

普通高等教育“十三五”规划教材

# 数字信号处理 及其应用

Digital Signal Processing and  
Application

◎ 刘小河 编著



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材

# 数字信号处理及其应用

刘小河 编著



机械工业出版社

本书系统介绍了数字信号处理的基本理论和方法,对现代数字信号处理的基本概念及主要方法进行了简明而严谨的介绍。主要包括:数字信号处理系统的基本组成,离散信号和离散系统, $z$ 变换,线性时不变离散系统的变换域分析,数字滤波器设计,离散傅里叶变换及快速算法,信号处理中的其他常用正交变换,随机信号处理,功率谱估计,非平稳信号的时频分析和小波分析初步等。

本书对于随机信号分析、现代谱分析、维纳滤波、时频分析和小波分析等现代信号处理的基本概念和方法,进行了较为系统的介绍,便于读者在熟悉数字信号处理基本理论的基础上,了解现代信号处理的方法,便于在相关研究领域中,尽快深入到研究工作中去。

本书可作为控制科学与工程、测试科学与技术、电气工程等学科研究生数字信号处理课程的参考教材,也可作为电子信息工程、通信工程、自动化、测控技术等本科专业数字信号处理课程的教学参考书,对高校教师和工程技术人员,本书也有较好的参考价值。

## 图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理及其应用/刘小河编著. —北京:机械工业出版社, 2018. 1  
普通高等教育“十三五”规划教材  
ISBN 978-7-111-58396-7

I. ①数… II. ①刘… III. ①数字信号处理-高等学校-教材  
IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第266089号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:王雅新 责任编辑:王雅新 张利萍 刘丽敏

责任校对:张征 封面设计:张静

责任印制:张博

河北鑫兆源印刷有限公司印刷

2018年1月第1版第1次印刷

184mm×260mm·13.5印张·324千字

标准书号:ISBN 978-7-111-58396-7

定价:34.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88379833

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-88379649

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

# 前言

数字信号处理已经成为电子信息工程、通信工程、计算机科学与技术、自动化、测控技术等本科专业及信号与信息处理、电子科学与技术、控制科学与工程等研究生学科的重要专业基础课之一,由于该门课程既涉及离散信号与系统的理论,又涉及信号处理的重要方法,一直是一门具有较大学习难度的课程。对初次接触该领域的学生来说,一本合适的教学参考书对课程的学习具有较大的帮助。

目前出版的数字信号处理教材种类繁多,其中很多优秀的教材具有鲜明的特色。从层次上来看,大体可分为适合本科生使用的教材及适合研究生使用的教材。本科生层次的教材多是面向电子信息类专业编写的,一般重点介绍离散系统的基本理论与方法、数字滤波器设计和快速傅里叶变换的基本方法,对现代信号分析与处理的内容较少涉及。研究生层次的教材面向对象较广,多数教材一般主要介绍现代信号处理方法的若干内容。对于本科已经学习过的数字信号处理的基本理论和方法,一般仅做概要介绍。

作者十余年来一直给检测技术与自动化装置、微电子学、电路与系统、控制理论与控制工程等学科的研究生及控制工程专业学位的研究生讲授“数字信号处理”课程,很多研究生本科阶段没有学习过信号处理类的课程,甚至对信号与系统的基本概念也了解甚少。这些专业的研究生一般希望在学习了数字信号处理基本理论的基础上,能够在应用层面了解相关领域现代方法的应用,以便尽快进入研究领域,这就需要与之配套的教学参考书。其实,对于计算机科学与技术、自动化、测控技术等本科专业的高年级学生,也同样有一个如何在掌握数字信号处理基本理论框架的基础上,了解一些现代信号处理的方法,以适应现代科学技术发展需要的问题。编者在讲授课程的过程中,广泛参考了国内外相关教材,编写了相关讲义,在北京市教学名师专项资金的资助下,对如何处理好基本理论、现代方法、工程应用的关系进行了探索,形成了自己的特色。在此基础上形成本书并奉献给读者。

本书的特点是自成体系,既严谨地讲述数字信号处理的基本理论和方法,又简明地介绍现代信号处理方法的基本概念和思路(例如时频分析和小波分析的概念和方法初步),还给出一些应用性较为广泛的数字信号处理方法(例如现代谱分析、维纳滤波等),便于学生在熟悉数字信号处理基本理论的基础上,了解现代信号处理方法的观念,并能够对某些领域的应用有较为深入的了解,便于在某些研究领域中使用数字信号处理方法尽快开展研究工作。本书对数字信号处理在控制工程中的应用给予特别的关注,这是以往同类教材中不多见的。为了适合本科生的学习,本书对基本理论的某些内容适当降低了难度,并通过适当的例子帮助学生理解某些重要的概念。对于本科生的学习,可以在学习前6章的基础上,结合专业特点选择后4章的部分内容进行介绍,对于研究生,学完本书的全部内容可以为从事数字信号处理相关研究工作打下一个初步的基础。

本书可作为控制科学与工程、测试科学与技术、电气工程等学科研究生数字信号处理课

程的参考教材,也可作为电子信息工程、通信工程、自动化、测控技术等本科专业数字信号处理课程的教学参考书,对高校教师和工程技术人员,本书也有较好的参考价值。

本书的出版得到了北京市教学名师专项资金的资助,在此向北京市教委表示由衷的谢意。

在本书的立项、编写和出版过程中,得到了机械工业出版社的指导和大力支持,在此编者表示诚挚的感谢。

限于编者水平和能力,书中谬误之处在所难免,恳请各位专家、学者、读者给予批评指正。

刘小河

# 目 录

## 前 言

## 第1章 绪论..... 1

### 1.1 数字信号处理..... 1

#### 1.1.1 数字信号处理系统的基本组成..... 1

#### 1.1.2 数字信号处理的优点..... 2

### 1.2 数字信号处理研究的内容..... 2

#### 1.2.1 离散线性系统的基本理论..... 2

#### 1.2.2 信号的离散正交变换及快速算法..... 3

#### 1.2.3 数字滤波器的设计..... 3

#### 1.2.4 随机信号的处理..... 3

#### 1.2.5 连续信号的采集与重构..... 3

### 1.3 数字信号处理的应用..... 4

#### 1.3.1 电子测量与仪器..... 4

#### 1.3.2 现代通信..... 4

#### 1.3.3 语音与图像处理..... 4

#### 1.3.4 生物医学信号处理..... 4

#### 1.3.5 控制及自动化..... 5

### 1.4 数字信号处理理论发展的历史回顾..... 5

## 第2章 离散信号和离散系统..... 6

### 2.1 离散信号..... 6

#### 2.1.1 离散信号的概念..... 6

#### 2.1.2 典型离散信号..... 7

#### 2.1.3 离散信号的分类..... 9

#### 2.1.4 离散信号的运算和变换..... 10

### 2.2 离散系统..... 13

#### 2.2.1 离散系统的输入-输出描述..... 13

#### 2.2.2 离散系统的分类..... 15

### 2.3 线性时不变离散系统的时域分析..... 16

#### 2.3.1 线性差分方程的求解..... 16

#### 2.3.2 LTI 离散系统的抽样响应..... 19

#### 2.3.3 LTI 离散系统对任意输入的零状态响应: 卷积和..... 21

#### 2.3.4 LTI 离散系统的稳定性..... 23

### 2.4 连续信号的采样..... 25

#### 2.4.1 信号的采样过程..... 25

#### 2.4.2 采样定理及 A-D 转换..... 27

#### 2.4.3 由样本序列重构模拟信号..... 28

### 本章小结..... 31

### 习题..... 31

## 第3章 $z$ 变换..... 33

### 3.1 $z$ 变换及其性质..... 33

#### 3.1.1 $z$ 变换的定义和收敛域..... 33

#### 3.1.2 常用 $z$ 变换..... 36

#### 3.1.3 $z$ 变换的性质..... 37

### 3.2 $z$ 逆变换..... 41

#### 3.2.1 幂级数展开法求 $z$ 逆变换..... 41

#### 3.2.2 部分分式展开法求 $z$ 逆变换..... 42

#### 3.2.3 围线积分法求 $z$ 逆变换..... 45

### 3.3 复卷积定理和帕斯瓦尔定理..... 46

#### 3.3.1 复卷积定理..... 46

#### 3.3.2 帕斯瓦尔定理..... 48

### 本章小结..... 49

### 习题..... 49

## 第4章 线性时不变离散系统的变换域分析..... 50

### 4.1 线性时不变离散系统的 $z$ 域分析..... 50

#### 4.1.1 用 $z$ 变换求解差分方程..... 50

#### 4.1.2 系统函数 $H(z)$ ..... 52

#### 4.1.3 离散系统的稳定性..... 55

### 4.2 线性时不变离散系统的频域分析..... 56

#### 4.2.1 线性时不变离散系统的频率特性..... 56

#### 4.2.2 频率响应的几何确定..... 58

#### 4.2.3 理想低通滤波器..... 60

#### 4.2.4 全通系统..... 61

### 4.3 线性时不变离散系统的基本结构..... 62

#### 4.3.1 无限长冲激响应系统的基本结构..... 62

#### 4.3.2 有限长冲激响应系统的基本结构..... 66

#### 4.3.3 离散系统的 Lattice 结构..... 66

|                                   |     |                                 |     |
|-----------------------------------|-----|---------------------------------|-----|
| 本章小结 .....                        | 72  | 7.2.1 信号的正交分解 .....             | 123 |
| 习题 .....                          | 72  | 7.2.2 信号的正交变换 .....             | 123 |
| <b>第5章 数字滤波器设计</b> .....          | 74  | 7.2.3 正交变换的性质 .....             | 125 |
| 5.1 滤波器的基本概念 .....                | 74  | 7.3 正交变换的种类 .....               | 127 |
| 5.1.1 滤波的概念 .....                 | 74  | 7.3.1 正弦类变换 .....               | 127 |
| 5.1.2 滤波器的分类 .....                | 75  | 7.3.2 非正弦类变换 .....              | 127 |
| 5.1.3 数字滤波器的基本设计方法 .....          | 76  | 7.4 离散余弦变换和离散正弦变换 .....         | 128 |
| 5.2 无限冲激响应 (IIR) 数字滤波器设计 .....    | 79  | 7.4.1 离散余弦变换 (DCT) .....        | 128 |
| 5.2.1 冲激响应不变法 .....               | 80  | 7.4.2 离散正弦变换 (DST) .....        | 129 |
| 5.2.2 双线性变换法 .....                | 81  | 7.4.3 DCT 的应用 .....             | 129 |
| 5.2.3 数字滤波器的频率变换 .....            | 83  | 本章小结 .....                      | 131 |
| 5.3 有限冲激响应 (FIR) 数字滤波器设计 .....    | 84  | 习题 .....                        | 131 |
| 5.3.1 窗函数法 .....                  | 85  | <b>第8章 随机信号处理</b> .....         | 132 |
| 5.3.2 常用窗函数 .....                 | 86  | 8.1 离散随机信号及其描述 .....            | 132 |
| 本章小结 .....                        | 89  | 8.1.1 离散随机信号 .....              | 132 |
| 习题 .....                          | 89  | 8.1.2 随机信号的分布函数 .....           | 133 |
| <b>第6章 离散傅里叶变换及快速算法</b> .....     | 91  | 8.1.3 随机信号的统计特性 .....           | 134 |
| 6.1 离散傅里叶级数 .....                 | 91  | 8.1.4 随机信号的常见概率密度函数 .....       | 135 |
| 6.1.1 离散傅里叶级数的定义 .....            | 91  | 8.1.5 离散平稳随机信号及各态遍历性 .....      | 137 |
| 6.1.2 离散傅里叶级数的性质 .....            | 94  | 8.2 相关函数和谱分析 .....              | 139 |
| 6.2 离散傅里叶变换 (DFT) .....           | 96  | 8.2.1 确定性信号的相关函数与谱分析 .....      | 139 |
| 6.2.1 离散傅里叶变换的定义 .....            | 97  | 8.2.2 离散随机信号相关函数的性质 .....       | 144 |
| 6.2.2 离散傅里叶变换的基本性质 .....          | 99  | 8.2.3 平稳随机信号的功率谱密度 .....        | 146 |
| 6.2.3 用 DFT 计算线性卷积 .....          | 102 | 8.2.4 几种典型的随机信号 .....           | 149 |
| 6.3 快速傅里叶变换 .....                 | 105 | 8.3 平稳随机信号通过线性离散系统 .....        | 151 |
| 6.3.1 直接计算 DFT 算法存在的问题及改进途径 ..... | 105 | 8.3.1 输出的均值 .....               | 151 |
| 6.3.2 按时间抽取的 FFT 算法 .....         | 108 | 8.3.2 输出的自相关函数和功率谱密度 .....      | 152 |
| 6.3.3 按频率抽取的 FFT 算法 .....         | 112 | 8.3.3 输入-输出的互相关函数及互功率谱 .....    | 153 |
| 6.3.4 分裂基算法 .....                 | 114 | 8.4 随机信号处理的应用 .....             | 153 |
| 本章小结 .....                        | 117 | 8.4.1 线性系统对白噪声的响应 .....         | 153 |
| 习题 .....                          | 117 | 8.4.2 利用互相关测定系统的冲激响应及系统函数 ..... | 156 |
| <b>第7章 信号处理中的其他常用正交变换</b> .....   | 119 | 8.4.3 最小均方估计——维纳滤波 .....        | 157 |
| 7.1 信号空间的概念 .....                 | 119 | 8.4.4 卡尔曼滤波 .....               | 159 |
| 7.1.1 线性赋范空间 .....                | 119 | 本章小结 .....                      | 162 |
| 7.1.2 内积空间与希尔伯特空间 .....           | 120 | 习题 .....                        | 163 |
| 7.1.3 $l_2$ 空间与 $L_2$ 空间 .....    | 122 | <b>第9章 功率谱估计</b> .....          | 164 |
| 7.2 信号的正交分解与正交变换 .....            | 123 | 9.1 功率谱估计的基本概念 .....            | 164 |

|                                            |            |                             |            |
|--------------------------------------------|------------|-----------------------------|------------|
| 9.1.1 估计的质量评定 .....                        | 164        | 10.1.1 非平稳信号 .....          | 185        |
| 9.1.2 随机信号的模型 .....                        | 167        | 10.1.2 时频分析的概念 .....        | 187        |
| 9.1.3 谱估计方法 .....                          | 168        | 10.1.3 不确定原理 .....          | 189        |
| 9.2 经典谱估计方法 .....                          | 169        | 10.2 短时傅里叶变换 .....          | 191        |
| 9.2.1 相关估计法原理 .....                        | 169        | 10.2.1 连续信号的短时傅里叶变换 .....   | 191        |
| 9.2.2 周期图法 .....                           | 171        | 10.2.2 离散信号的短时傅里叶变换 .....   | 193        |
| 9.2.3 经典谱估计方法小结 .....                      | 174        | 10.3 魏格纳 (Wigner) 分布 .....  | 193        |
| 9.3 信号参数模型谱估计 .....                        | 175        | 10.3.1 Wigner 分布的定义 .....   | 193        |
| 9.3.1 平稳随机信号参数模型 .....                     | 175        | 10.3.2 Wigner 分布的基本性质 ..... | 196        |
| 9.3.2 AR 模型的正则方程和<br>参数计算 .....            | 176        | 10.3.3 Wigner 分布的应用 .....   | 199        |
| 9.3.3 AR 模型谱估计的性质 .....                    | 179        | 10.4 小波分析初步 .....           | 200        |
| 9.3.4 ARMA 模型及功率谱估计 .....                  | 180        | 10.4.1 小波变换的定义和特点 .....     | 200        |
| 本章小结 .....                                 | 183        | 10.4.2 几种基本小波函数 .....       | 203        |
| 习题 .....                                   | 184        | 10.4.3 小波反变换及小波容许条件 .....   | 204        |
| <b>第 10 章 非平稳信号的时频分析和<br/>小波分析初步 .....</b> | <b>185</b> | 10.4.4 离散小波变换 .....         | 205        |
| 10.1 非平稳信号分析引论 .....                       | 185        | 本章小结 .....                  | 206        |
|                                            |            | 习题 .....                    | 206        |
|                                            |            | <b>参考文献 .....</b>           | <b>208</b> |

# 第 1 章 绪 论

当前的社会是一个信息社会，人们利用信息来了解客观事物的现象，探索其规律，控制和利用能源。信号是信息的重要载体，通过对信号的采集、变换、运算等加工处理，可以了解信号所包含的信息。近几十年来随着计算机技术和微电子技术的发展，数字信号处理方法和技术的的重要性日益显著，目前在语音与数据通信、图像传输、电子仪器、生物医学工程、雷达、机器人控制、日用电子产品等方面获得了广泛的应用。

数字信号处理目前已经形成一个具有坚实的理论基础、理论与算法并重、与其他应用学科相互渗透、具有勃勃生机的新兴学科。可以这么说，信号处理几乎涉及所有的工程技术领域。因此，数字信号处理的理论不但为电子信息及通信类专业作为必备的学科基础，而且也被测控技术、计算机应用、自动化、电气工程、机械电子、生物医学工程等专业作为重要的专业基础之一。

本章介绍数字信号处理的一些基本概念，对其应用和发展做简明的叙述。

## 1.1 数字信号处理

所谓信号处理，就是对通过观测得到的各类物理信号（或数据）根据一定要求进行变换或运算等加工处理，以满足工程技术领域或其他实际要求。例如滤波、调制、解调、均衡、信号特征提取等都是常见的信号处理类型。

20 世纪 60 年代以前，信号处理一般采取模拟技术，最常见的信号处理系统是各类滤波器。模拟系统信号处理是实时的，但信号处理类型受到限制，易受噪声影响，精度较差。

随着数字计算机和微电子技术的发展，数字信号处理技术应运而生。所谓数字信号处理（Digital Signal Processing），就是采用数字系统对信号进行处理，这使得信号处理领域发生了革命性的变化。

### 1.1.1 数字信号处理系统的基本组成

图 1-1 是一个采用数字系统进行信号处理的示意图。 $x_a(t)$  为待处理模拟信号， $y_a(t)$  为处理后的模拟信号。为了便于处理，首先要通过预滤波将  $x_a(t)$  的频谱限制在一定的频率范围，以便可以选择合适的采样频率。模-数（A-D）转换器的作用是将连续的模拟信号进行采样，并以一定的精度量化为离散的数字信号。该离散信号按一定的算法进行处理后，得到待输出的数字信号。这个信号经过 D-A 转换后，变为阶梯形式的模拟信号。对阶梯形式的模拟信号进行平滑滤波后，最终得到处理后的模拟信号  $y_a(t)$ 。

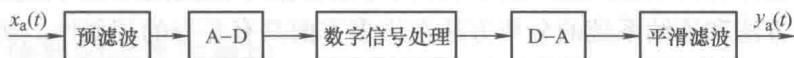


图 1-1 数字系统进行信号处理示意图

在图 1-1 所示系统中, 数字信号处理是系统的核心部分。数字信号处理的过程就是利用计算机或专用数字系统采用一定的数值算法对数字信号进行加工或变换, 例如卷积运算、特征值估计、识别等。应当注意的是, 离散信号与数字信号具有不同的含义。离散信号在时间自变量取值为离散值, 在信号幅值上是连续的。而数字信号在时间上是离散的, 在信号幅值取值上是以有限精度离散量化值来表示的。不过, 目前在信号处理的文献和教科书中, 离散信号处理和数字信号处理这两个术语往往是通用的。

### 1.1.2 数字信号处理的优点

数字信号处理系统中由于采用了以计算机为核心的数字系统, 所以具有一系列明显的优点。

首先是系统的抗干扰能力强。模拟信号处理系统对各类噪声比较敏感, 特别是系统中出现脉冲干扰时, 系统的输出会出现偏差, 可能导致错误的结果。而数字系统对于脉冲干扰具有较强的抗干扰能力, 在多数情况下可以有效排除干扰的影响, 不影响系统处理的结果。

其次是数字信号处理系统可以达到比较高的处理精度, 尽管从理论上说, 模拟信号处理系统可以达到任意设计的处理精度, 但是由于模拟电子器件的参数离散性及元件生产存在的容差, 使得理论设计的系统和实际实现的系统有比较大的区别, 从而使得系统处理的信号精度受到影响。数字信号处理系统的精度取决于 A-D 转换的字长, 一般可比模拟系统高 1~2 个数量级。

模拟信号处理系统一旦设计制作完成, 系统的功能就唯一确定, 即使稍稍改变系统的功能, 也需要重新设计制作系统。而数字信号处理系统具有高度的灵活性, 系统的性能可由软件编程改变, 不但可以实现类似于模拟系统的数字滤波器, 而且可以实现现代谱估计、自适应滤波等复杂的信息处理过程。

数字信号处理系统还具有易于集成、利于小型化的特点, 因此可以嵌入到现代仪器仪表中, 构成智能化仪器仪表。

## 1.2 数字信号处理研究的内容

随着微电子技术和计算机技术的发展, 数字信号处理已经成为具有坚实理论基础、应用领域极为广泛的新兴学科。本节简单介绍数字信号处理学科的主要研究内容。

### 1.2.1 离散线性系统的基本理论

数字信号处理的学科理论基础是离散系统理论, 特别是离散线性系统的理论。离散系统的理论包含离散信号的分析 and 离散系统的分析。离散信号分析的内容主要包含信号的描述与运算, 信号的变换, 信号在不同域 (例如频域、 $z$  域) 的特征及分析等。离散线性系统理论主要包含系统的描述、离散线性系统的模拟、离散线性系统的基本性质、离散线性系统的时域分析、离散线性系统的系统函数与频率特性、离散线性系统的稳定性等方面的内容。离散系统的基本分析方法和连续系统的分析方法在许多方面具有并行的相似性。例如差分方程描述离散系统对应于微分方程描述连续系统; 采用卷积和计算离散线性系统的零状态响应对应于采用卷积积分计算连续线性系统的零状态响应; 采用  $z$  变换和离散信号傅里叶变换研究离

散线性系统的方法和采用拉普拉斯变换和连续信号傅里叶变换研究连续线性系统的方法也有某种对应的关系。然而离散系统理论和连续系统理论仍然具有某些重要的差别,使得离散系统理论体现出某些特殊的特性。

### 1.2.2 信号的离散正交变换及快速算法

一个具体的信号可以看作是信号空间中的一个向量。如同某一空间中的任一向量在直角坐标系可以分解为该空间正交向量的组合那样,任意一个信号也可以看作是信号空间中若干正交信号向量的组合。若任意一个信号总可以采用一组正交信号向量组合来表示,这种表示方式就称为信号的正交分解,也称为正交变换。为了研究信号的性质,需要对信号进行正交变换。离散傅里叶变换、离散正弦变换、离散余弦变换等都是离散信号的常见正交变换,这些变换的性质、特点及计算都是人们关注的问题。快速算法是指采用计算机实现离散正交变换的高效算法,各种快速算法的提出使得数字信号处理理论应用的广度和深度都日益扩展。可以这么说,数字信号处理学科的发展与算法的进展密不可分。

### 1.2.3 数字滤波器的设计

滤波就是在频域中将信号中不需要的频率分量有效消除而保留所需要的频率分量。模拟滤波器是采用模拟电子器件设计而形成的具有滤波功能的电子系统,数字滤波器则采用离散系统对离散信号在频域中实现滤波的功能。数字滤波器在本质上是对输入离散信号按一定的方式对信号进行变换,而得到所需要的输出离散信号。数字滤波器从实现方法上可以分为无限冲激响应滤波器(IIR)和有限冲激响应滤波器(FIR)。无限冲激响应滤波器的设计一般以模拟滤波器的理论为基础,根据模拟滤波器的系统函数,按照一定规则进行转换得到数字滤波器的系统函数。有限冲激响应滤波器的设计建立在对理想滤波器进行某种近似的基础上,主要有窗函数法、频率抽样法及最佳一致逼近法等。有限冲激响应滤波器的优点是系统总能保证稳定性,并且易实现线性相位。数字滤波器的设计已经成为初等数字信号处理课程的基本内容之一。

### 1.2.4 随机信号的处理

在信号处理领域(例如语音信号处理、生物医学信号处理、雷达信号处理等)中所涉及的信号多数为随机信号。随机信号的处理是现代信号处理理论的研究热点和重点领域。随机信号可分为平稳信号和非平稳信号。对平稳信号,需要分析信号的相关函数及功率谱,以对信号的特征进行分析。信号的相关函数或谱分析需要了解足够多的样本信号,即使对于各态遍历的平稳信号,也需要了解所有时刻信号的观测值。由于只能得到有限个信号的观测值,因而产生了由有限数据进行相关函数及功率谱的估计问题。而现代谱估计是数字信号处理研究中最为活跃的领域之一。对于非平稳信号,其频率特性随时间变化,需要分析信号的时频特性。非平稳信号的时频分析、小波分析是现代信号处理研究中最为活跃的领域之一,已经取得很多成果,并应用到信号处理实际中。

### 1.2.5 连续信号的采集与重构

在数字信号处理的应用中,往往是对连续信号进行采样后再处理,最后将处理好的离散

信号恢复为连续信号。因此需要研究连续信号的采集与重构方法。信号采集要研究的主要问题是使抽样信号保持原连续信号的全部频谱信息，量化误差分析。信号的重构实际是根据离散信号进行内插以恢复对应的连续信号，其理想重构是采用理想滤波器来实现。其他如 A-D、D-A 技术，多抽样率等也是信号采集与重构所关心的基本问题。

### 1.3 数字信号处理的应用

数字信号处理技术现在已广泛应用于通信、雷达、电子测量与仪器、语音与图像处理、音频和视频、生物医学工程、工业控制、汽车、机器人控制等多个领域。下面简要介绍数字信号处理的一些典型应用。

#### 1.3.1 电子测量与仪器

电子测量与仪器是数字信号处理广泛应用的领域之一，频谱分析仪是其中的典型代表。频谱分析仪是一个实时信号处理系统，它以硬件实现的实时 FFT 为核心，可以实现离散傅里叶变换和反变换、卷积、相关函数、功率谱等实时运算功能，为现代科学研究和信号处理提供了很好的工具。随着数字信号处理芯片（DSP）的飞速发展，越来越多的电子仪器嵌入了信号处理功能，形成智能电子仪器，例如数字滤波器、智能示波器、瞬态分析、模式匹配、函数发生器、逻辑分析仪、信令分析仪等。

#### 1.3.2 现代通信

现代通信中大量应用了基于数字信号处理的相关技术。例如数字处理接收机，具有滤波、解调、工作方式选择（调幅、单边带、调频、数据通信等）等功能；PCM 通信中的处理与变换，时分复用与频分复用的数字化接口都可以利用数字信号处理技术实时实现。数字信号处理技术还广泛应用于数据加密、回波抵消、视频会议、IP 电话和数字广播中。

#### 1.3.3 语音与图像处理

语音与图像处理是数字信号处理应用最活跃的领域之一。语音处理中的语音增强、语音识别、语音合成、文本/语音交换等，或从输入信号中提取有用信息，或是为了解释信号，为最终能进行信号解释的智能处理系统提供一个信号预处理。图像处理涉及摄影图像、气象图像、地质勘探图像、医疗图像、动画和数字地图等。其目的是为了提高图像质量，或进行提取特征，或进行压缩以便于传输，或为了进行模式识别，主要内容有图像增强、图像复原、图像重建、图像压缩编码、图像识别和图像传输等。

#### 1.3.4 生物医学信号处理

现代医学中需要面对大量的医学信号处理问题，例如脑电信号、心电信号、肌电信号、视觉信号和医用图像处理等，它们是对人体进行诊断、监护和治疗的重要依据。生物信号是一类比较复杂的随机信号，具有信号弱、非平稳性、噪声背景强的特点，需要采用先进的信号处理方法，例如相关技术、谱估计、相干平均、最优线性滤波和自适应滤波等。近年来，时频分析、小波变换也应用到生物医学信号处理中。

### 1.3.5 控制及自动化

在控制工程中,会遇到大量的信号处理问题,维纳滤波、卡尔曼滤波等被应用于对随机信号的波形特征、信号状态进行估计。近年来,DSP技术也在自动化领域及控制领域获得广泛应用,例如磁盘驱动控制、打印机控制、伺服电动机控制、汽车发动机控制、机器人控制和电力系统控制等。

## 1.4 数字信号处理理论发展的历史回顾

数字信号处理的理论基础是离散系统理论,而离散系统理论和方法在17~18世纪就已经萌芽。例如微积分的数值解法,有限差分、内插公式等,都是经典的数值分析方法,这些方法可以认为是离散系统分析方法的先驱。1805年,高斯发现了和快速傅里叶变换(FFT)相近的原理,而这时傅里叶分析方法还没有提出。

随着连续线性系统理论的发展及其应用的进展,离散系统的理论也在平行地得到发展,尽管离散系统的分析方法如差分方程的求解、 $z$ 变换理论及其在离散系统中的应用、离散系统的频域分析及离散傅里叶变换理论等已经构成离散系统的理论框架,但是在计算机产生之前,这些方法并未实际应用于信号处理领域中。直到20世纪50年代初,信号处理还是主要采用模拟电子系统完成的。随着计算机的出现,到了20世纪50~60年代,计算机开始应用于离线信号处理,例如贝尔实验室的声码器仿真。信号处理的应用也大大推动了离散系统理论的发展,不过,受到计算机系统结构及运算速度的限制,信号处理一般无法实时进行。即使如此,由于计算机可以实现更加复杂的算法,因此数字信号处理比模拟信号处理具有更大的优越性。

1965年,Cooley、Tukey发现了快速傅里叶变换(FFT)算法,这种高效算法使得进行离散傅里叶变换的计算时间减少了几个数量级,大大提高了信号处理的速度。同时,由于大规模集成电路的发展,使得FFT可以采用专用数字硬件系统实现。以上这些使得数字信号处理走向真正的实时应用,相关理论、算法飞速发展,迅速形成数字信号处理这个学科。

20世纪70年代以来,集成电路技术的发展,使数字信号处理技术在通信、智能仪表、视频、控制、生物医学方面得到广泛应用。80年代以来,信号处理理论和方法继续向非平稳、非高斯信号处理的领域发展,自适应滤波、时频分析、小波变换、多抽样率信号处理、现代谱估计、高阶统计量分析等理论和方法的提出使得信号处理理论的深度和广度进一步扩大,应用领域进一步扩宽,几乎涉及所有工程领域。

数字信号处理以数值分析、概率统计、复变函数理论、随机过程等作为基本工具,以离散信号与系统的理论作为其理论基础,其算法的实现与计算机科学及微电子技术的发展密切相关,其应用和发展又成为现代控制、现代通信、人工智能、模式识别等新兴学科的应用基础之一,成为理论与实践并重、在现代科学技术领域中占有重要地位的新兴学科。

## 第2章 离散信号和离散系统

信号通常是一个自变量或几个自变量的函数。如果仅有一个自变量，则称为一维信号；如果有两个以上的自变量，则称为多维信号。关于信号的自变量，有多种形式，可以是时间、距离、温度、电压等，本书一般把信号看作时间的函数。

离散信号是定义在一些离散时刻点上的信号。离散信号可以通过对连续信号进行采样而得到。如果信号不但在时间上是离散的，而且在幅值上也是离散的，则成为数字信号。

离散系统是可以对离散信号进行变换和处理的系统。离散系统不但可以实现连续系统所对应的基本功能，例如数字滤波器在低频段可以完全达到连续滤波器的功能，更重要的是，采用了微处理器或 DSP 等数字硬件系统后，通过编程可以实现连续系统无法实现的信号变换，例如谱分析、特征提取、自适应滤波等，具有更高级和灵活处理的功能。

本章简单介绍离散信号和离散系统的基本概念和基本分析方法。

### 2.1 离散信号

#### 2.1.1 离散信号的概念

在离散系统中，信号用离散的数字序列来表示。实际上，离散信号可以通过对模拟连续信号进行采样而得到。对模拟信号  $x_a(t)$  进行等间隔采样，采样间隔为  $T$ ，就得到

$$x(t)|_{t=nT} = x_a(nT) \quad (2-1)$$

这里  $n$  取整数。对于不同的  $n$  值， $x_a(nT)$  是一个有序的数字序列，例如： $x_a(0)$ ， $x_a(T)$ ， $x_a(2T)$ ， $\dots$ ， $x_a(nT)$ ， $\dots$ ，该数字序列就是时域离散信号。

实际信号处理中，这些数字序列值按顺序放在存储器中，此时  $nT$  代表的是前后顺序。为简化起见，采样间隔  $T$  可省略不写，序列的第  $n$  个数可记为  $x(n)$ ， $x(n)$  称为序列。一般写为

$$x_n = x(n) = x_a(nT) \quad -\infty < n < +\infty \quad (2-2)$$

或记为

$$x_n = \{x(n)\} \quad -\infty < n < +\infty \quad (2-3)$$

在本书中，离散信号和序列的概念是通用的。在侧重于进行数学分析时常称为序列，当侧重于系统的描述和分析时常称为离散信号。序列的变化规律可以用公式表示，也可以用图形表示。图 2-1 是一个离散信号（序列）。需要说明的是，横轴虽然用一条连续直线表示，但自变量  $n$  仅取整数，非整数时离散信号没有定义，另外，在数值上它等于连续信号的采样值。

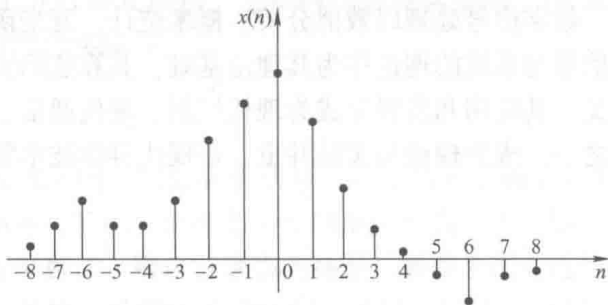


图 2-1 离散信号

不是所有的离散信号序列都是从连

续信号采样而得到的,例如某些反映经济指标变化的数据是通过观测得到一组序列,与连续信号没有关系。如果  $x(n)$  是通过观测得到的一组离散数据,则其可以用集合表示,例如:

$$\{x(n)\} = \{\dots, 1.3, 2.5, 3.3, 1.9, 0, 4.1, \dots\}$$

在上述集合中,必须指明变量  $x(n)$  与自变量  $n$  对应的序号关系。例如已知  $n=0$  时,  $x(0) = 1.9$ , 以此为基础就可知道  $n$  为其他序号时对应的  $x(n)$  值。例如  $x(-1) = 3.3$ ,  $x(1) = 0$ ,  $x(2) = 4.1$ , 等等。

### 2.1.2 典型离散信号

本小节介绍几种典型离散信号(序列)。了解这些典型离散信号(序列)的特点对离散信号的分析具有重要的意义。

#### 1. 单位抽样序列

单位抽样序列的定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2-4)$$

其特点是该信号仅在  $n=0$  时取值为 1,  $n$  为其他值时信号均为零。单位抽样序列有时也称为单位脉冲序列。

单位抽样信号序列在离散信号与系统中的作用类似于模拟信号和系统中的单位冲激函数  $\delta(t)$ , 但不同的是  $\delta(t)$  在  $t=0$  时,  $\delta(t)$  取值为无穷大,  $t \neq 0$  时其取值为零, 并且  $\delta(t)$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  对时间  $t$  的积分为 1, 是一个广义函数。图 2-2 分别是单位抽样序列和单位冲激信号。

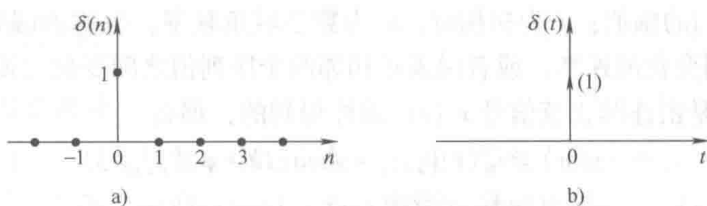


图 2-2 单位抽样序列和单位冲激信号

#### 2. 单位阶跃序列

单位阶跃序列的定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (2-5)$$

单位阶跃序列如图 2-3 所示。单位阶跃序列在离散系统中的作用类似于连续系统中的单位阶跃信号。

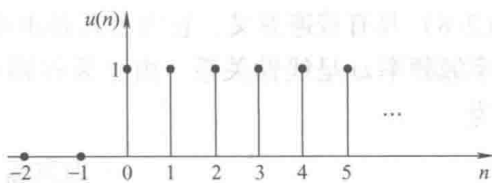


图 2-3 单位阶跃序列

#### 3. 实指数序列

实指数序列是离散系统中常遇到的序列之一,其定义为

$$x(n) = a^n \quad (2-6)$$

其中,  $a$  为实数。当  $|a| < 1$  时,  $x(n)$  的幅度随  $n$  的增大而减小, 称  $x(n)$  为收敛序列; 当

$|a| > 1$  时,  $x(n)$  的幅度随  $n$  的增大而增大, 则称  $x(n)$  为发散序列。当  $|a| = 1$  时,  $x(n)$  既不发散也不收敛, 为有界数列。实指数序列如图 2-4 所示。值得注意的是, 当  $a > 0$  时, 实指数序列可看作是连续实指数信号的抽样; 当  $a < 0$  时, 序列的幅值是正负交替变化的。这与连续实指数信号抽样有所不同。事实上, 此时该序列可视为连续指数衰减振荡信号在每半个振荡周期采样一次所得到的序列。

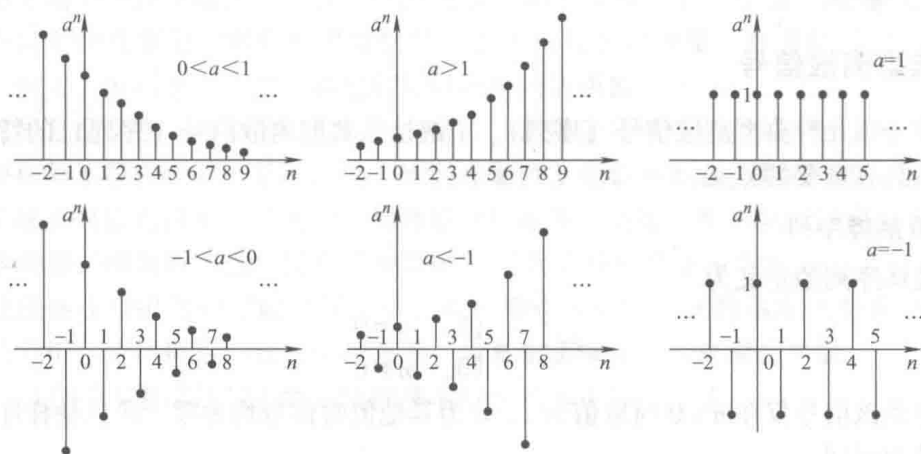


图 2-4 实指数序列

#### 4. 正弦序列

正弦序列可以表示为

$$x(n) = A \sin(n\omega + \varphi) \quad (2-7)$$

式中,  $A$  为正弦序列的幅值;  $\varphi$  为初相位;  $\omega$  为数字域角频率, 也称为圆频率, 单位是弧度 (rad)。它表示序列变化的速率, 或者说表示相邻两个序列值之间变化的弧度数。

如果正弦序列是由连续正弦信号  $x_a(t)$  采样得到的, 那么

$$\begin{aligned} x(n) &= x_a(t)|_{t=nT} = A \sin(\Omega t + \varphi)|_{t=nT} \\ &= A \sin(n\Omega T + \varphi) = A \sin(n\omega + \varphi) \end{aligned}$$

因为在数值上, 序列值与采样信号值相等, 因此得到数字域频率  $\omega$  与模拟角频率  $\Omega$  之间的关系为

$$\omega = \Omega T \quad (2-8)$$

式(2-8) 具有普遍意义, 它表示凡是由连续信号采样得到的序列, 模拟角频率  $\Omega$  与序列的数字域频率  $\omega$  呈线性关系。由于采样频率  $f_s$  与采样周期  $T$  互为倒数, 式(2-8) 也可以表示为

$$\omega = \frac{\Omega}{f_s} = 2\pi \frac{f}{f_s} \quad (2-9)$$

因此数字域频率  $\omega$  实际是一种归一化角频率。

应当注意: 对于任意整数  $r$ , 有

$$A \sin[n(\omega + 2\pi r) + \varphi] = A \sin(n\omega + \varphi)$$

即角频率为  $\omega + 2\pi r$  的正弦序列与角频率为  $\omega$  的正弦序列无法区别, 因此数字域角频率  $\omega$  的取值范围一般规定为  $-\pi \leq \omega \leq \pi$ 。注意: 离散正弦信号在  $|\omega| = \pi$  附近的信号属于高频信

号, 在  $|\omega| = 0$  附近的信号属于低频信号, 这是采样信号所具有的特殊性质, 和连续正弦信号的特性具有明显区别。这个性质的物理意义, 可以由采样定理给出解释 (关于采样定理的内容参看 2.4 节)。根据奈奎斯特采样定理, 为了使采样信号携带被采样连续信号的全部信息, 则要求采样频率满足

$$f_s \geq 2f_m$$

其中  $f_m$  为连续信号中的最高频率分量的频率。故有

$$|f| \leq f_m \leq \frac{1}{2}f_s$$

因此

$$|\omega| = 2\pi \frac{|f|}{f_s} \leq 2\pi \frac{f_m}{f_s} \leq 2\pi \frac{1/2f_s}{f_s} = \pi$$

可见, 由于采样定理的限制,  $|\omega| = \pi$  附近的信号反映了被采样信号中的最高频率信号的影响。

## 5. 复指数序列

复指数序列在理论分析时经常遇到, 其定义为

$$x(n) = e^{(\sigma + j\omega)n} = e^{\sigma n} \cdot e^{j\omega n} \quad (2-10)$$

令  $a = e^\sigma$ , 由欧拉公式有

$$x(n) = a^n \cdot e^{j\omega n} = a^n (\cos \omega n + j \sin \omega n) \quad (2-11)$$

特别地, 当  $\sigma = 0$  时, 有

$$x(n) = e^{j\omega n} = \cos \omega n + j \sin \omega n \quad (2-12)$$

## 2.1.3 离散信号的分类

### 1. 单边信号和双边信号

单边信号 (序列) 是仅在横轴一个方向信号具有非零值, 另一个方向均取零值的信号序列, 例如阶跃序列就是单边序列。双边信号 (序列) 是向横轴两个方向延伸, 序列的取值不恒为零的序列, 例如图 2-4 所示的指数序列、正弦序列都是双边信号。在单边信号中, 如果  $n < 0$  时序列取值恒为零、 $n \geq 0$  时具有非零值, 这类单边信号称为因果信号; 反之, 当  $n \geq 0$  时序列取值恒为零、 $n < 0$  时具有非零值, 这类单边信号称为反因果信号。

因果信号一般可以写为

$$x(n) = x(n)u(n) \quad (2-13)$$

### 2. 周期信号和非周期信号

如果对所有  $n$  存在一个最小的正整数  $N$ , 使下面等式成立:

$$x(n) = x(n + N) \quad -\infty < N < +\infty \quad (2-14)$$

则称信号  $x(n)$  为周期性信号, 其周期为  $N$ 。

我们知道, 在连续信号中, 正弦信号  $A \sin(\Omega t + \varphi)$  为周期信号, 其周期为  $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ 。然而对于正弦序列, 情况比较复杂, 甚至不一定满足周期信号的条件。若正弦序列为周期信号, 则应有