密顿量可以极大地简化问题, 比如常用晶格模型 (伊辛<sup>②</sup>模型、海森伯<sup>③</sup>模型等), 再简化可只考虑上下自旋等假设. 但是等离子体物理中除了单粒子轨道 (尤其导心轨道) 问题外, 很少用哈密顿量或拉格朗日量. 这是因为在等离子体物理中, 哈密顿量和拉格朗日量的形

① 经典力学:  $\dot{p} = -\partial H/\partial q$ ,  $\dot{q} = \partial H/\partial p$ ; 量子力学:  $i\hbar\dot{\psi} = H\psi$ ,  $\psi = \psi_0 e^{-iH/\hbar}$ ; 热力学: 配分函数 (partition function)  $Z = \sum e^{-H/k_B T}$ .

② Ernst Ising (1900.05.10—1998.05.11), 生于德国, 经历很丰富, 获得物理学博士学位后有短暂经商及当教师的经历, 又当过工人及军人, 后又成为物理学教授, 但再未发表文章. 伊辛模型最早出现在其 1924 年的博士论文 (导师 Wilhelm Lenz) 中, 求解了一维情况, 无相变. 该模型的重要性直到 20 多年后才显现出来. 可见, (a) 简单的东西也可以很重要; (b) 一样东西的重要性, 在出现时也可能被 (作者) 大大低估, 人们不见得一开始就能判断什么工作重要什么工作不重要, 需要时间才能判定. 磁约束聚变中尚未完全解决的 L-H 转换问题, 也可看成一种“相变”.

③ Werner Karl Heisenberg, 1901.12.05—1976.02.01.