

甘肃中医药大学定西校区学术文库

复杂系统的 动力学分析与同步控制

FUZA XITONG DE DONGLIXUE
FENXI YU TONGBU KONGZHI

李德奎 / 编著



西南交通大学出版社

甘肃中医药大学定西校区学术文库

复杂系统的 动力学分析与同步控制



FUZA XITONG DE DONGLIXUE
FENXI YU TONGBU KONGZHI

李德奎 / 编著

西南交通大学出版社

• 成 都 •

内容简介

本书首先简要介绍混沌、复杂网络的研究简史、相关概念、基本性质,以及经典的混沌系统模型。然后,讨论混沌系统的稳定性、Hopf 分岔和混沌系统的仿真电路。最后,研究了相同维数和不同维数混沌系统的函数投影同步、非时滞复杂动力学网络的同步与控制、时滞复杂动力学网络的函数投影同步。读者可以从中掌握研究复杂动力学系统的稳定性和同步控制的基本方法和相关结论。

本书可供研究混沌系统和复杂网络的学者使用,也可作为理工科院校大学生的选修课教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

复杂系统的动力学分析与同步控制 / 李德奎编著.

—成都:西南交通大学出版社,2017.11

ISBN 978-7-5643-5885-3

I. ①复… II. ①李… III. ①混沌理论-动力学分析
②混沌理论-控制论 IV. ①O415.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 275068 号

复杂系统的动力学分析与同步控制

李德奎 编著

责任编辑 李 伟
助理编辑 李华宇
封面设计 墨创文化

出版发行 西南交通大学出版社
(四川省成都市二环路北一段 111 号
西南交通大学创新大厦 21 楼)

邮政编码 610031
发行部电话 028-87600564 028-87600533
官网 <http://www.xnjdcbs.com>
印刷 四川煤田地质制图印刷厂

成品尺寸 170 mm × 230 mm
印张 12.25
字数 181 千
版次 2017 年 11 月第 1 版
印次 2017 年 11 月第 1 次
定价 48.00 元
书号 ISBN 978-7-5643-5885-3

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话:028-87600562

| 前言 |

20 世纪下半叶,非线性科学得到了前所未有的蓬勃发展.非线性科学是一门研究非线性现象共同特征的基础科学,与量子力学和相对论一起被誉为 20 世纪自然科学的“三大革命”^[1-5].科学界认为,非线性科学的研究不仅具有重大的理论意义,而且具有非常广阔的应用前景.

复杂系统的动力学分析与同步控制是非线性科学研究的一个重要领域,包括系统平衡点的稳定性与分类、周期运动与分岔、混沌运动,非线性系统的函数投影同步与控制、系统未知参数和未知拓扑结构的辨识等内容.复杂系统的动力学分析与同步控制是混沌理论、复杂网络的同步与控制、非线性动力系统的电路设计及参数估计理论等多个学科的交叉课题.大量研究表明,复杂系统在生物医学工程、电子工程、信息工程、力学工程、实验物理、化学工程和应用数学等领域中具有广泛的应用前景.

本书是作者在参考大量中外文文献和相关著作的基础上,对自己近年来科研成果的整理、扩展和完善的成果.全书共分 5 章,第 1 章绪论,介绍了混沌、复杂网络的研究简史、相关概念、基本性质

及经典的混沌系统模型；第2章和第3章分别讨论了混沌系统的动力学行为和混沌系统的函数投影同步；第4章和第5章分别介绍了非时滞和时滞复杂动力学网络的函数投影同步。

本书的出版得到了“甘肃中医药大学定西校区学术著作出版基金”的资助，同时，甘肃中医药大学定西校区的张怀德教授、连玉平副教授和重庆理工大学的独力副教授为本书的出版提供了宝贵的意见和建议，编写过程也得到了父母和妻子的大力支持，在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，时间仓促，书中难免存在不足之处，敬请各位同行专家、学者和读者不吝施教、批评指正，在此表示感谢。

作 者

2017年7月

| 目录 |

1 绪 论 / 001

1.1 混沌的研究简史 / 001

1.2 混沌的性质 / 003

1.3 经典混沌系统简介 / 009

1.4 复杂网络的研究简史 / 018

1.5 复杂网络的基本概念 / 020

2 混沌系统的动力学分析 / 027

2.1 时滞类 Lorenz 系统的 Hopf 分岔分析 / 027

2.2 单参数 Chen 系统的稳定性分析及电路实现 / 037

2.3 单参数 Chen 系统的 Hopf 分岔及参数辨识 / 047

3 混沌系统的同步与控制 / 062

3.1 类 Lorenz 系统的反同步及其在保密通信中的应用 / 062

3.2 异结构混沌系统的自适应函数投影同步及参数辨识 / 069

3.3 不同维混沌系统的修正函数投影同步及参数辨识 / 076

- 3.4 混沌系统的分段函数投影同步及参数辨识 / 084
- 3.5 激活控制不同维混沌系统的修正函数投影同步 / 091

4 非时滞复杂动力学网络的同步与控制 / 102

- 4.1 星形网络构成的复杂动力学网络的同步能力比较研究 / 103
- 4.2 具有时变耦合强度复杂动力学网络的同步 / 109
- 4.3 驱动响应复杂动力学网络的投影同步 / 115

5 时滞复杂动力学网络的函数投影同步与控制 / 128

- 5.1 时变时滞复杂动力学网络的函数投影同步 / 128
- 5.2 混合时变时滞复杂动力学网络的函数投影同步 / 150
- 5.3 时变时滞和非时滞复杂动力学网络的函数投影同步 / 161

参考文献 / 177

1 绪 论

非线性科学的研究具有重大的科学意义和广阔的应用前景,非线性科学主要包括混沌、孤立波、分形等.半个多世纪以来,人们对混沌运动的规律及其在自然科学和社会科学中的表现有了更深刻的认识,然而,如何应用混沌理论的研究成果为人类社会服务仍是目前非线性科学发展的一个新课题,也是科学家所面临的一个巨大挑战.因此,研究和掌握混沌理论及其应用是非常必要的.

复杂网络普遍存在于人类社会和自然界中,如 WWW、Internet、社会关系网、经济网络、交通网络、电力网络、神经网络、生态系统网络等.然而,人类社会的网络化是一把“双刃剑”,它既给人们的生产生活带来了极大的便利,提高了人们的生产效率和生活质量,同时,又给人们的社会生活带来了负面冲击,如传染病和计算机病毒的快速传播以及大面积的停电事故等.因此,人们需要对各种复杂网络行为有更好的研究和认识,让复杂网络给人类的生产生活带来便利是科学研究的一个重要课题.

本章重点介绍混沌及复杂网络 5 个方面的内容,即混沌的研究简史、混沌的性质、经典混沌系统简介、复杂网络的研究简史和复杂网络的基本概念等.

1.1 混沌的研究简史

混沌是确定的非线性系统特有的一种类似随机的运动,揭示了有序与无序的统一,确定性和随机性的统一.混沌理论的基本思想

起源于 20 世纪初, 形成于 20 世纪 60 年代, 发展壮大于 20 世纪 80 年代.

自 20 世纪以来, 统计物理学和热力学经历了平衡—近平衡—远离平衡的发展阶段. 在耗散结构理论初期, 侧重于研究系统是如何从混沌到有序的发展, 找到了一些从混沌到有序发展的条件. 据此, 普利高津曾得出有序来自混沌的结论^[6,7].

1963 年, 美国气象学家洛伦茨 (Lorenz) 在著名论文《决定论非周期流》中讨论了天气预报的困难和大气湍流现象, 给出了具有三个变量的自治系统, 即著名的 Lorenz 系统^[8], 其动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(x - y) \\ \dot{y} = -xz + rx - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1.1.1)$$

式中, σ, r, b 为系统参数, 取 $b=8/3, \sigma=10$, 当参数 $r < 24$ 时, 系统处于平衡状态; 当参数 $r > 24$, 系统处于混沌状态. Lorenz 系统的提出开启了混沌研究的新纪元.

1964 年, 法国天文学家伊伦 (Henon M.) 从研究球状星团及洛伦茨吸引子中得到启发, 给出了 Henon 映射^[9]:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + by_n - ax^2 \\ y_{n+1} = x_n \end{cases} \quad (1.1.2)$$

式中, a, b 为系统参数, 当 $b=0.4$ 时, 改变参数 a , 其运动轨道在相空间的分布越来越随机. Henon 映射得到一种最简单的奇怪吸引子, 用它建立的“热引力崩坍”理论揭示了几个世纪以来一直遗留的太阳系的稳定性问题^[7].

1975 年, 美籍华人学者李天岩和美国数学家 Yorke 在《数学月刊》发表《周期 3 意味着混沌》的著名论文^[10], 揭示了从有序到混沌的演化过程.

1976年,美国生态学家梅(May R.)在*Nature*杂志上发表了《具有极复杂动力学的简单数学模型》的论文,其中的数学模型为

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) \quad (1.1.3)$$

该模型称为人口(或虫口)模型,即著名的 Logistic 模型^[11].当系统参数 μ 在一定范围内变化时,该系统具有极其复杂的动力学行为,包括分岔与混沌.

1979年,费根包姆(Feigenbaum M.)研究发现了倍周期分岔现象中的标度性和普适常数,从而使得混沌在现代科学中具有坚实的理论基础^[12].

20世纪90年代,美国科学家 Pecora 和 Carroll 在混沌控制和混沌同步方面取得了突破性进展^[13],从而在学术界掀起了“混沌控制与同步”的热潮,将混沌的应用扩展到工程技术领域及其他领域.同时,由于混沌运动是存在于自然界中的一种普遍运动形式,所以对混沌的研究不仅推动了其他科学的发展,而且其他科学的发展又促进了对混沌的研究.因此,混沌与其他科学相互交错、相互发展^[7].

近年来,随着对混沌理论的深入研究,混沌在科学和工程技术领域的应用研究也迅速发展起来.在非线性电路系统中,混沌信号由于具有内在的随机行为、非周期性、连续宽带频谱、类似噪声的特性,使得以混沌为基础的保密通信步入了实际应用阶段.同时,在其他学科领域得到了广泛应用,如混沌神经网络、经济学、生命科学等.

1.2 混沌的性质

虽然科学界对混沌已经有了深刻的认识,但是迄今为止还没有对混沌公认的数学定义,这是由于混沌系统非常复杂,从不同的角度理解会有不同的内涵.目前,混沌的定义有离散动力系统的

Li-Yorke 意义下的混沌^[10], 高维空间中有相应的 Marotto 定理^[14]; Devaney 意义下的混沌^[15]和连续动力系统的 Smale 马蹄意义下的混沌^[16]; 物理和工程技术上混沌的判据是其有界性和正的李雅普诺夫指数值, 并用正的李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数的个数来区分系统是混沌系统还是超混沌系统。

一般认为, 混沌系统的主要特性为对初值的高度敏感性、有界性、长期不可预测性、正的李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数、遍历性、分维性、普适性和具有连续功率谱^[17]。

1. 对初值的高度敏感性

对于稳定系统而言, 当初值条件很接近时, 系统的运动轨道也是很接近的, 然而混沌运动对初值具有敏感依赖性, 即当初值条件具有微小的差别, 随着时间的推移, 混沌系统的相邻轨道间按指数率分开。

以 Lorenz 系统 (1.1.1) 为例, 参数 $\sigma=10, r=28, b=8/3$ 时, 系统处于混沌运动状态, 取初值条件分别为 $(1, -2, 2)$ 和 $(1.001, -2, 2)$, 得到状态变量 x 的时间序列如图 1.2.1 所示。从图 1.2.1 中可以看出, 混沌对初值具有高度敏感依赖性。

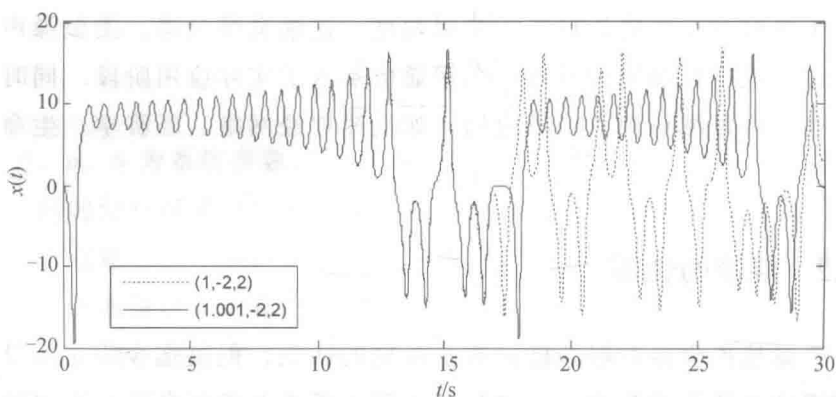
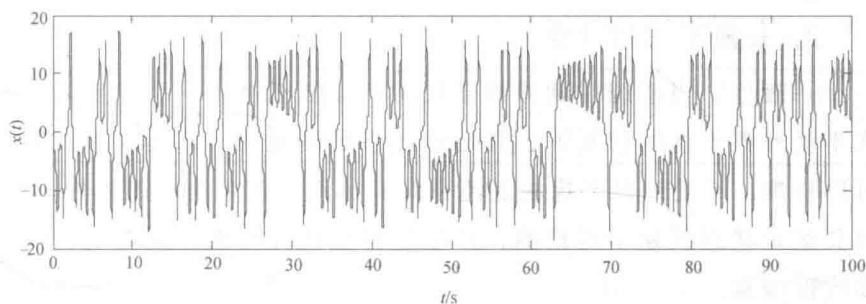


图 1.2.1 不同初值条件下状态变量 x 的时间序列图

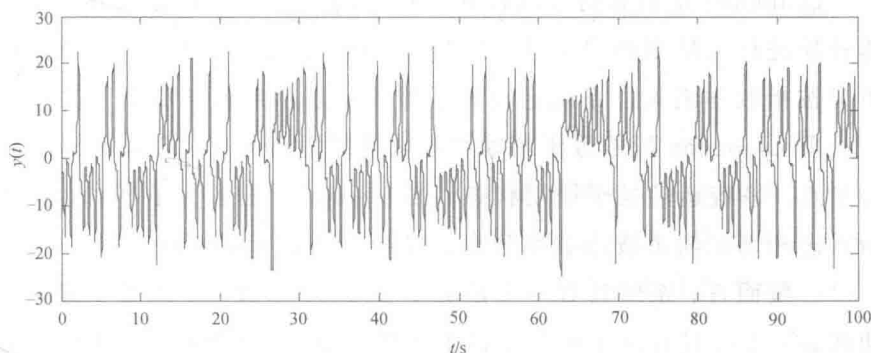
2. 有界性

混沌的运动轨道始终局限于一个确定的区域, 这个区域称为混沌吸引域. 无论混沌内部多么不稳定, 它的轨道都不能离开其吸引域, 从整体上看混沌系统是有界的且是稳定的.

以 Lorenz 系统 (1.1.1) 为例, 参数 $\sigma=10, r=28, b=8/3$ 时, 系统处于混沌运动状态, 分别得到状态变量 x, y, z 在 100 s 内的时间序列图, 如图 1.2.2 所示. 从图 1.2.2 中可以看出, 混沌系统具有有界性.



(a)



(b)

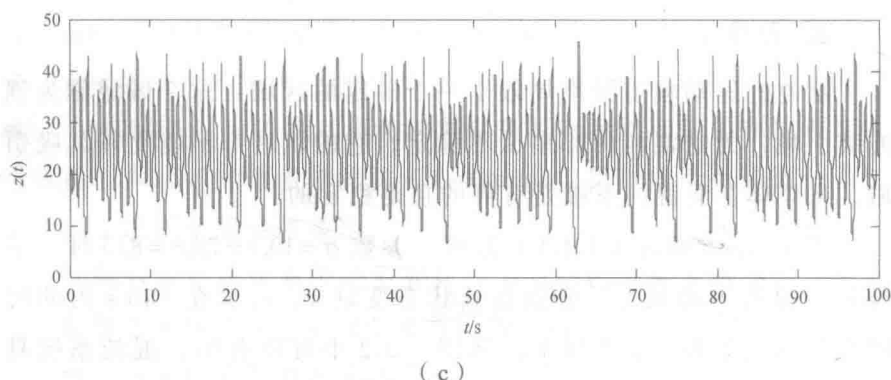


图 1.2.2 Lorenz 混沌系统状态变量的时间序列图

3. 长期不可预测性

一般地，当系统受到外界干扰时产生随机性，一个稳定的系统在不受外界干扰的情况下，其运动状态是确定的，即运动形式长期可以预测。不受外界干扰的混沌系统其运动状态具有“随机性”，导致其运动状态长期不可预测，产生这种随机性的根源是系统自身的非线性因素。

4. 正的李雅普诺夫 (Lyapunov) 指数

Lyapunov 指数是对非线性映射产生的运动轨道趋近或分离的整体效果进行定量刻画的工具。当 Lyapunov 指数小于零时，轨道间的距离按指数率消失，系统运动处于静止状态，对应的吸引子为不动点；当 Lyapunov 指数等于零时，各轨道间距离不变，运动轨道对应分岔点。系统运动处于周期状态，当 Lyapunov 指数大于零时，在初始状态相邻的轨道按指数率分离，系统运动处于混沌状态。

一般而言，系统具有一个正的 Lyapunov 指数，系统处于混沌运动状态；系统具有两个或两个以上正的 Lyapunov 指数，系统处于超混沌状态。下面通过表 1.2.1 给出 Lyapunov 指数的符号与耗散系统运动形式的对应关系。

表 1.2.1 Lyapunov 指数对耗散系统吸引子及运动形式的分类

维数 n	Lyapunov 指数的符号	吸引子类型	运动形式
3	---	稳定不动点	静止
	0--	极限环	周期运动
	00-	二维环面	准周期运动
	+0-	混沌吸引子	混沌运动
4	----	稳定不动点	静止
	0---	极限环	周期运动
	00-	二维环面	准周期运动
	000-	三维环面	准周期运动
	+0--	混沌吸引子	混沌运动
	+00-	三维环面上的混沌吸引子	混沌运动
	++0-	超混沌吸引子	超混沌运动

5. 遍历性

混沌吸引子的动力学行为是各态历经的，即在无限时间内混沌运动轨道经过混沌吸引域内的每一个点，既不自我重复也不自我交叉。因此，混沌在全局搜索、系统辨识和最优参数设计等方面具有重要的应用价值。

6. 分维性

分维性是指混沌的运动轨迹在相空间中的行为特征。混沌系统在相空间中的运动轨线，在某个有限区域内经过无限次折叠，不同于一般确定性运动，不能用整数表示其维数，这种无限次的折叠可以用分数维数表示。分数维数表现为混沌运动状态具有多叶、多层结构，表现为无限层次的自相似结构。

7. 普适性

普适性是指不同系统走向混沌态时所表现出来的某些共同特

征, 它不依赖于具体的系统方程或结构参数而变化, 具体体现为几个普适常数. 如系统经过倍周期分岔进入混沌时, 其分岔值序列收敛的过程中, 间隔比的极限 $\delta \approx 4.6692$, 这个常数就是著名的费根鲍姆常数. 普适性是混沌内在规律的一种体现.

8. 连续功率谱

连续功率谱是混沌系统的一个统计特征, 混沌系统的功率谱往往是在连续谱上叠加了一些具有一定宽度的线状谱宽峰, 宽峰的中心频率即为相轨线做近似周期运动的平均频率. 对于混沌运动, 因其具有内在随机性, 其频谱是连续的, 而且所研究的问题是确定性混沌, 所以混沌功率谱与随机过程功率谱是有明显区别的. 而拟周期运动的功率谱为离散谱线, 所以用功率谱图可以区分混沌运动和拟周期运动.

以 Lorenz 系统为例, 参数 $\sigma=10, r=28, b=8/3$ 时, 系统处于混沌运动状态, 取初值条件为 $(0.1, 0.2, 1)$, 状态变量 x 的功率谱如图 1.2.3 所示. 从图 1.2.3 中可以看出 Lorenz 系统的功率谱是连续频谱, 说明 Lorenz 系统在参数 $\sigma=10, r=28, b=8/3$ 时, 处于混沌运动状态.

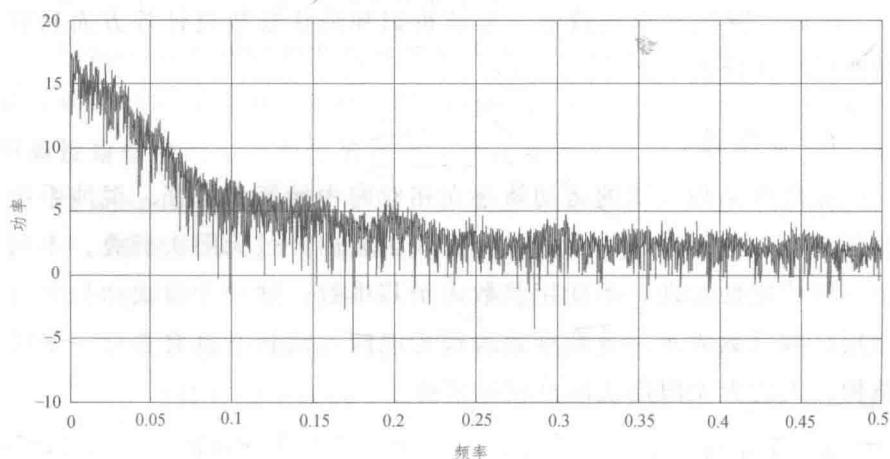


图 1.2.3 Lorenz 系统的功率谱

1.3 经典混沌系统简介

经典混沌系统的提出对混沌理论的发展具有极其重要的促进作用, 是混沌研究和应用的基础. 下面介绍 4 个经典的混沌系统模型, 分别为 Henon 映射、Logistic 系统、Lorenz 系统和 Chua 电路系统.

1. Henon 映射

1964 年, 法国天文学家 Henon 提出了著名的 Henon 映射^[9], 其离散迭代方程为

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + by_n - ax^2 \\ y_{n+1} = x_n \end{cases}$$

式中, a, b 为系统参数; x, y 为状态变量. 固定参数 $b=0.2$, 取 a 为系统的分岔参数, 当 $a \in [0, 1.6]$ 变化时, 得到如图 1.3.1 所示的分岔图.

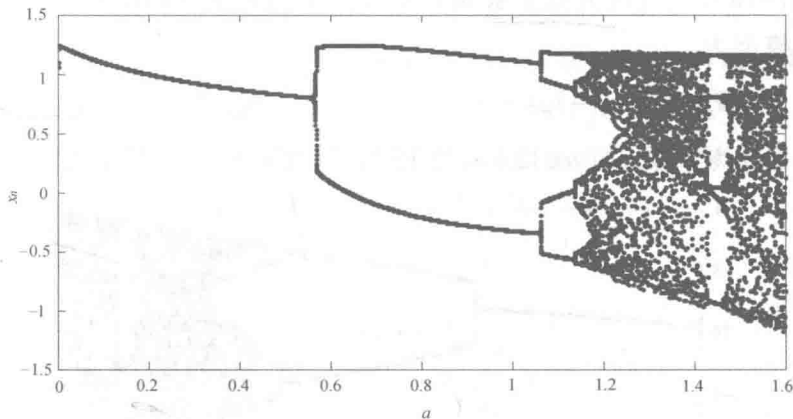


图 1.3.1 Henon 映射分岔图

从图 1.3.1 中可以看出, 当参数 $a \in [0, 1.6]$ 变化时, 系统具有丰富的动力学行为. 系统由稳定状态经过倍周期分岔, 走向混沌运动. 当参数 $a \in [0, 1.14]$ 时, 系统处于稳定状态; 当参数 $a \in [1.14, 1.43]$ 时, 系统处于混沌状态; 当参数 $a \in [1.43, 1.47]$ 时, 系统又处于周期运动; 当参数 $a \in [1.47, 1.6]$ 时, 系统又处于混沌状态.

根据图 1.3.1 所示的分岔图, 固定参数 $b=0.2$, 取 $a=1.6$, 得到如图 1.3.2 所示的 Henon 映射的混沌吸引子相图.

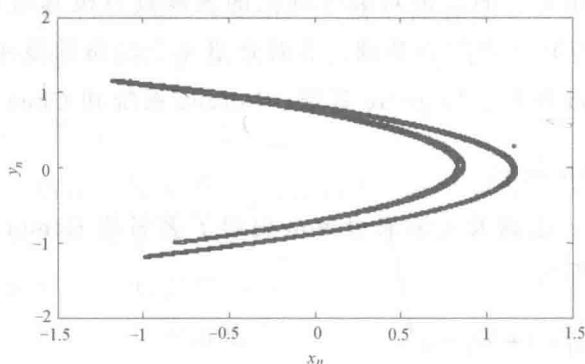


图 1.3.2 Henon 映射的混沌吸引子

2. Logistic 系统

1976 年, 美国生态学家 May 提出了著名的 Logistic 系统^[11], 其数学模型为

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$

式中, μ 为参数. 当 $\mu \in [2.6, 4]$ 变化时, 得到如图 1.3.3 所示的分岔图.

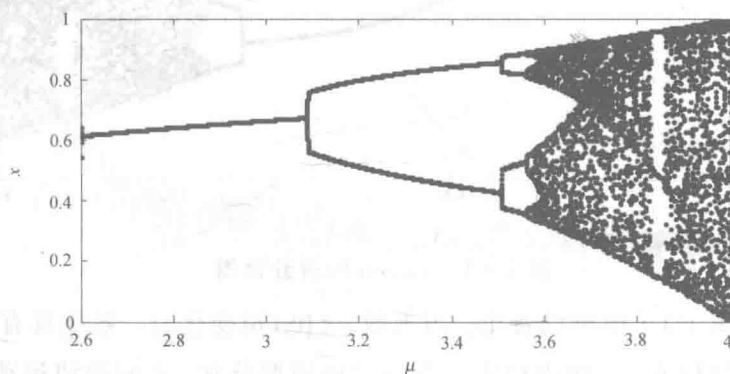


图 1.3.3 Logistic 系统的分岔图

从图 1.3.3 中可以看出, 当参数 $\mu \in [2.6, 4]$ 变化时, 系统具有丰富的动力学行为, 逐步发生倍周期分岔, 最后进入混沌运动. 当参