绪 论

一、物理实验的地位和作用

物理学是研究物质的结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的自然科学。物理学的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的重要基础。

物理学本质上是一门实验科学。例如，为了研究行星与太阳的相对运动，第谷·布拉赫在他位于哥本哈根附近的汶岛上的天文台里进行了多年的行星位置观测，并记录了大量的数据，开普勒正是对这些数据进行了细致研究，“发现了几条非常漂亮、卓越而又简单的关于行星运动的定律”——开普勒定律，从而揭示了太阳与行星的运动关系。正是在包括伽利略、牛顿等科学先驱们以实验方法对自然规律进行探索研究，并不断取得突破性成果的推进下，才逐渐形成了物理科学。物理概念的确立、物理规律的发现、物理理论的建立都有赖于实验，并受实验的检验。

物理实验是现代技术和科学实验的先驱。在现代技术中，物理理论和物理实验一直起着独特的先导作用。工程技术以及各种仪器、仪表、通信设备等都是以物理理论和物理实验为前导和支撑的。同时，物理实验很好地体现了科学实验的共性，为各学科进行科学实验提供了先进的实验思想、实验方法以及大量仪器设备。物理实验的构思、物理实验的方法和技术也为化学、生物学、天文学等学科的发展发挥了巨大作用，为许多交叉学科的产生和发展奠定了基础，如利用迈克耳孙干涉仪原理进行的引力波测量。随着时间的推移，物理理论和物理实验的不断前进仍将在各学科的发展进步中发挥积极的促进作用。

二、物理实验课的任务

物理实验课是高等学校理工科类专业对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。

物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法、手段，同时又能提供综合性很强的基本实验技能训练。学好物理实验，对于加深对物理规律的理解、学习探索自然规律的方法，培养严谨的科学态度和提高创造性解决问题的能力起着至关重要的作用。

本课程的具体任务是：

(1) 通过对实验现象的观察、分析和对基本物理量的测量，培养学生的基本科学实验

技能，提高学生的科学实验基本素质，使学生初步掌握实验科学的思想和方法。

（2）在提高学生学习物理实验兴趣的同时，培养学生的科学思维和创新意识，使学生掌握实验研究的基本方法，提高学生的基本科学实验能力。

独立实验能力方面：通过阅读本实验教材、配套资料及仿真实验预习，掌握实验原理及方法，做好实验前的准备；正确使用仪器设备，独立完成实验内容，撰写合格的实验报告；引导学生独立完成实验，培养学生自主实验的基本能力。

分析与研究能力方面：本教材融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识，提供大量对实验结果进行分析、判断、归纳与综合的方法；系统介绍进行物理现象和物理规律研究的基本方法，初步培养学生的分析与研究能力。

理论联系实际能力方面：通过阅读和教学帮助学生学习在实验中发现问题、分析问题和解决问题的基本方法，培养学生综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力。

创新能力培养方面：引导学生完成符合规范要求的设计性、综合性内容的实验，进行初步的具有研究性或创意性内容的实验，激发学生的学习主动性，逐步培养学生的创新能力。

（3）提高学生的科学素养，通过实验教学培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风，认真严谨的科学态度，积极主动的探索精神，遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

三、物理实验课的基本教学环节

物理实验是学生在教师指导下独立进行实验的一种实践活动。物理实验包括的内容很多，对同一内容，测量方法也不尽相同，但是基本教学环节大都相同，一般可分为两种模式：全开放式的实验教学模式和常规模式；三个阶段，即实验前的预习、进行实验、撰写实验报告。

（一）全开放式的实验教学模式

1. 实验前的预习

学生通过“物理虚拟仿真实验教学平台”进入“物理实验预习与自动评判系统”，在预习大厅中预习，并完成准入试卷内的理论题及仿真实验操作题，达到教师设置的准入成绩，获得开放实验室准入资格，进入下一环节。

2. 进行实验

通过在线实验预习考试后，学生在“开放式实验室管理系统”中选好实验项目和时间，便可用校园卡自主前往实验室刷卡开门，系统自动打开实验台电源，学生自主实验。由“实验教学交互系统”提供帮助。

3. 撰写实验报告

学生做完实验后，在“物理实验报告自动评阅系统”完成电子实验报告，并提交。

（二）常规教学模式

1. 实验前的预习

由于大学物理实验独立设课，每次实验从理解原理、熟悉仪器，到精确测量，任务很重，而课时是有限的。为了有效地利用课上时间，高质量地完成实验教学任务，学生应在课前对实验内容进行预习。

预习的主要要求是：按预习提示认真阅读实验教材中所做实验的章节及仿真实验，了解本次实验的目的、内容、依据的基本原理，使用仪器以及实验方法步骤，要测哪些物理量等。并写出预习报告，内容包括：

（1）实验名称。

（2）实验目的。

（3）实验依据的简要原理（包括主要原理公式、各量代表的物理含义及有关的测量条件，电磁学实验应绘出电路原理图，光学实验应绘出光路图）。

（4）主要仪器设备。

（5）实验的主要步骤。

（6）记录数据需用的表格。表中要标明已知物理量和待测物理量的文字符号及单位、测量次数等。

（7）实验中的注意事项。

2. 进行实验

（1）实验前要对照教材及仿真实验熟悉仪器，了解仪器的工作原理及用法。

（2）经教师允许后，开始安装、调节仪器。实验时要先观察实验现象后进行测量。

（3）实验数据原始、真实。每次测量后，应立即用钢笔或签字笔将数据记录在预习报告中的数据表格内。

数据记录应包括以下几个部分：

① 实验条件：如室温、湿度、气压等。

② 仪器的规格和初始条件：如初读数、主要仪器的型号、量程、精度等级等。

③ 实验数据（不经运算的原始数据）。

3. 撰写实验报告

实验报告是实验工作的全面总结，内容要全面准确地反映实验内容和结果。实验报告不只是给自己看的，有的还能够作为他人进行科学研究的重要依据。因此，要求文字通顺，字迹清楚、图表规范、数据完整、实事求是。一般要用统一的实验报告纸书写。

实验报告一般应写出如下各项：

（1）实验的年、月、日、天气、温度、湿度、气压、姓名、专业、班、组等。

（2）实验题目。

（3）实验目的。要写明在实验中解决什么问题。

（4）实验原理。写明实验的基础理论，不是简单地抄写教科书，而是经过自己认真研究、归纳、整理，简明易懂地精练写出。一般应写出测量中所依据的主要公式，式中各量的物理含义及单位，公式成立所应满足的实验条件。必要时画出电路图或光路图。

（5）仪器设备。写明实验中所用的仪器、材料和工具。

（6）主要实验步骤。

（7）实验数据和数据处理。以列表形式来反映完整而清晰的原始测量数据。数据处理是对原始数据整理的过程，数据处理过程包括计算、作图、不确定度分析等。计算要有计算式，代入的数据都要有根据，注意有效数位，既让别人看懂，也便于自己检查。

（8）误差分析。

（9）正确地表示实验结果。

（10）小结或讨论。包括回答实验的［讨论及拓展］，分析实验中观察到的异常现象及可能的解释，对于实验仪器装置和实验方法的改进建议等。对印象很深的实验，还可写出收获和体会。其中，重点注意以下几点：

① 误差分析和不确定度评定　处理实验数据时，通常先做误差分析，必要时谨慎剔除高度异常值，修正已定的系统误差，然后评定不确定度。

A. 从各来源的不确定度分量，说明测量有待改进的重点。

B. 从仪器引入的不确定度和非仪器引入的不确定度的比较，说明仪器配置是否合理。

增强分析不确定度的能力，对以后独立进行实验，预测不确定度是有利的基础。

② 测量结果的评价　在实际工作中，对测量的质量总是有要求的，比如实验要求相对不确定度不能大于百分之几。在学生实验中往往不明确提出具体的质量指标，这时如何评价测量的质量呢？

A. 计算不确定度和相对不确定度。如果总的不确定度相比来源于仪器的不确定度不是显著过大，可以认为测量达到了仪器可以达到的准确度。

B. 测量结果（x）和其公认值（标准值）x_0 相差不超过其测量列标准偏差 σ 的 3 倍，即 $|x-x_0|\leqslant 3\sigma$，则可以认为测量结果和公认值在测量误差范围内是一致的。

C. 当 $|x-x_0|>3\sigma$ 时，可能是：

a. 测量有错误。

b. 存在未发现的比较大的不确定度来源。

c. 实验原理或仪器有问题。

d. x_0 作为 x 的近似真值是不合适的，即 x 不可与 x_0 进行比较。要经分析，重复测量或调整实验去探索问题的存在。

实际工作中的测量一般是面对未知的，因为如果已知就不必测量了。在不断地学习中，做各种测量和分析，提高测量与分析的准确性，使自己对测量结果和不确定度计算越来越有信心。这样，实验报告不仅是针对一个实验，而是和自身的科学素养的提高密切相关。

③ 分析与思考　实验后可供思考的问题很多，概括起来有两类问题：一类是对原理、方法、实验装置不甚了解的问题；另一类是对原理、方法、仪器有明确认识后的问题。后一类的问题更重要。

A. 实验中遇到的困难的处理。

B. 实验设计的特点是什么？普遍意义何在？

例如用单摆测重力加速度的实验，实验设计并不复杂，但是从测量设计上它有很多巧妙之处。重力加速度的值较大，从落体运动难以测好，而作为单摆它使加速度由 g 成为 $g\cdot\sin\theta$，而 $\sin\theta$ 很小，所以单摆运动加速度较小，振动较慢，容易测出振动周期；又单摆将落下的单向运动变成等周期的往复运动，测量 n 个周期的时间 $t=nT$，扩展被测量可减小测量误差影响，以提高测量的准确度。再有，使用钢球为锤，由于钢的密度远大于空气的密度，使空气浮力引入的误差大为减小。

C. 对实验设计改进的设想和问题。

D. 对实验中出现的异常现象的分析与判断。

E. 对实验更引起学习兴趣的设想。

F. 对实验有不同的意见。

G. 可以将某一实验引申一步，再做一次吗？

H. 再建议一个实验，等等。

学生实验一般是按指定的方法，使用指定的仪器进行的。由于实验方法与仪器是经仔细设计和反复实验检验过的，一般均可能获得较好的结果。对于学生实验，虽然希望实验有好的结果，但从根本上讲，重要的不仅是结果如何好，而是对实验设计的认识，是实验全过程对学生的锻炼，使学生在思索中提高科学素养，增强独立进行实验的能力。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章

测量误差、不确定度和数据处理

测量、误差分析、不确定度计算及数据处理贯穿于实验的全过程，它表现在实验前的实验设计与论证，实验进行过程中的控制与监视，实验结束后的数据处理和结果分析。本章从大学物理实验教学的角度出发，主要介绍测量误差、有效数字和不确定度的基本概念，测量不确定度的估算，实验数据处理以及物理实验的基本方法等方面的基础知识。这些知识不仅在每个实验中都要用到，而且对今后从事科学实验也是必须要了解和掌握的。

1.1 测量

一切描述物质状态与物质运动的量都是物理量。这些量都只有通过测量才能确定其结果。物理量的测量是物理实验的基本操作过程，其实质是借助一定的实验器具，通过一定的实验方法，直接或间接地将待测物体的某物理量与选作计量标准单位的同类物理量做定量比较，从而获得待测物理量的结果的过程。物理量的测量结果包括数值（即度量的倍数）、单位（所选定的计量标准）以及结果可信赖的程度（用不确定度表示）。

物理量的计量单位采用中华人民共和国法定计量单位，包括国际单位制（SI）单位。国际单位制（SI）是 1960 年第 11 届国际计量大会确定的，规定了七个基本单位：长度——米（m）、质量——千克（kg）、时间——秒（s）、电流——安培（A）、热力学温度——开尔文（K）、物质的量——摩尔（mol）和发光强度——坎德拉（cd），还规定了两个辅助单位：平面角——弧度（rad）和立体角——球面度（sr）。有了这几个基本单位，其他一切物理量的单位就都可以导出，如体积单位（m^3）、密度单位（kg/m^3）等，称为国际单位制的导出单位。

1.1.1 直接测量和间接测量

直接测量是指将待测物理量直接与标准量（量具或仪器）进行比较，直接得到被测量值的测量方法。相应的物理量称为直接测量量。例如，用米尺测量长度，用电表测量电流，用温度计测量温度等都是直接测量。直接测量是测量的基础。

有些物理量不能用仪器或量具直接测得，而需先通过对与待测量相关的一个或几个物理量的直接测量，再根据物理原理、公式计算出待测物理量，这种测量称为**间接测量**，相应的物理量就是间接测量量。例如，测量钢球的密度时，先直接测得钢球的直径 D 和质量 m，再根据公式 $\rho=6m/\pi D^3$ 计算出密度 ρ。钢球密度的测量就是间接测量，钢球密度就是间接测量量。

值得注意的是：有的物理量既可以直接测量，也可以间接测量，这主要取决于使用的仪器和测量方法。随着测量技术的发展，用于直接测量的仪器越来越多。但在物理实验中所要测量的物理量大多是间接测量量。

1.1.2 等精度测量和非等精度测量

如果对某物理量进行多次（n 次）重复测量，而每次的测量条件都相同（即同一观测者在同一环境下，用同一组仪器、同一种方法），测得一组数据分别为：x_1，x_2，…，x_n。尽管各次测量值可能不相等，但没有理由认为哪一次（或几次）的测量值更可靠或更不可靠，只能认为每次测量的可靠程度都相同，这些测量称为**等精度测量**；相应的一组测量值称为一个等精度测量列（简称测量列）。在所有的测量条件中，只要有一个发生变化，这时所进行的测量即为**非等精度测量**。实际上，没有绝对不变的人和事物，但只要其变化对实验的影响很小乃至可以忽略，就可以认为是等精度测量。以后说到对一个物理量的多次重复测量，如无特殊说明，都是指等精度测量，应尽可能保持等精度测量条件不变。

1.2 测量的误差

1.2.1 测量的误差

每一个待测物理量都具有客观真实的数值，称为该物理量的**真值**。测量的目的就是要力求得到真值。在测量过程中，由于受到测量仪器、测量方法、测量条件和测量者的观察力等因素的影响，测量值与待测物理量的真值之间总会存在差值，这个差值就称为测量的误差。

若某待测物理量的测量值为 x，真值为 X，则测量误差 ε 定义为

$$\varepsilon = x - X \tag{1.2-1}$$

真值是一个理想概念，一般情况下是不知道的，在实际测量中常用被测量的实际值或修正过的算术平均值来代替真值，称为**约定真值**。由于真值通常是未知的，所以一般情况下不能计算误差，只在少数情况下用精确度足够高的实际值作为约定真值时，才能计算误差。然而误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程中，因此，学会分析测量中误差产生的主要因素，尽可能地减小或基本消除某些误差分量对测量的影响，并对测量结果中未能消除的误差影响的极限值或表征误差分布特征的参量（如标准偏差）做出估计，是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作。

1.2.2 测量误差的分类

测量中误差的产生原因是多方面的，根据误差的性质和来源，可将误差分为系统误差和随机误差。

还有一类误差，由于外界干扰、操作读数失误等原因而明显超出规定条件下的预期值，称为**粗大误差**。包含粗大误差的测得值或粗大误差称为异常值。测量要避免出现高度显著的异常值。已被谨慎确定为异常值的个别数据要剔除。本章参考文献［2］中介绍了多种异常值的判断方法。

1. 系统误差

系统误差是指在对同一物理量进行多次等精度测量的过程中，保持恒定或以可预知方式变化的测量误差分量，简称系差。它主要来源于：

(1) 理论（方法）因素 由于实验方法或理论不完善而导致的误差。如“伏安法测电阻”的实验中（采用不同的连接方法），电表内阻产生的误差；“单摆法测量重力加速度”的实验中，周期对摆角的依赖关系引起的误差。

(2) 仪器因素 由于测量仪器本身的固有缺陷或使用不当引起的误差。如天平砝码标称质量不准、仪器标尺的刻度不精确，电流表使用前未调零、仪器没有放水平等引起的误差。

(3) 环境因素 由于周围环境变化（如温度、湿度、压强的变化）引起的误差。

(4) 人员因素 由于测量者的主观因素和操作技术而引起的误差。如按动停表时，习惯地提前或滞后；用肉眼从米尺刻线上读数时，习惯地偏向一个方向等造成的误差。

系统误差包括已定系差和未定系差。

(1) 已定系差 指符号和绝对值已经知道的系差分量。实验中应尽量消除已定系差，或对测量结果进行修正，得到已修正测量结果。修正公式为

$$\text{已修正测量结果} = \text{测得值(或其平均值)} - \text{已定系差} \tag{1.2-2}$$

已定系差可正、可负。

(2) 未定系差 指符号和绝对值未被确定而未知的系差分量。一般只能估计其限值或分布特征值。未定系差分量大多和第1.3.1节中所述的B类不确定度分量来源有大致对应关系。

大量一般测量的实践表明，系统误差分量对测量结果的影响常常显著地大于随机误差分量。因此，一个实验结果是否正确，往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除。而发现和减小实验中的系统误差通常是一项困难的任务，需要对整个实验所依据的原理、方法、测量步骤及所用仪器等可能引起误差的各种因素一一进行分析。大学物理实验要重视对系统误差的分析，尽量减小它对测量结果的影响，通常采用：①对已定系差进行修正；②合理评定系差分量大致对应的B类不确定度分量；③通过方案选择、参数设计、计量器具校准、环境条件控制、计算方法改进等环节减小系差影响。

2. 随机误差

(1) 随机误差的定义 随机误差是指在对同一物理量进行多次等精度测量的过程中，绝对值和符号以不可预知的方式变化着的测量误差分量。

随机误差是实验中各种因素的微小变动性引起的。例如，实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动性、测量仪器指示数值的变动性、外界环境的变动性以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性等，这些因素的共同影响使测量值围绕测量的平均值发生随机涨落，对应的变化量即为各次测量的随机误差。

(2) 测量平均值 设对某一物理量 X 在等精度条件下进行 n 次无明显系统误差的独立测量，测得值分别为 x_1，x_2，…，x_i，…，x_n。根据最小二乘法原理，一列等精度测量的最佳估计值是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。设被测量的真值的最佳估计值为 x_0，则差值平方和可写为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_0)^2$$

若要使它最小，则它对 x_0 的导数应为 0，即

$$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x_0}=-2\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)=0$$

则

$$x_0=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{1.2-3}$$

式（1.2-3）说明当系统误差已被消除时，测量值的算术平均值可以作为被测量的真值。测量次数越多，两个值接近的程度越好（当 $n\to\infty$ 时，平均值趋近真值）。因此，可以用算术平均值表示被测量的真值，也称为最佳值。

(3) 标准误差 ζ 与标准偏差 σ　随机误差的出现，就某一测量值来说是没有规律的，其大小和方向都是不能预知的。但在等精度条件下，对一个量进行足够多次的测量，则会发现它们的随机误差是按一定的统计规律分布的。许多物理测量中，当 $n\to\infty$ 时，随机误差 δ 服从正态分布（或称高斯分布）规律，其正态分布曲线如图 1.2-1 所示。由图 1.2-1 可知，正态分布的随机误差具有以下特点：

① 对称性：绝对值相等的正、负误差出现的概率相等。

② 单峰性：曲线呈凸形，绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

③ 有界性：绝对值很大的误差出现的概率极小，即误差的绝对值不超过一定的界限。

④ 抵偿性：随机误差的算术平均值随着 $n\to\infty$ 而趋于零，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$。因此，可用增加测量次数的方法来减小随机误差。

由概率论知识可以得出正态分布概率密度函数 $y(\delta)$ 的表达式为

$$y(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta}\mathrm{e}^{-\delta^2/2\zeta^2}$$

式中，δ 为绝对随机误差（绝对误差）；ζ 被定义为测量列的标准误差，ζ 可表示为

$$\zeta=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-X)^2}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}$$

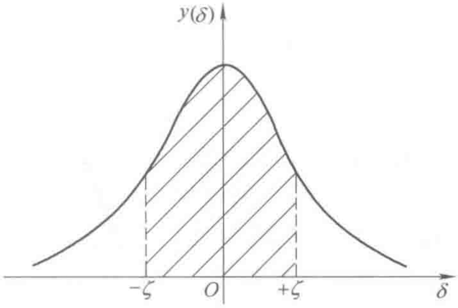

图 1.2-1　随机误差分布曲线

在实际测量中，测量次数 n 总是有限的，况且真值 X 也不知道，因此，标准误差只具有理论价值，对它的实际处理只能进行估算。估算标准误差的方法很多，最常用的是贝塞尔法，即用测量列的标准偏差 σ 近似代替标准误差 ζ。

设 $\bar{x}$ 为多次测量值 x_i 的算术平均值，定义测量列的标准偏差为

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1.2-4}$$

式（1.2-4）称为贝塞尔公式。本书中我们都用此式来计算直接测量量的标准偏差。

(4) 平均值的标准偏差　在实际工作中，人们关心的往往不是测量列的数据散布特性，而是测量结果，即算术平均值的离散程度。如上所述，在我们进行了有限次测量后，可得到算术平均值 $\bar{x}$，$\bar{x}$ 也是一个随机变量。在完全相同的条件下，多次进行重复测量，每次得到

的算术平均值也不尽相同，这表明算术平均值本身也具有离散性。由误差理论可以证明，算术平均值的标准偏差为

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1.2-5}$$

由式（1.2-5）可以看出，平均值的标准偏差比任一次测量的标准偏差小。增加测量次数，可以减小平均值的标准偏差，提高测量的精度和算术平均值的可靠性。但不是测量次数越多越好。因为增加测量次数必定延长测量时间，这样给保持稳定的测量条件增加困难，对系统误差的减小不起作用，还可能引起大的观测误差。且当 $n>10$ 以后，随测量次数 n 的增加，u_A 减小得很缓慢。所以，在科学研究中测量次数一般取 10~20 次，而在物理实验教学中，通常取 6~10 次。

(5) 置信区间与置信概率 当 $n\to\infty$ 时，用式（1.2-4）中的 σ 代替概率密度函数 $y(\delta)$ 中的 ζ，得到

$$y(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\delta^2/2\sigma^2}$$

从正态分布函数积分表得到

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(\delta)\,d\delta = 1$$

$$\int_{-\sigma}^{+\sigma} y(\delta)\,d\delta = P(\sigma) = 0.683$$

$$\int_{-2\sigma}^{+2\sigma} y(\delta)\,d\delta = P(2\sigma) = 0.954$$

$$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} y(\delta)\,d\delta = P(3\sigma) = 0.997$$

以上各式表明：当 $n\to\infty$ 时，任何一次测量值与平均值之差落在 $[-\infty, \infty]$ 区间的概率为 1，满足归一化条件；而落在 $[-\sigma, \sigma]$ 区间的概率为 0.683，记为 $P=0.683$；落在 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 区间的概率为 0.954，$P=0.954$；落在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 区间的概率为 0.997，$P=0.997$。这就是测量列标准偏差 σ 的统计意义。

P 称为**置信概率**，$[-\sigma, \sigma]$ 就是 68.3% 的置信概率所对应的**置信区间**；同理 $[-2\sigma, 2\sigma]$、$[-3\sigma, 3\sigma]$ 分别是 95.4%的置信概率和 99.7%的置信概率所对应的**置信区间**。一般情况下，置信区间可用 $[-k\sigma, k\sigma]$ 表示，k 称为包含因子。对于一个测量结果，只要给出置信区间和相应的置信概率，就表达了测量结果的精密度。

测量次数无限多时，测量偏差的绝对值大于 3σ 的概率仅为 0.3%，对于有限次测量，这种可能性是微乎其微的，因此可以认为是测量失误，该测量值是“坏值”，应予以剔除。在分析多次测量的数据时，这是很有用的 3σ 判据（准则）。$\pm 3\sigma$ 称为极限误差。

式（1.2-5）表达的平均值的标准偏差 u_A 的统计意义为：待测物理量落在 $[\bar{x}-u_A, \bar{x}+u_A]$ 区间内的概率为 68.3%，落在 $[\bar{x}-2u_A, \bar{x}+2u_A]$ 区间内的概率为 95.4%，落在 $[\bar{x}-3u_A, \bar{x}+3u_A]$ 区间内的概率为 99.7%。

(6) t 分布 测量次数趋于无穷只是一种理论情况。根据误差理论，当测量次数很少

时（如少于10次），测量列的误差分布将明显偏离正态分布，这时，测量值的随机误差将遵从 t 分布，也称学生分布。t 分布的函数式比较复杂，但 t 分布曲线与正态分布曲线类似，两者的主要区别是：t 分布的峰值低于正态分布，而且上部较窄、下部较宽，如图1.2-2所示。这样，在有限次测量的情况下，要使测量值落在平均值附近，具有与正态分布相同的置信概率，置信区间要扩大为 $[-t_P\sigma,\ t_P\sigma]$，t_P 值大于1，与测量次数有关，也与置信概率 P 有关。表1.2-1给出了 t_P 与测量次数 n、置信概率 P 的对应关系。

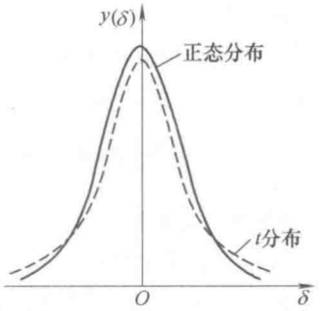

图1.2-2　t 分布与正态分布的比较

表1.2-1　t_P 与 n 及 P 的关系

t_P \ n / P	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	∞
0.68	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.03	1.00
0.95	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.09	1.96
0.99	63.66	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.26	2.86	2.58

1.2.3　测量的精密度、准确度和精确度

评价测量结果常用精密度、准确度和精确度三个概念。对同一物理量进行多次等精度测量，其结果也不完全相同。这好比打靶，弹着点会有一定的弥散性。如图1.2-3所示，结果比较接近客观实际的测量准确度高；结果彼此相近的测量精密度高；而既精密又准确的测量则精确度高。

精密度表示测量结果随机误差的大小，是对测量结果的重复性的评价；**准确度**表示测量结果系统误差的大小，是对测量结果接近真值程度的评价；**精确度**反映随机误差和系统误差的综合影响程度。

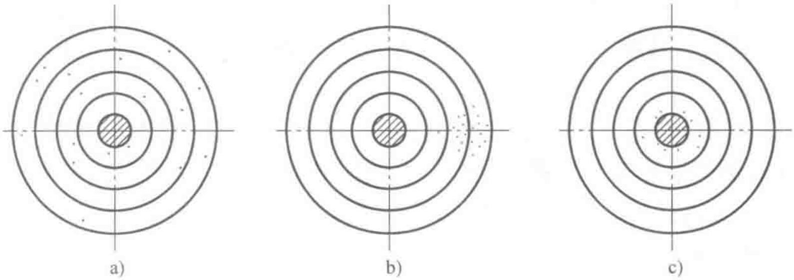

图1.2-3　测量中的三种情况示意图

a）准确度高，精密度低　b）精密度高，准确度低　c）精密度、准确度均高

1.3　测量结果的不确定度

在报告物理量的测量结果时，不但要写明计量单位，还要给出表示测量质量的某些指标。1980年，国际计量局提出建议：用不确定度作为评定测量结果质量如何的指标。1993

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

年，国际计量局、国际理论与应用物理联合会等七个国际组织正式发布了具有国际指导性的《测量不确定度表示指南》。本书以《测量不确定度表示指南》为基础，结合物理实验教学的实际情况，讲述测量结果的不确定度的基本原理和具体应用。

1.3.1 测量结果的不确定度的基本概念

1. 不确定度的定义

在实际测量中可能存在各种误差，使得测量结果具有一定程度的不确定性。因此，对某一物理量进行测量，我们只能知道测量值 x 与真值 X 之差的绝对值以一定概率分布在 $-U \sim U$ 之间，用公式表示为

$$|x - X| \leqslant U \quad (\text{置信概率为 } P)$$

其中，U 值可以通过一定的方法进行估算，称为**不确定度**。它表征真值以某置信概率存在的范围，是对测量结果不确定性的量度。

2. 不确定度的分量

由于误差的来源很多，测量结果的不确定度一般也包含几个分量。在修正了可定系统误差之后，把余下的全部误差归为 A、B 两类不确定度分量。

A 类不确定度分量 Δ_A： 多次重复测量，用统计方法求出的不确定度分量。测量列的 A 类不确定度分量就用该测量列的平均值的标准偏差表示，即

$$\Delta_A = u_A$$

在 t 分布下，A 类不确定度分量记为

$$\Delta_A = t_P u_A = \frac{t_P}{\sqrt{n}}\sigma \tag{1.3-1}$$

B 类不确定度分量 Δ_B： 用其他非统计方法估算的不确定度分量。在实验中尽管有多方面的因素存在，本课程中一般只考虑计量器具误差这一主要因素，用仪器的示值误差（限）Δ_{INS}来表示测量量的 B 类不确定度分量 Δ_B，即

$$\Delta_B \approx \Delta_{INS}$$

这是因为人们在日常生活中和工程技术中习惯用限值来表示结果。给出一个误差范围，即表示真值基本就在其中，落在外面的可能性很小。而仪器示值误差 Δ_{INS} 的概率水平又基本和 95%相当。

物理实验室常用计量器具的示值误差（限）： 物理实验中，计量器具主要包括仪器（仪表），也包括量具和计量装置等。测量过程中误差的来源很多，逐项进行深入分析处理是很困难的，也无必要。人们最关心的是计量器具提供的测量值与客观值（即所谓的真值）的一致程度。因此在物理实验中，常常把国家技术标准或检定规程规定的计量器具最大允许误差或允许基本误差经过适当的简化称为仪器的误差限值或示值误差（限），用 Δ_{INS} 表示。它表示在正确使用仪器的条件下，仪器示值与被测量真值之间可能产生的最大误差的绝对值，通常由制造工厂或计量部门使用更精确的仪器、量具，经过检定比较给出，一般写在仪器的标牌上或说明书中。有的仪器直接给出的是精度等级。仪器的示值误差可以是一个定值，如游标卡尺、级别和量程一定的电表。但在有些情况下（如电磁测量中的电阻箱、电桥等），仪器的示值误差与测量值大小有关。下面对大学物理实验中常用仪器量具的示值误差进行举例说明。

（1）长度测量仪器 物理实验中最基本的长度测量工具是米尺、游标卡尺和外径千

分尺。

① 米尺　Δ_{INS}取其最小分度的一半，如分度值为1mm的米尺，可取$\Delta_{INS}=0.5mm$。

② 游标卡尺　其分度值通常有：0.1mm、0.02mm和0.05mm三种，它们不分等级，一般测量范围在300mm以下的游标卡尺，取其分度值为仪器的示值误差限。

③ 外径千分尺　其精度分零级和一级两类。大学物理实验中使用的是一级外径千分尺。按国家标准（GB/T 1216—2004《外径千分尺》）规定，量程为25mm的一级千分尺的最大允许误差为0.004mm。

(2) 质量称衡仪器　物理实验中质量称衡的主要工具是物理天平。称量为500g，感量为0.05g的物理天平，取$\Delta_{INS}=0.05g$。

(3) 时间测量仪器　实验室中使用的机械停表一般分度值为0.1s，示值误差限亦为0.1s。

数字毫秒计，时基值分别为0.1ms、1ms和10ms，其仪器示值误差分别为0.1ms、1ms和10ms。

(4) 温度测量仪器　实验室中测温仪器多采用水银-玻璃温度计或有机溶剂温度计，Δ_{INS}取其最小分度的一半。

(5) 电学量测量仪器　电学仪器的示值误差可通过精度等级的有关公式给出。

① 旋钮式电阻箱　测量用的电阻箱分为0.02、0.05、0.1和0.2四个等级。等级的数值表示电阻箱内电阻器阻值相对误差的百分数。电阻箱内电阻器阻值误差与旋钮的接触电阻误差之和构成电阻箱的示值误差，即

$$\Delta_{INS} = k\%R + m\delta \tag{1.3-2}$$

式中，m为所用十进位电阻箱旋钮的个数，与选用的接线柱有关；R为所用电阻数值的大小；δ为盘间接触电阻的允许值，其值与等级k有关，见表1.3-1。

表1.3-1　δ与k的关系

等级k	0.02	0.05	0.1	0.2
δ/Ω	0.001	0.001	0.002	0.005

注意，当使用电阻值R大于10Ω时，可以直接用下式来近似计算电阻箱的示值误差：

$$\Delta_{INS} \approx k\%R$$

式中的R是使用值而不是量限值。

实验室常用的ZX21型6旋钮十进位电阻箱，已知精度等级为0.1级，当选用电阻值为0.1Ω，采用99999.9Ω接线柱、用6个旋钮时，$m=6$，有

$$\Delta_{INS} = (0.1\% \times 0.1 + 6 \times 0.002) = 0.012\Omega$$

可以看出其误差主要是由旋钮的接触电阻所引起的。若采用低电阻0.9Ω接线柱，只用1个旋钮时，则$m=1$，这时有

$$\Delta_{INS} = (0.1\% \times 0.1 + 1 \times 0.002) = 0.0021\Omega$$

这样就大大减小了误差。故要合理选用低电阻的接线柱。

② 电气测量指示仪表的示值误差　电气测量指示仪表的示值误差可以分为基本误差和附加误差两部分。在仪表规定的标准工作条件（位置正常，周围温度为20℃，几乎没有外界磁场的影响等）下，由于仪表本身的内部特性与加工质量不完善等原因而引起的误差称

为基本误差；不符合标准工作条件所引起的误差称为附加误差。在大学物理实验中，一般将仪表的基本误差取作仪器的示值误差。它不会因为使用者的不同而变化，因而基本误差也就决定了电表所能保证的精确程度。

仪表精度等级的数字 k 是表示仪表本身在正常工作条件下可能发生的示值误差 Δ_{INS} 与仪表的量程 A_m 的百分比值。

仪表的精度等级 k 分为：0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0 等七个等级，其中数字越小，精度就越高。仪表出厂时一般已将级别标在表盘上，由仪表的精度等级 k 与所用量程 A_m 可以计算出仪器的示值误差限为

$$\Delta_{INS} = A_m \times k\% \tag{1.3-3}$$

反之可定义仪表的精度等级。例如，某只电流表的量程为 1A，经校准其最大误差为 0.012A，则 0.012/1=1.2%。这只电流表的精度等级 k 就定义为 1.5 级。

由于实验中误差的来源是多方面的，在其他方面的误差比仪表带来的误差还要大的情况下，就不应该去片面追求高级别的电表。这是因为当用仪表测量时，某一示值 x 的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta_{INS}}{x} = \frac{A_m}{x} \times k\% \tag{1.3-4}$$

由此可见，只有所测数值接近仪表满量程值，测量的精度才接近于仪表的标称精度。

③ 单电桥　单电桥示值误差可表示为

$$\Delta_{INS} = k\%\left(R + \frac{R_S}{b}\right)$$

式中，k 是精度等级；b 值一般取 10；R 为标度盘示值即测量值；R_S 是基准值，该基准值与测量时所用量程有关，取值为该量程内 10 的最大整数幂，具体需参看各仪器说明书或产品上所附的说明。实验室常用的 QJ23 型箱式直流电桥有关参数见表 1.3-2。

表 1.3-2　QJ23 型箱式直流电桥有关参数

<table>
<tr><th>倍率</th><th>测量范围/Ω</th><th>检流计</th><th>精度等级</th><th>电源电压/V</th></tr>
<tr><td>0.001</td><td>1~9.999</td><td rowspan="4">内附</td><td>±2</td><td rowspan="4">4.5</td></tr>
<tr><td>0.01</td><td>10~99.99</td><td rowspan="3">±0.2</td></tr>
<tr><td>0.1</td><td>100~999.9</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1000~9999</td></tr>
<tr><td>10</td><td>10^4~9.999×10^4</td><td rowspan="3">外附</td><td rowspan="2">±0.5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>100</td><td>10^5~9.999×10^5</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>1000</td><td>10^6~9.999×10^6</td><td>±2</td></tr>
</table>

④ 数字式仪表　随着科学技术的发展，电压、电流、电阻、电容和电感等数字测量仪表得到了越来越广泛的应用。大学物理实验中用到的数字仪表大多精度不太高，仪器示值误差可取

$$\Delta_{INS} = k\%N_x + n\text{ 字}$$

式中，k 是数字式仪表的精度等级；N_x 是显示读数；n 代表仪器的固定误差项，一般取最小量化单位的整数倍。例如，某数字电压表的示值误差

$$\Delta_{\mathrm{INS}} = 0.02\% \times U_x + 2\text{字}$$

则固定误差项是最小量化单位的 2 倍。若取 2V 量程时，数字显示为 1.4786V，最小量化单位是 0.0001V，于是 $\Delta_{\mathrm{INS}} = (0.02\% \times 1.4786 + 2 \times 0.0001)\mathrm{V} \approx 5 \times 10^{-4}\mathrm{V}$。

根据上述原则和习惯，现将物理实验常用仪器量具的示值误差（限）列成表 1.3-3。

表 1.3-3 物理实验常用仪器量具的示值误差（限）

仪器(量具)名称	示值误差(限)Δ_{INS}	备 注
米尺	0.5mm	最小分度值的 1/2
游标卡尺	0.02mm(1/50 分度) 0.05mm(1/20 分度)	最小分度值
外径千分尺	0.004mm	量程为 25mm 的一级外径千分尺
读数显微镜	0.005mm	最小分度值的 1/2
物理天平	0.05g	天平的感量
计时仪器	0.1s	机械停表取最小分度值
	$(0.01+5.8\times10^{-6}t)$s	电子表，t 为时间的测量值
	0.1ms、1ms 和 10ms	数字毫秒计，取其时基值
水银-玻璃温度计	0.5℃	最小分度值的 1/2
电阻箱	$k\% \cdot R$	k 为电阻箱精度等级 R 为测量值
指针式电表 (电流表、电压表)	$A_{\mathrm{m}} \cdot k\%$	k 为电表精度等级 A_{m} 为电表量程
电桥	$k\% \cdot \left(R+\frac{R_{\mathrm{S}}}{10}\right)$	k 为电桥精度等级 R 为测量值，R_{S} 为基准值
数字式仪表	$k\%N_x+n$ 字	k 为数字式仪表的精度等级 N_x 为测量值 n 为仪器的固定误差项，为最小量化单位的 n 倍
分光计	1′	最小分度值

3. 合成不确定度

在各不确定度分量相互独立且具有相同置信概率的情况下，将 A、B 两类不确定度分量按“方和根”的方法合成，构成**合成不确定度**，即

$$U = \sqrt{\Delta_{\mathrm{A}}^2 + \Delta_{\mathrm{B}}^2} = \sqrt{(t_P u_{\mathrm{A}})^2 + \Delta_{\mathrm{INS}}^2} = \sqrt{\left(\frac{t_P}{\sqrt{n}}\right)^2 \sigma^2 + \Delta_{\mathrm{INS}}^2} \tag{1.3-5}$$

物理实验中重复测量次数 n 一般不大于 10。从表 1.2-1 可以看出：当 $P=0.95$，$5<n\leq 10$ 时，因子 $t_P/\sqrt{n}\approx 1$，误差并不很大。这时式（1.3-5）可简化为

$$U = \sqrt{\sigma^2 + \Delta_{\mathrm{INS}}^2} \quad (P = 0.95) \tag{1.3-6}$$

有关的计算还表明，在 $5<n\leq 10$ 时，用式（1.3-6）表示不确定度，置信概率近似为 0.95 或更大。即表示被测量的真值位于区间（$\bar{x}-U$，$\bar{x}+U$）内的置信概率约等于或大于 95%。

按照国家技术监督局发布的文件规定：约 0.95 的置信概率说明可不写出。本书除特别申明，置信概率均取约等于或大于 0.95，即按式（1.3-6）计算合成不确定度。

1.3.2 直接测量结果的不确定度评定

根据所用的置信概率，直接测量量 x 的测量结果可表示为

$$x=(\bar{x}\pm U)\text{ 单位}\quad (P=\cdots) \tag{1.3-7}$$

式中，$\bar{x}$ 为消除已定系差后多次测量的平均值。

对于测量结果，同时还可以用**相对不确定度**表示：

$$U_{\mathrm{r}}=\frac{U}{\bar{x}}\times 100\% \tag{1.3-8}$$

相对不确定度越小，测量的质量越高。

评定直接测量量的测量结果的步骤归纳如下：

（1）修正测量数据中的可定系统误差。

（2）计算修正后测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果的最佳值（单次测量即为测得值减去可定系统误差）。

（3）计算修正后测量列的标准偏差 σ。

（4）求仪器的示值误差限 Δ_{INS}，作为 B 类不确定度分量 $\Delta_B=\Delta_{INS}$。

（5）求合成不确定度 $\mathrm{U}=\sqrt{\sigma^2+\Delta_{INS}^2}$。

（6）写出最终结果表示式 $\begin{cases} x=(\bar{x}\pm U)(\text{单位}) \\ U_{\mathrm{r}}=\dfrac{U}{\bar{x}}\times 100\% \end{cases}$

在实际测量中，有些量是随时间变化的，无法进行重复测量；也有些量因为对它的测量精度要求不高，没有必要进行重复测量；还有些是由于仪表的精度较低，不能反映测量值的随机误差，几次测量值都相同，这时可按单次测量来处理。

一般情况下，简单地约定单次测量的不确定度

$$U\approx\Delta_{\mathrm{INS}} \tag{1.3-9}$$

例 1.1 用量限 0~25mm、最小分度值为 0.01mm 的 1 级外径千分尺测一滚珠直径六次，其数据如表 1.3-4 中的第一、二列所示。求滚珠直径的测量结果。

表 1.3-4 滚珠直径测量数据及处理

i	零点修正值 d_i/mm	滚珠直径 D_i/mm	(D_i-d_i)/mm	$\Delta D_i=(D_i-d_i-7.9330)$/mm	$(\Delta D_i)^2$/mm^2
1	+0.015	7.948	7.933	+0.000	0×10^{-6}
2	+0.015	7.947	7.932	−0.001	1×10^{-6}
3	+0.015	7.945	7.930	−0.003	9×10^{-6}
4	+0.015	7.949	7.934	+0.001	1×10^{-6}
5	+0.015	7.949	7.934	+0.001	1×10^{-6}
6	+0.015	7.950	7.935	+0.002	4×10^{-6}
平均			7.9330	0.000	$\sum_{i=1}^{6}(\Delta D_i)^2=16\times10^{-6}$

解： 由表可知经零点校正后的滚珠直径的平均值为

$$\overline{D} = 7.9330\text{mm}$$

即为滚珠直径测量结果的最佳值。由式（1.2-4）得到标准偏差 $\sigma = 1.8 \times 10^{-3}$ mm，由表 1.3-3可查得外径千分尺的示值误差限为 $\Delta_{INS} = 0.004$mm，则 B 类不确定度为

$$\Delta_B = \Delta_{INS} = 0.004\text{mm}$$

由式（1.3-6）得合成不确定度为

$$U = \sqrt{\sigma^2 + \Delta_{INS}^2} = \sqrt{(1.8 \times 10^{-3})^2 + 0.004^2}\text{mm} = 0.004\text{mm}$$

则滚珠直径的测量结果为

$$\begin{cases} D = (7.933 \pm 0.004)\text{mm} \\ U_r = \dfrac{0.004}{7.933} \times 100\% = 0.05\% \end{cases}$$

例 1.2 用一个精度等级为 0.1 级的电阻箱测一待测电阻，其盘面示数为 5567.6Ω，试写出该电阻的测量结果。

解： 电阻箱的精度等级为 0.1 级，其盘面示数为 5567.6Ω>10Ω，所以电阻箱的示值误差限为

$$\Delta_{INS} = R \cdot k\% = 5567.6 \times 0.1\%\Omega = 5.6\Omega = 6\Omega$$

则 B 类不确定度为

$$\Delta_B = \Delta_{INS} = 6\Omega$$

由于只测量一次，所以总不确定度

$$U = \Delta_B = 6\Omega$$

则电阻的测量结果为

$$\begin{cases} R = (5568 \pm 6)\Omega \\ U_r = \dfrac{6}{5568} \times 100\% = 0.11\% \end{cases}$$

例 1.3 用一量程为 75mA，精度等级为 1.0 级的电流表测量电流，其示值为 57.5mA，试写出该电流的测量结果。

解： 按精度等级的定义，此电流表的示值误差限为

$$\Delta_{INS} = I_m \cdot k\% = 75 \times 1.0\%\text{mA} = 0.75\text{mA} = 0.8\text{mA}$$

则 B 类不确定度为

$$\Delta_B = \Delta_{INS} = 0.8\text{mA}$$

由于只测量一次，所以总不确定度

$$U = \Delta_B = 0.8\text{mA}$$

则电流的测量结果为

$$\begin{cases} I = (57.5 \pm 0.8)\text{mA} \\ U_r = \dfrac{0.8}{57.5} \times 100\% = 1.4\% \end{cases}$$

1.3.3 间接测量结果的不确定度合成

设被测量 N 可写成直接测量量 x_1，x_2，…，x_n 的函数，即

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com