

应用型本科数学基础课程教材

高等数学(下册)

阮其华 主审

吴炳烨 主编

吴丽萍 赖军将 范振成 副主编

高等教育出版社

使用说明

高等数学(下册)

阮其华 主审

吴炳烨 主编

吴丽萍 赖军将 范振成 副主编

内容简介

本书以教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”及“经济和管理类本科数学基础课程教学基本要求”为指导,结合应用型本科院校相关专业数学教学的特点,以严密、通俗的语言,较系统地介绍了高等数学的知识。全书分为上、下两册。下册共分六章,包括空间解析几何概要、多元函数微分法及其应用、多元函数积分学、无穷级数、常微分方程及差分方程简介等。全书纸质内容与数字课程一体化设计,紧密配合。数字课程涵盖电子教案、自测题、综合练习、数学史、数学家小传等板块,为应用型本科院校学生的学习提供思维与探索的空间。

本书可作为应用型本科院校理工类、经济管理类专业的高等数学教材,也可作为相关专业学生考研的参考材料,还可供相关专业人员和广大教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.下册 / 吴炳烨主编. -- 北京:高等教育出版社, 2017.2

ISBN 978-7-04-046741-3

I. ①高… II. ①吴… III. ①高等数学 - 高等学校 - 教材 IV. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第275721号

策划编辑	李晓鹏	责任编辑	李晓鹏	封面设计	王 琰	版式设计	王 琰
插图绘制	尹文军	责任校对	刘娟娟	责任印制	尤 静		

出版发行	高等教育出版社
社 址	北京市西城区德外大街4号
邮政编码	100120
印 刷	北京佳信达欣艺术印刷有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	20.25
字 数	380千字
购书热线	010-58581118
咨询电话	400-810-0598

网 址	http://www.hep.edu.cn
	http://www.hep.com.cn
网上订购	http://www.hepmall.com.cn
	http://www.hepmall.com
	http://www.hepmall.cn

版 次	2017年2月第1版
印 次	2017年2月第1次印刷
定 价	35.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 46741-00

与本书配套的数字课程资源使用说明

与本书配套的数字课程资源在书中用 标出，源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

- 1. 访问 <http://abook.hep.com.cn/46741>，点击“注册”。在注册页面输入用户名、密码及常用的邮箱进行注册。已注册的用户直接输入用户名和密码登录即可进入“我的课程”界面。
 - 2. 点击“我的课程”页面右上方“绑定课程”，按网站提示输入教材封底防伪标签上的数字，点击“确定”完成课程绑定。
 - 3. 在“正在学习”列表中选择已绑定的课程，点击“进入课程”即可浏览或下载与本书配套的课程资源。刚绑定的课程请在“申请学习”列表中选择相应课程并点击“进入课程”。
- 账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

高等数学（下册）

阮其华 主审
吴炳璋 主编
吴新萍 杨军辉 范杨成 副主编

用户名

密码

验证码

进入课程

注册

内容介绍

纸质教材

版权信息

联系方式

高等数学数字课程与纸质教材一体化设计，紧密配合。数字课程涵盖微视频、电子教案、自测题、综合练习、数学史、数学家小传等板块。充分运用多种形式媒体资源，极大地丰富了知识的呈现形式，拓展了教材内容。在提升课程教学效果的同时，帮助学生打下扎实的数学基础、提高学习效率和学习能力，拓宽了学生的视野。

注册

登录

绑定课程

目 录

—001	第 6 章 空间解析几何概要
001	6.1 向量及其线性运算
001	6.1.1 向量的概念
002	6.1.2 向量的加法
004	6.1.3 向量的数乘
006	习题 6-1
007	6.2 直角坐标系
007	6.2.1 空间直角坐标系
009	6.2.2 向量的坐标表示
012	习题 6-2
013	6.3 向量的乘法
013	6.3.1 数量积
016	6.3.2 向量积
018	习题 6-3
019	6.4 曲面与空间曲线及其方程
019	6.4.1 曲面及其方程
025	6.4.2 空间曲线及其方程
028	习题 6-4

029	6.5 平面
029	6.5.1 平面的点法式方程
031	6.5.2 平面的一般方程
032	6.5.3 点到平面的距离
034	6.5.4 两平面的夹角
035	习题 6-5
036	6.6 空间直线
036	6.6.1 空间直线的方程
039	6.6.2 直线与直线的夹角 直线与平面的夹角
042	习题 6-6
043	6.7 柱面、旋转曲面与二次曲面
043	6.7.1 柱面
046	6.7.2 旋转曲面
048	6.7.3 二次曲面
052	习题 6-7
—055	第 7 章 多元函数微分法及其应用
055	7.1 多元函数的极限与连续
055	7.1.1 平面点集
057	7.1.2 多元函数的概念
059	7.1.3 多元函数的极限
061	7.1.4 多元函数的连续性
063	习题 7-1
064	7.2 偏导数
064	7.2.1 偏导数的定义及其计算方法
067	7.2.2 偏导数的几何意义
068	7.2.3 高阶偏导数
070	7.2.4 偏边际与偏弹性
073	习题 7-2

074	7.3 全微分
074	7.3.1 全微分的定义
075	7.3.2 可微分的条件
077	7.3.3 全微分在近似计算中的应用
080	习题 7-3
081	7.4 复合函数的微分法
081	7.4.1 复合函数的求导法则
086	7.4.2 复合函数的全微分
087	习题 7-4
088	7.5 隐函数的求导公式
089	7.5.1 一个方程的情形
091	7.5.2 方程组的情形
095	习题 7-5
096	7.6 多元函数微分学的几何应用
096	7.6.1 空间曲线的切线与法平面
100	7.6.2 曲面的切平面与法线
102	习题 7-6
103	7.7 方向导数与梯度
103	7.7.1 方向导数
106	7.7.2 梯度
109	习题 7-7
110	7.8 多元函数的极值及其应用
110	7.8.1 二元函数的极值
112	7.8.2 二元函数的最大值与最小值
113	7.8.3 条件极值 拉格朗日乘数法
119	习题 7-8
120	7.9 二元函数的泰勒公式
122	习题 7-9
123	7.10 最小二乘法
125	习题 7-10

— 127	第 8 章 多元函数积分学
127	8.1 二重积分
127	8.1.1 二重积分的概念与性质
129	8.1.2 二重积分的计算
139	习题 8-1
140	8.2 三重积分
140	8.2.1 三重积分的定义
141	8.2.2 三重积分的计算
147	习题 8-2
148	8.3 重积分的应用
148	8.3.1 曲面的面积
150	8.3.2 质心
152	8.3.3 转动惯量
153	习题 8-3
154	8.4 曲线积分
154	8.4.1 对弧长的曲线积分
157	8.4.2 对坐标的曲线积分
163	8.4.3 格林公式及其应用
167	习题 8-4
169	8.5 曲面积分
169	8.5.1 对面积的曲面积分
171	8.5.2 对坐标的曲面积分
176	8.5.3 高斯公式 通量与散度
178	8.5.4 斯托克斯公式 环流量与旋度
180	习题 8-5
— 183	第 9 章 无穷级数

184	9.1 常数项级数的概念和性质
184	9.1.1 常数项级数的概念
186	9.1.2 收敛级数的基本性质
187	9.1.3 柯西收敛原理
188	习题 9-1
189	9.2 常数项级数的敛散性判别法
189	9.2.1 正项级数及其敛散性判别法
194	9.2.2 一般级数的收敛性判别法
195	9.2.3 绝对收敛与条件收敛
196	9.2.4 绝对收敛级数的性质
197	习题 9-2
199	9.3 幂级数
199	9.3.1 函数项级数的概念
200	9.3.2 幂级数及其收敛性
204	9.3.3 幂级数的运算
205	习题 9-3
206	9.4 函数展开成幂级数及其应用
206	9.4.1 函数展开成幂级数
212	9.4.2 近似计算
215	9.4.3 欧拉公式
216	习题 9-4
217	9.5 函数项级数的一致收敛性
217	9.5.1 函数项级数的一致收敛性
222	9.5.2 一致收敛级数的基本性质
223	习题 9-5
224	9.6 傅里叶级数
224	9.6.1 函数展开成傅里叶级数
229	9.6.2 正弦级数和余弦级数
232	9.6.3 一般周期函数的傅里叶级数
234	9.6.4 傅里叶级数的复数形式

236 习题 9-6

—239 第 10 章 常微分方程

239 10.1 常微分方程的基本概念

243 习题 10-1

244 10.2 一阶微分方程

244 10.2.1 可分离变量方程

246 10.2.2 齐次方程

248 10.2.3 一阶线性方程

252 10.2.4 全微分方程

254 10.2.5 一阶方程的近似解法

258 习题 10-2

259 10.3 可降阶的高阶微分方程

260 10.3.1 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程

260 10.3.2 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程

261 10.3.3 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程

262 习题 10-3

263 10.4 高阶线性方程

263 10.4.1 二阶齐次线性方程的通解结构

266 10.4.2 二阶非齐次线性方程的通解结构

267 10.4.3 n 阶线性方程的通解结构

268 习题 10-4

269 10.5 常系数线性方程

269 10.5.1 常系数齐次线性方程通解的求法

274 10.5.2 常系数非齐次线性方程通解的求法

278 10.5.3 欧拉方程

282 习题 10-5

283 10.6 微分方程的幂级数解法

286 习题 10-6

287	10.7 常系数线性微分方程组
289	习题 10-7
290	10.8 微分方程应用举例
293	习题 10-8
—295	第 11 章 差分方程简介
295	11.1 差分与差分方程
295	11.1.1 差分的概念
297	11.1.2 差分方程的概念
298	习题 11-1
299	11.2 一阶常系数线性差分方程
299	11.2.1 常系数线性差分方程解的结构
300	11.2.2 一阶常系数齐次线性差分方程求解
302	11.2.3 一阶常系数非齐次线性差分方程求解
307	习题 11-2
—308	参考文献

解析几何的基本思想是利用坐标系将几何结构代数化, 运用代数方法研究几何, 从而把几何问题的讨论, 从定性的研究推广到可以计算的定量的层面. 解析几何是变量数学的开端, 是进一步学习多元函数微积分的必要基础. 这一章将介绍空间解析几何的基础知识, 内容主要包括向量代数、空间直角坐标系及轨迹与方程等, 为下面学习多元函数微积分打好基础.

6.1 向量及其线性运算

PPT 课件 6-1
向量及其线性运算

6.1.1 向量的概念

日常生活与自然科学中存在着两种量: 向量与数量. 向量并不陌生, 在初中物理我们就接触过它, 位移、力、速度等就是向量, 它们既有大小, 又有方向; 而长度、面积、体积等量, 它们只有大小, 是数量, 又称标量.

定义 6.1.1 既有大小又有方向的量叫向量, 或称矢量.

在几何上可用有向线段表示向量: 有向线段的长度表示向量的大小, 有向线段的方向表示向量的方向, 而有向线段的起点与终点分别叫做向量的起点与终点. 起点是 A , 终点是 B 的向量记做 $\overrightarrow{AB}$, 也可用单个黑体字母, 如 $\mathbf{a}$, 或单个加箭头字母, 如 $\vec{b}$ 等表示向量, 如图 6-1 所示.

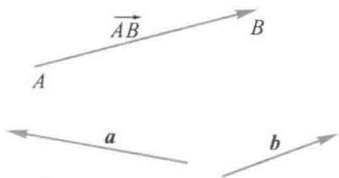


图 6-1

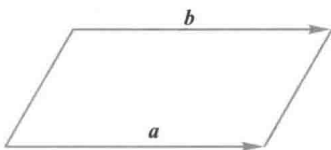


图 6-2

向量的大小称为向量的模或长度, 向量 $\boldsymbol{a}$ 的模记为 $|\boldsymbol{a}|$. 模等于 1 的向量称为单位向量, 而模等于零的向量称为零向量, 记作 $\mathbf{0}$ 或 $\vec{0}$. 零向量的方向是不确定的, 或者说零向量的方向是任意的. 如果两个向量所在的直线相互平行 (垂直), 则称这两个向量相互平行 (相互垂直). 向量 $\boldsymbol{a}$ 平行 (垂直) 于向量 $\boldsymbol{b}$ 记作 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b} (\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b})$. 零向量与任一向量是平行或垂直的.

定义 6.1.2 如果两个向量的模相等且方向相同, 则称两向量相等. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等记作 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$.

由定义易知, 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不在同一条直线上, 则 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$ 的充分必要条件是: 分别连接 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的起点与终点的两条线段连同向量本身构成一个平行四边形 (见图 6-2). 这就是说, 两向量是否相等只与向量的模与方向有关, 而与向量的起点无关.

定义 6.1.3 两个模相等且方向相反的向量互为反向量, $\boldsymbol{a}$ 的反向量记作 $-\boldsymbol{a}$.

显然, 向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 互为反向量, 即 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$; 而零向量的反向量仍然是零向量, 即 $\mathbf{0} = -\mathbf{0}$.

定义 6.1.4 平行于同一直线的一组向量叫做共线向量, 平行于同一平面的一组向量叫做共面向量.

6.1.2 向量的加法

在物理课里大家知道, 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ 等于以 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 为邻边的平行四边形的对角线所对应的力 (见图 6-3 (a)); 另一方面, 一质点做直线运动, 先从 O 到 A , 产生位移 $\overrightarrow{OA}$, 再从 A 到 B , 产生位移 $\overrightarrow{AB}$, 与总位移 $\overrightarrow{OB}$ 一起构成三角形 OAB (见图 6-3 (b)). 这就是数学上向量加法运算的物理背景.

定义 6.1.5 给定向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记作

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$$

单个向量总认为是共线向量, 两个向量总是共面向量. 零向量与任何共线 (共面) 向量组构成共线 (共面) 向量组.

注 当将向量组中所有向量的起点移到同一点时, 共线 (共面) 向量组的所有向量落在同一条直线 (同一个平面) 上.

思考题 把平行于某一平面的一切单位向量的起点移到同一点后, 它们的终点构成什么图形? 把空间所有单位向量的起点移到同一点后, 它们的终点又构成什么图形?

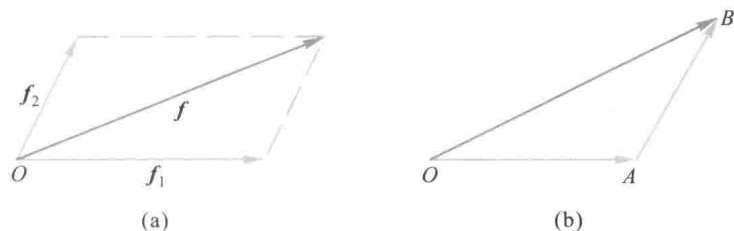


图 6-3

或者

$$c = a + b.$$

求两向量 a 与 b 的和 $a + b$ 的运算叫做加法运算.

上述定义中的求和向量的方法就是所谓的三角形法则 (见图 6-3(b)), 易知它等价于求和向量的平行四边形法则 (见图 6-3(a)).

此外, 容易证明向量的加法满足以下的运算规律 (见图 6-4):

- (1) 交换律: $a + b = b + a$;
- (2) 结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

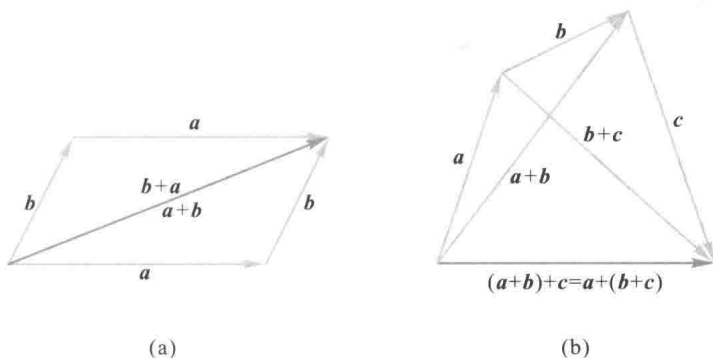


图 6-4

与实数运算类似, 加法的逆运算是减法.

定义 6.1.6 当 $b + c = a$ 时, 称 c 为 a 与 b 的差, 记为 $c = a - b$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

由向量加法的三角形法则易得向量减法的三角形法则: 将 a, b 的起点移到同一点, 则以 b 的终点为起点, a 的终点为终点的向量就是 $a - b$ (见图 6-5). 由图 6-5 还可得

$$a - b = a + (-b).$$

由三角形两边之和大于第三边易知,

$$|\mathbf{a} \pm \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|,$$

其中等号只在 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 同向或反向, 即共线时成立.

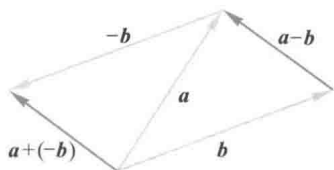


图 6-5

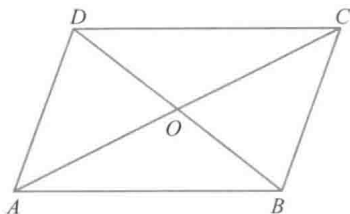


图 6-6

例 1 用向量方法证明: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分 (见图 6-6), 从图可以看出:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} \\ &= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC},\end{aligned}$$

因此, $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{DC}$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$, 即四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

6.1.3 向量的数乘

物理学中经常会碰到向量与数量发生某些运算关系的情况, 比如我们熟知的一些公式 $\mathbf{f} = m\mathbf{a}$, $\mathbf{s} = \mathbf{v}t$ 等. 从几何上看, n 个相同的非零向量 $\mathbf{a}$ 相加的和向量的模为 $|\mathbf{a}|$ 的 n 倍, 方向与 $\mathbf{a}$ 相同. 由此引出下面的概念.

定义 6.1.7 实数 λ 与向量 $\mathbf{a}$ 的乘积是一个向量, 记作 $\lambda\mathbf{a}$, 它的模是 $|\lambda\mathbf{a}| = |\lambda||\mathbf{a}|$; $\lambda\mathbf{a}$ 的方向, 当 $\lambda > 0$ 时与 $\mathbf{a}$ 的方向相同, 当 $\lambda < 0$ 时与 $\mathbf{a}$ 的方向相反. 这种运算叫做数量与向量的乘法, 简称为数乘.

由定义知 $\lambda\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{a}$ 平行. 特别地, $0\mathbf{a} = \mathbf{0}$, $(-1)\mathbf{a} = -\mathbf{a}$. 此外, 当 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$ 时, 与 $\mathbf{a}$ 同方向的单位向量是 $\frac{1}{|\mathbf{a}|}\mathbf{a}$. 不难验证, 向量的数乘满足以下运算规律:

$$(1) \text{ 结合律: } \lambda(\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a};$$

(2) 分配律:

$$(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a},$$

$$\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}.$$

向量的加法与数乘统称向量的线性运算. 由向量的加法与数乘的运算性质易知, 向量也可以像实数及多项式那样去运算, 例如

$$\nu_1(\lambda_1\mathbf{a} - \mu_1\mathbf{b}) + \nu_2(\lambda_2\mathbf{a} - \mu_2\mathbf{b}) = (\lambda_1\nu_1 + \lambda_2\nu_2)\mathbf{a} - (\mu_1\nu_1 + \mu_2\nu_2)\mathbf{b}.$$

定理 6.1.1 若 $\mathbf{e} \neq \mathbf{0}$, 那么向量 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{e}$ 共线的充要条件是 $\mathbf{r}$ 可由 $\mathbf{e}$ 线性表示, 即 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}$, 且系数 x 被 $\mathbf{e}, \mathbf{r}$ 唯一确定.

证 充分性显然, 下证必要性. 设 $\mathbf{r} // \mathbf{e}$. 当 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{e}$ 同方向时取 $x = \frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{e}|}$, 反方向时取 $x = -\frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{e}|}$, 则由向量数乘的定义知 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}$. 至于系数 x 的唯一性, 假设 $\mathbf{r} = x\mathbf{e} = x'\mathbf{e}$, 那么有 $(x - x')\mathbf{e} = \mathbf{0}$, 因此 $|x - x'| \cdot |\mathbf{e}| = 0$. 由于 $\mathbf{e} \neq \mathbf{0}$, 从而 $|\mathbf{e}| \neq 0$, 故 $x = x'$, 唯一性得证.

下面两个定理可类似证明.

定理 6.1.2 若 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 不共线, 那么向量 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 共面的充要条件是 $\mathbf{r}$ 可由 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 线性表示, 即 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2$, 且系数 x, y 被 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{r}$ 唯一确定.

定理 6.1.3 如果向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 不共面, 则空间任意向量 $\mathbf{r}$ 可由向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 线性表示, 即 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$, 且其中系数 x, y, z 被 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{r}$ 唯一确定.

例 2 已知

$$\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3,$$

求 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 和 $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.

解 根据向量线性运算的性质知

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (1 + 3)\mathbf{e}_1 + (2 - 2)\mathbf{e}_2 + (-1 + 2)\mathbf{e}_3 = 4\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3,$$

$$3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3 - (6\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3) = -3\mathbf{e}_1 + 10\mathbf{e}_2 - 7\mathbf{e}_3.$$

例 3 设 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 求证

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

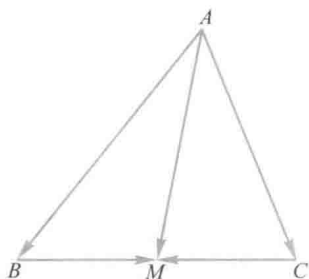


图 6-7

证 如图 6-7 所示, 有

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM},$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM},$$

所以

$$2\overrightarrow{AM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}).$$

但

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MB} = \mathbf{0},$$

因而

$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC},$$

即

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

习题 6-1

A 题

1. 设 D, E 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的三等分点, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$. 试以 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$.

2. 用向量法证明: 连接三角形两边中点的线段平行于第三边且等于第三边的一半.

3. 从向量方程组

$$\begin{cases} 3x - 4y = \mathbf{a}, \\ 2x + 3y = \mathbf{b} \end{cases}$$

中解出向量 $\mathbf{x}, \mathbf{y}$.

4. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - 2\mathbf{c}, \overrightarrow{CD} = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$, 对角线 AC, BD 的中点分别为 E, F , 求 $\overrightarrow{EF}$.

5. 已知 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \overrightarrow{BC} = -\mathbf{a} + \mathbf{b}, \overrightarrow{CD} = 5\mathbf{a} - 7\mathbf{b}$, 证明 A, B, D 三点共线.

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 设对角线 $\overrightarrow{AC} = \mathbf{a}, \overrightarrow{BD} = \mathbf{b}$, 求 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$.