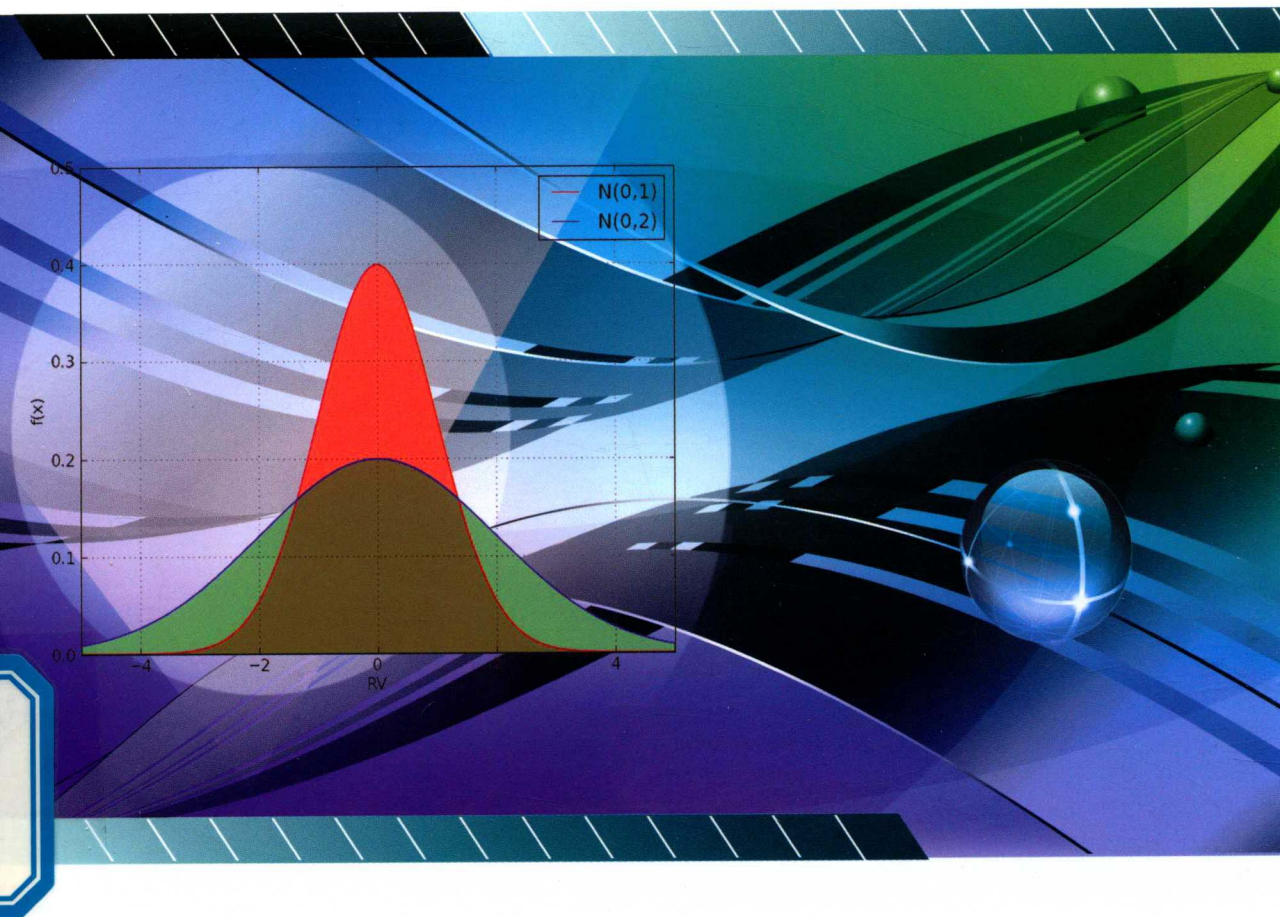


“新工科建设”教学探索成果·“十三五”规划教材

# 概率论与数理统计 同步练习与提高

• 主 编 王聚丰 涂黎晖  
• 副主编 翁云杰 余琛妍 李莎莎 孙海娜      • 主 审 苏德矿



 中国工信出版集团

 电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

“新工科建设”教学探索成果·“十三五”规划教材

# 概率论与数理统计 同步练习与提高

主 编 王聚丰 涂黎晖  
副主编 翁云杰 余琛妍 李莎莎 孙海娜  
主 审 苏德矿

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是与《概率论与数理统计》(张继昌编著,浙江大学出版社,2006)配套的同步练习与提高,内容包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量、随机变量的数字特征、极限定理、数理统计基础、参数估计、假设检验。

本书按章节编排了与教材内容相对应的基础练习题,并在题目之后留了相应的解题空间,以便读者可以随时书写,也利于教师的批阅,使学生更好地掌握每个章节的内容和相应的重点、难点;本书还包含每个章节的提高综合练习题,部分学有余力的学生可以进一步尝试,开阔解题思路,提高自身解题能力,达到分层次教学的目的。同时,本书收录了概率论与数理统计课程的期中和期末考试样卷,旨在让同学们能够了解试卷的类型和知识分布的比重,以便能在掌握好知识的同时取得更理想的成绩。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步练习与提高 / 王聚丰,涂黎晖主编. —北京:电子工业出版社,2018.3

ISBN 978-7-121-31969-3

I. ①概… II. ①王… ②涂… III. ①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—教学参考资料 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 139790 号

策划编辑:章海涛

责任编辑:章海涛

文字编辑:谭海平 孟 宇

印 刷:三河市鑫金马印装有限公司

装 订:三河市鑫金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:14.75 字数:200 千字

版 次:2018 年 3 月第 1 版

印 次:2018 年 3 月第 1 次印刷

定 价:30.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式:192910558 (QQ 群)。

# 前 言

概率论与数理统计是高等学校工科类专业、经管类专业一门重要的数学基础课。能否用数学的思维、方法去思考、推理以及定量分析一些自然现象和经济现象，是衡量民族科学文化素质的重要标志，提高数学素养在培养高素质人才中有着不可替代的作用。

本书是与浙江大学出版社出版的《概率论与数理统计》(张继昌 编著)相配套的学习辅导用书，主要面向使用该教材的学生，也可供使用该教材的教师作为参考。本书分成三大部分：第一部分为基础题，根据《概率论与数理统计》的章节顺序和教学进度，选出适量的习题并留有解题空间可作为作业供学生练习，同时也为老师批阅和学生复习提供了方便；第二部分为提高题，在原有的习题难度基础上，结合教材内容和考研大纲筛选出具有一定综合性的习题，并给出了详细的解题思路和解答过程，还为部分习题提供了多种解法，该部分可作为学有余力的学生提高数学解题能力的参考用书；第三部分为期中期末样卷，可供学生复习备考之用。

本书的编写自始至终得到浙江大学宁波理工学院领导的支持和关怀，数学组全体教师对各章节习题进行了筛选、演算和校正，并提出了很多宝贵的意见，编者在此一并向他们表示衷心的感谢。

浙江大学出版社出版的《概率论与数理统计》(张继昌 编著)在浙江大学宁波理工学院和其他一些院校使用已经 10 多年，编写与该教材配套的用书是编者多年的心愿，现将长期教学实践积累的点滴写出来，为数学课程的学习带来更多的方便。由于编者对编写此类书缺乏经验，书中难免存在不足之处，恳请读者批评指正。

本书为任课教师提供了配套的教学资源(包含电子教案)，可登录华信教育资源网站(<http://www.hxedu.com.cn>)，注册之后进行免费下载。

编者

2018 年 2 月

浙江大学宁波理工学院

# 目 录

## 第一部分 概率论与数理统计同步练习

第 1 章 概率论的基本概念	2
§1.1 随机试验及随机事件	2
§1.2 随机事件的关系和运算	3
§1.3 概率的定义和性质	4
§1.4 等可能概率问题(古典概率)	5
§1.5 条件概率与乘法公式	7
§1.6 全概率公式	10
§1.7 贝叶斯公式	12
§1.8 独立性	14
第 2 章 随机变量及其分布	17
§2.1 离散型随机变量	17
§2.2 0-1 分布和泊松分布	19
§2.3 伯努利分布	20
§2.4 随机变量的分布函数	22
§2.5 连续型随机变量	24
§2.6 均匀分布与指数分布	25
§2.7 正态分布	27
§2.8 随机变量函数的分布	29
第 3 章 多维随机变量	31
§3.1 二维离散型随机变量	31
§3.2 二维连续型随机变量	32
§3.3 边缘密度函数	34
§3.4 随机变量的独立性	35
§3.5 多个随机变量的函数的分布	37
§3.6 几种特殊随机变量的函数的分布	38
第 4 章 随机变量的数字特征	40
§4.1 数学期望	40
§4.2 数学期望的性质	42

§4.3	方差	43
§4.4	常见随机变量的期望与方差	45
§4.5	协方差与相关系数	47
§4.6	独立性和相关性	48
<b>第5章</b>	<b>极限定理</b>	<b>51</b>
§5.1	大数定理	51
§5.2	中心极限定理	52
<b>第6章</b>	<b>数理统计基础</b>	<b>54</b>
§6.1	统计中的几个概念	54
§6.2	数理统计中常用的三个分布	55
§6.3	一个正态总体下的三个统计量的分布	56
§6.4	两个正态总体下的三个统计量的分布	57
<b>第7章</b>	<b>参数估计</b>	<b>58</b>
§7.1	矩估计	58
§7.2	极大似然估计	60
§7.3	估计量的评价标准	62
§7.4	区间估计	63
§7.5	两个正态总体的区间估计	64
§7.6	区间估计的特殊情形	65
<b>第8章</b>	<b>假设检验</b>	<b>66</b>
§8.1	假设检验的基本概念	66
§8.2	假设检验的说明	66
§8.3	一个正态总体参数的假设检验	67
§8.4	两个正态总体参数的假设检验	69

## 第二部分 提高篇

<b>第1章</b>	<b>概率论的基本概念</b>	<b>71</b>
<b>第2章</b>	<b>随机变量及其分布</b>	<b>73</b>
<b>第3章</b>	<b>二维随机变量</b>	<b>75</b>
<b>第4章</b>	<b>随机变量的数字特征</b>	<b>77</b>
<b>第5章</b>	<b>极限定理</b>	<b>79</b>
<b>第6章</b>	<b>数理统计基础</b>	<b>80</b>
<b>第7章</b>	<b>参数估计</b>	<b>81</b>

第 8 章 假设检验	83
------------	----

### 第三部分 综合练习

第 1 篇 期中考试样卷	85
第 2 篇 期末考试样卷	100
附 录 习题参考答案	113
参考文献	114

## 第一部分

# 概率论与数理统计问答题

## 练习

# 第一部分

## 概率论与数理统计同步 练习



# 第 1 章 概率论的基本概念

## §1.1 随机试验及随机事件

1. 写出下列随机试验的样本空间：

(1) 将一枚硬币连丢 3 次，观察正面 H，反面 T 出现的情形；

(2) 将一枚硬币连丢 3 次，观察出现正面的次数；

(3) 袋中装有编号为 1、2 和 3 的三个球，随机地取两个，考察这两个球的编号；

(4) 袋中装有编号为 1、2 和 3 的三个球，依次随机地取两次，每次取一个，不放回，考察这两个球的编号；

(5) 丢甲、乙两颗骰子，观察出现的点数之和；

(6) 丢甲、乙两颗骰子，观察它们出现的点数。

2. 写出下列随机试验中所指的随机事件。

(1) 丢一颗骰子。

A: 出现奇数点； B: 点数大于 2。

(2) 一枚硬币连丢 2 次。

A: 第一次出现正面； B: 两次出现同一面； C: 至少有一次出现正面。

(3) 从 1、2、3、4 四个数中随机地取一个，放回，再随机地取一个。

A: 其中一个数是另一个数的两倍； B: 两数的奇偶性相同。

(4) 10 个零件，其中有两个次品，随机地取 5 个。

A: 正品个数多于次品个数； B: 正品个数不多于次品个数。

## §1.2 随机事件的关系和运算

1. 设  $A, B, C$  为三个事件, 用  $A, B, C$  的运算关系表示下列各事件:

- (1)  $A, B, C$  都不发生;                      (2)  $A$  与  $B$  都发生, 而  $C$  不发生;  
(3)  $A$  与  $B$  都不发生, 而  $C$  发生;      (4)  $A, B, C$  中最多两个发生;  
(5)  $A, B, C$  中至少两个发生;            (6)  $A, B, C$  中不多于一个发生。

2. 设  $S = \{x: 0 \leq x \leq 5\}$ ,  $A = \{x: 1 < x \leq 3\}$ ,  $B = \{x: 2 \leq x < 4\}$ , 具体写出下列事件。

- (1)  $A \cup B$ , (2)  $AB$ , (3)  $\overline{AB} = 0$ , (4)  $\overline{A \cup B}$ , (5)  $\overline{\overline{AB}}$ 。

3. 已知当  $A$  发生或  $B$  发生时,  $C$  一定发生, 则不正确的是 ( )。

- (A)  $C \supset A$     (B)  $C \supset AB$     (C)  $C \supset A \cup B$     (D)  $C \subset A \cup B$

## §1.3 概率的定义和性质

1. 已知  $P(A \cup B) = 0.8$ ,  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.6$ , 则:

(1)  $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)  $P(\overline{AB}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (3)  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知  $P(A) = 0.7$ ,  $P(AB) = 0.3$ , 则  $P(A\overline{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知  $A \subset B$ ,  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$ , 则: (1)  $P(\overline{A}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)  $P(\overline{A} \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3)  $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (4)  $P(\overline{A}B) = \underline{\hspace{2cm}}$ , (5)  $P(A - B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设  $P(AB) = 0$ , 则一定正确的是 ( )。

(A)  $A, B$  互不相容 (B)  $\overline{A}, \overline{B}$  互不相容 (C)  $\overline{A}, \overline{B}$  相容 (D)  $P(A - B) = P(A)$

5. 若  $A \supset C$ ,  $B \supset C$ ,  $P(A) = 0.7$ ,  $P(A - C) = 0.4$ ,  $P(AB) = 0.5$ , 求  $P(AB - C)$ 。

6. 已知  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.7$ , 求  $P(AB)$  的最大值和最小值。

7. 已知  $P(A) = P(B) = P(C) = 0.4$ ,  $A$  与  $B$  互不相容,  $P(AC) = 0.1$ ,  $P(BC) = 0.2$ , 求  $A, B, C$  全不发生的概率。

8. 已知  $P(AB) = P(\overline{AB})$ ,  $P(A) = r$ , 求  $P(B)$ 。

9. 已知  $P(A) = 0.8$ ,  $P(A-B) = 0.7$ , 求  $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ 。

## §1.4 等可能概率问题 (古典概率)

1. 某班有 30 个同学, 其中 8 个女同学, 随机地选 10 个学生, 求: (1) 正好有两个女同学的概率; (2) 最多有两个女同学的概率; (3) 至少有两个女同学的概率。

2. 将 3 个不同的球随机地投入到 4 个盒子中, 求有 3 个盒子各有一球的概率。

3. 一副扑克牌 (52 张) 随机地等分给 4 个人, 求 4 张 A 都在指定的一人手中的概率。

4. 在房间里有 10 个人, 分别有 1 到 10 的编号, 从中随机地取选 3 个人, 求: (1) 最小号码为 5 的概率; (2) 最大号码为 5 的概率。

5. 从 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数中随机地取 3 个数, 则至少有一个奇数的概率是 ( )。

(A)  $C_5^1 C_4^2 / C_9^3$

(B)  $(C_4^3 + C_5^1 C_4^2) / C_9^3$

(C)  $C_5^1 C_8^2 / C_9^3$

(D)  $1 - C_4^3 / C_9^3$

6. 在 10 个人中至少有两个人生日相同的概率是 ( )。(设一年为 365 天)

(A)  $P_{365}^{10} / 365^{10}$

(B)  $1 - P_{365}^{10} / 365^{10}$

(C)  $C_{10}^2 C_{365}^1 P_{364}^8 / 365^{10}$

(D)  $C_{10}^1 C_9^1 C_{365}^1 P_{364}^8 / 365^{10}$

7. 从 1 到 2002 中随机地取一个整数, 求: (1) 能被 6 和 8 整除的概率; (2) 能被 6 或 8 整除的概率。

8. 从  $1, 2, 3, \dots, 2n$  中随机地取两个数, 求和为偶数的概率。

9. 两个红球, 两个白球, 随机地放入两个盒中, 求盒中球同色的概率。

10. 在区间  $(0, 1)$  上随机地取两个数, 求它们的乘积大于  $\frac{1}{4}$  的概率。

## §1.5 条件概率与乘法公式

1. 盒内有 10 个签, 其中两个是“中”, 从盒内随机地取一个签, 不放回, 再随机地取一个签,  $A$  表示第一次取到“中”,  $B$  表示第二次取到“中”, 则:

$$P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}; P(B|\bar{A}) = \underline{\hspace{2cm}}; P(\bar{B}|A) = \underline{\hspace{2cm}}; P(\bar{B}|\bar{A}) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设事件  $A, B, C$  满足  $P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C)$ , 则正确的是 ( )。

- (A)  $P(AB) = 0$                       (B)  $P(AB|C) = 0$   
(C)  $P(AB|\bar{C}) = 0$                 (D) 以上都不对

3. 丢甲、乙两颗均匀的骰子, 已知点数之和为 7, 求其中一颗点数为 1 的概率。

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_

所在院系: \_\_\_\_\_

所在班级: \_\_\_\_\_

4. 从 1~100 这 100 个数中随机地取一个数, 已知取到的数不大于 50, 求这个数是 2 或 3 的倍数的概率。

5. 盒内有 10 个签, 其中两个是“中”, 从盒内随机地取一个签, 不放回, 再随机地取一个签, 求: (1) 两次都是“中”的概率; (2) 两次都不是“中”的概率; (3) 一次是“中”一次不是“中”的概率。

6. 据统计, 某市发行  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三种报纸, 订阅情况为  $P(C)=0.6$ ,  $P(B|C)=0.5$ ,  $P(A|BC)=0.4$ , 求订阅  $B$  报和  $C$  报但不订阅  $A$  报的概率。

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_

所在院系: \_\_\_\_\_

所在班级: \_\_\_\_\_

7. 已知  $P(A) = 1/4$ ,  $P(B|A) = 1/3$ ,  $P(A|B) = 1/2$ , 求  $P(A \cup B)$ 。

8. 已知  $P(A) = P(B) = 1/3$ ,  $P(A|B) = 1/6$ , 求  $P(A|\bar{B})$ 。

9. 已知事件  $A$  与  $B$  互不相容,  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$ , 求:  $P(A|\bar{B})$ 。



10. 已知  $P(\bar{A}) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$ ,  $P(A\bar{B}) = 0.5$ , 求  $P(B | A \cup \bar{B})$ 。

## §1.6 全概率公式

1. 有 10 个签, 其中两个是“中”, 第一人随机地抽一个签, 不放回, 第二人再随机地抽一个签, 说明两人抽“中”签的概率相同。

2. 盒中有 4 个红球 6 个白球, 从中随机地取一个球, 观察颜色, 放回, 再加入两个同色球, 然后再从中随机地取一个球, 求取到红球的概率。