地壳应力与地下水动力响应

刘春平 等 著

地 震 出 版 社

地壳应力与地下水动力响应

刘春平 等 著

地 震 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

地壳应力与地下水动力响应/刘春平等著. —北京：地震出版社，2017. 12

ISBN 978-7-5028-4883-5

Ⅰ. ①地…　Ⅱ. ①刘…　Ⅲ. ①地应力－研究　②地下水动力学－研究

Ⅳ. ①P315. 1　②P641. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 285794 号

地震版　XM3193

地壳应力与地下水动力响应

刘春平 等　著

责任编辑：张　平

责任校对：凌　樱

出版发行：地 震 出 版 社

北京市海淀区民族大学南路 9 号　　邮编：100081

发行部：68423031　68467993　　传真：88421706

门市部：68467991　　传真：68467991

总编室：68462709　68423029　　传真：68455221

市场图书事业部：68721991　68467982

http://www. dzpress. com. cn

经销：全国各地新华书店

印刷：北京地大彩印有限公司

版（印）次：2017 年 12 月第一版　2017 年 12 月第一次印刷

开本：787 × 1092　1/16

字数：325 千字

印张：13

印数：0001 ~ 1000

书号：ISBN 978-7-5028-4883-5/P（5584）

定价：40. 00 元

前　　言

储存于岩石中的地下水，处于一定的地壳应力环境中，当地壳应力发生变化，必然引起地壳形变，并导致含水层孔压变化和地下水流动，孔压变化又影响岩石的形变，这是一个水-岩耦合的水力学过程。地壳应力作用下，地下水呈现丰富的水文现象。如潮汐力作用下，井水位的周期性升降、泉流量的周期性变化；地震活动影响下，井水浑浊，井水位、河流流量和泉流量的变化，以及砂土液化等现象。地震引起地壳应力的剧烈变化，甚至改变或破坏地下水的储存条件，引起地下水动力条件的大幅变化，有的变化甚至超出人类预期。

应力作用下的地下水动力响应是研究地壳应力作用下地下水压对岩石形变的响应，地下水运动和井水位变化；探讨地壳应力作用下地下水文现象产生的力学机制；以及地下水压变化对岩石形变的影响。本书主要研究已知高频自然力和地震（静应力、地震波）作用下，井-含水层系统的力学和水力学响应，以及由于井孔注水和水库蓄水等，地壳应力场和渗流场的改变对断层强度和可能诱发地震的影响。

本书共分9章。第1章简要推导流体力学耦合本构方程和常用的简化本构方程，以及主要的孔弹性变量和孔弹性常数之间的关系。水-岩耦合流体力学是分析应力作用与岩石形变和地下水压变化的力学基础。地下水对潮汐等高频自然力的响应是水-岩耦合的天然试验场。固体潮、海潮和气压等高频自然力的周期性和重复性，以及振幅和相位可计算或可测量等特征，在估计含水层参数和分析含水层应力（应变）等方面具有重要意义。第2章阐述引潮力和引潮位的概念和地球形变对潮汐的响应理论，介绍了承压井水位固体潮模型，以及应用井水位潮汐分析软件的预备知识。第3章研究以潮汐为主的高频自然力作用下，不排水岩体的水力响应，包括不排水多孔介质和裂隙介质水头的潮汐响应模型，以及气压效率、贮水率和孔隙度等重要参数的估计方法。第4章研究潮汐作用下井-含水层系统的水动力响应，包括潮汐垂向流作用下，含水层压力水头对引潮高的响应；潮汐径向流作用下，井水位对压力水头的响应，以及径向、垂向流综合作用下，井水位对引潮高的响应。分析讨论地下水潮汐流类型及其识别方法，以便于更好地分析和了解潮汐力作用下含水层水动力特征。第5章是研究如何利用井水位对固体潮和海潮的潮汐响应模型，估计含水层导水系数（导水率）方法。利用含水层孔压（井水位）对已知高频荷载的振幅和相位差响应

关系，估计含水层孔弹性参数和地下水动力学参数，具有非扰动性、连续性等优点，是其他方法无法比拟的。第6章分析研究地震应力（静应力和地震波）作用对含水层渗透性的影响，讨论了季节性水量增减引起的静水压变化对含水层渗透性的影响。其中，含水层渗透性的变化主要通过井水位和井水位潮汐振幅和相位差变化确定。第7章研究地震与含水层力学响应，包括同震和震后含水层形变，井水位（孔压）变化所引起的地震水文现象，地震地下水位前兆预测的力学机理和案例分析，以及利用井水位和井水位潮汐振幅、相位差变化等资料，估计地震前后含水层应力变化，分析讨论了汶川地震后江油井水位急降13.5m的成因。第8章应用岩石破坏的摩尔-库仑准则，分析讨论注水和水库蓄水等影响下，诱发地震的特征和发震机理。第9章是利用井水位和井水位潮汐振幅和相位差变化，分析和识别含水层形变和应力变化，它是应力作用下含水层形变和井水位（孔压）变化的逆分析过程。附录B介绍了井水位潮汐分析软件使用方法和利用井水位潮汐分析计算含水层导水系数的方法和程序。

本书是作者最近几年的研究成果，结合本科生、研究生《地震水文学》课程讲义编撰而成。各章节主要完成人如下：第1、2章，刘春平；第3.1节，廖欣、刘春平；第3.2、3.3节，刘春平、石云；第3.4节，刘春平、唐彦东；第4.1节，刘春平、石云；第4.2、4.3节，廖欣、唐彦东、刘春平；第4.4节，刘春平、石云；第5.1、5.2节，廖欣、唐彦东、刘春平；第5.3节，刘春平；第6.1、6.2节，唐彦东、刘春平；第6.3节，廖欣、刘春平；第6.4节，刘春平、唐彦东；第7.1、7.2节，刘春平、唐彦东；第7.3、7.4节，刘春平、石云；第7.5节，刘春平、唐彦东、廖欣；第8章，刘春平，石云；第9章，唐彦东、刘春平；附录B，石云。本书配送光盘刻录了两个分析应用软件，一是井水位潮汐分析软件，是在Baytap-G基础上，增加了可视化包装、数据提取和绘图等功能；二是潮汐应力作用下，裂隙水压力随岩石特征（岩石力学特征和几何特征）变化的计算软件。全书由刘春平统一修改、编撰、定稿。

本书初稿请中国地震局地质研究所车用太研究员审阅，加州大学伯克利分校王其允教授审阅第2章，并提出宝贵意见，在此表示诚挚的感谢！书中部分插图由李海君老师制作和修改，编写过程中还得到姜纪沂、万飞、钱建秀等同志的帮助，在此一并致谢。由于地壳应力与地下水力学的研究历史较短，其学科基础、学科体系和研究内容都不太成熟，加之编著者水平有限，书中不当之处恳请读者批评指正。

刘春平

编著者邮箱：lcp@cidp.edu.cn

2017年6月

目　　录

第 1 章　水–岩耦合的流体力学基础

地壳应力（静应力、动应力）变化，导致岩石形变和孔隙体积变化，控制着孔隙流体压力变化，并可能产生流体流动，改变流体压力的空间分布；流体压力变化又作用于岩石，影响岩石形变。这种流体和岩石的耦合作用是塑造地壳的基本动力之一，也控制着岩石中的水和其他流体的状态。本章从太沙基的土壤固结现象分析，引入有效应力和流体压力扩散的概念。在线性孔弹性介质假设条件下，应用力平衡理论，推导流体力学耦合的应力、应变和位移本构方程；应用达西定律和质量守恒理论推导流体流动方程。这些方程的求解通常比较困难，一般要应用流体力学耦合的数值分析软件，而且要求已知边界条件和众多的流体、岩石物理参数。因此，从实用角度，本章还介绍了常用假设条件下本构方程的简化，它对应力作用下的水–岩耦合分析是十分有用的。在上述本构方程基础上，进一步介绍水–岩耦合涉及的主要孔弹性变量和孔弹性常数，以及它们的关系。

1.1　太沙基有效应力与压力扩散方程

一个多世纪以前，人类就认识到多孔介质和流体之间的力学耦合问题，突破性的进展来自于 20 世纪欧洲的太沙基（Karl Terzaghi）对土体固结现象的分析，尽管他自己可能不知道，他们的研究站在了当时水和岩土形变耦合的前沿。

在试图解释土壤和沉积物受压固结和时间的依存关系时，太沙基提出了两个关键的概念：有效应力和流动引起的流体压力扩散[1]。与一般弹性力学不同的是，饱和多孔介质是由介质骨架和孔隙水共同承担外部应力。对于一维垂向荷载模型，关于有效应力的概念，太沙基提出了一个简单的表达式

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{e} - p$$

该式表明，作用于饱和多孔介质的垂向应力变化（σ_{zz}）等于多孔介质骨架承担的应力（称为有效应力（σ_{zz}^{e}）和孔隙水压力（$-p$）（简称孔压）之和，孔压 p 前面的负号表示与应力 σ_{zz} 方向相反。这里，取垂向张应力为正，压应力为负；孔压增加为正，减少为负。

对于致密坚硬岩石，垂向应力（σ_{zz}）主要由岩石骨架承担，孔压（p）变化较小，在 $\sigma_{zz}^{e} \to \sigma_{zz}$ 极端情况下，孔压不变（$p = 0$）；对于松散岩石，垂向应力主要由孔隙水承担，在 $-p \to \sigma_{zz}$ 的极端情况下，$\sigma_{zz}^{e} \to 0$，表明岩石破坏。由此可见，孔隙水所承担的应力比例，与孔弹性介质特征有关。本章后面的分析将得到不排水条件下，一维垂向荷载模型中孔压与垂向应力关系为 $p = -\varsigma \sigma_{zz}$，$\varsigma$ 定义为一维荷载效率，是孔隙水承担的应力与垂向应力的比值；

三维荷载模型中孔压与平均应力的关系为 $p=-\beta\sigma_m$，σ_m 为总平均应力；β 定义为 Skempton 系数，是孔隙水承担的应力占总平均应力的比值。ς和 β 都是描述孔弹性介质特征的参数。

太沙基进一步用扩散方程描述流体流动和孔压耗散

$$\frac{k}{S_s}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=\frac{\partial p}{\partial t}$$

式中，k 为渗透系数（m/s）；S_s 为贮水率（1/m）；p 为孔隙水压力（Pa）。上式表明：孔压差驱动流体流动（上式左边项），流体流动又导致孔压变化（右边项）并达到新的压力平衡。外力作用下含水层产生形变，引起孔压变化和流体流动，进一步引起含水层形变。因此，含水层岩石形变和孔压变化是含水层中流体（水）和岩石耦合作用的结果。

1.2 流体力学耦合本构方程

外力作用下，岩石产生附加应力并产生形变，导致岩石孔压变化，而孔压变化又会引起岩石形变，这是一个耦合的流体力学过程。Biot[2]~[4]提出的等温线性孔隙弹性（简称孔弹性）理论，是研究多孔介质形变和孔压变化的基本理论构架，尽管这一理论是针对线性、弹性多孔介质提出来的，但它为流体力学耦合的一般描述，以及多孔介质中流体二维、三维流与岩石形变的耦合奠定了基础。饱水多孔介质孔弹性理论包含应力、应变、流体含量和流体压力变化四个关键概念。为描述方便，本书变量符号规定：体应变膨胀为正，压缩为负；应力张力为正，压力为负；流体含量增加为正，减少为负；流体压力（孔压）大于 1 个大气压为正，小于 1 个大气压为负。

1.2.1 线性孔弹性本构方程

利用位移定义多孔介质中弹性和孔弹性应变

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}&=\frac{\partial u}{\partial x}\\
\varepsilon_{yy}&=\frac{\partial v}{\partial y}\\
\varepsilon_{zz}&=\frac{\partial w}{\partial z}\\
\varepsilon_{xy}&=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\\
\varepsilon_{xz}&=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\\
\varepsilon_{yz}&=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)
\end{aligned}\tag{1.1}$$

式中，ε 是应变，u、v 和 w 是在 x、y 和 z 坐标方向的位移，重复下标如 xx、yy 和 zz 等表示在 x、y 和 z 方向的压缩或膨胀，混合下标如 xy、xz 和 yz 等表示剪切应变。孔弹性理论可以用于分析弹性波等动力作用，但流-固力学耦合感兴趣方向还是静力学问题，即忽略加速度的影响。因此，在 x、y 和 z 方向上的力平衡可表示为

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

式中，σ 是作用在多孔介质体内的应力。这里假设多孔介质体的代表性单元（REV）既要足够小，使应力、孔压等变量有唯一的、可定义的值；又要足够大，能够代表介质特征的平均值。相似于应变分量，应力的重复下标代表法向应力，而混合下标代表剪切应力。方程（1.2）是描述应力变化而不是绝对的应力值，因为重力作为恒定的力，在方程（1.2）中被忽略。

类似于线弹性理论，孔弹性本构方程的应变表达式为

$$
\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G}\left(\sigma_{ij} - \frac{v}{1+v}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right) + \frac{\alpha}{3K}p\delta_{ij}
\tag{1.3a}
$$

式中，δ_{ij}是 Kronecker 函数，$i \neq j$ 时为零，$i = j$ 时为 1；i，$j = 1$，2，3；G 是剪切模量；ν 是排水条件下泊松比或横向变形系数；$\alpha = 1 - K/K_s$ 是有效应力系数；K 和 K_s 分别是多孔介质和介质固体部分的体积模量；p 是孔隙压力；$\sigma_{kk} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$是法向总应力。

如果不考虑孔压变化的影响（$p = 0$），则方程组（1.3a）简化为标准的固体弹性本构方程。本节主要讨论孔弹性介质形变和流体运动，将方程组（1.3a）展开如下：

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{2G}\left[\sigma_{xx} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\right] + \frac{\alpha}{3K}p \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{1}{2G}\left[\sigma_{yy} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\right] + \frac{\alpha}{3K}p \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{1}{2G}\left[\sigma_{zz} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\right] + \frac{\alpha}{3K}p \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2G}\sigma_{xy} \\
\varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2G}\sigma_{yz} \\
\varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2G}\sigma_{xz}
\end{aligned}
\tag{1.3b}
$$

将方程组（1.3b）的前面三项相加，得到总应力（σ_{kk}）与孔压（p）关系：

$$\sigma_{kk} = G\frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)}\varepsilon_{kk} - 3\alpha p \tag{1.4}$$

将上式代入到应变方程（1.3a）得到孔弹性本构方程的应力表达式：

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= 2G\varepsilon_{xx} + 2G\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk} - \alpha p \\
\sigma_{yy} &= 2G\varepsilon_{yy} + 2G\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk} - \alpha p \\
\sigma_{zz} &= 2G\varepsilon_{zz} + 2G\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk} - \alpha p \\
\sigma_{xy} &= 2G\varepsilon_{xy} \\
\sigma_{yz} &= 2G\varepsilon_{yz} \\
\sigma_{xz} &= 2G\varepsilon_{xz}
\end{aligned} \tag{1.5}$$

应用下标轮换，方程（1.5）可以写成更简洁的形式

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + 2G\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \alpha p\delta_{ij} \tag{1.5a}$$

或写成

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \alpha p\delta_{ij} \tag{1.5b}$$

式中，λ 和 G 为孔弹性介质的拉梅参数（G 又称为剪切模量）。在很多文献中，本构方程也用不同的弹性和孔弹性参数表示，如杨氏模量（E）、拉梅参数（λ 和 G），以及上面方程用到的体积模量（K），剪切模量（G）（也称拉梅参数）和泊松比（ν）等。这些参数之间有如下关系：

$$\begin{aligned}
K &= E/[3(1-2\nu)] \\
G &= E/[2(1+\nu)] \\
\lambda &= 2G\nu/(1-2\nu)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

方程（1.5a）转化为（1.5b），就是利用了上述 λ 与 G 和 ν 的关系式。

代入方程（1.5）到力平衡方程（1.2）得到本构方程的位移表达式：

$$
\begin{aligned}
&G\nabla^2 u + \frac{G}{1-2\nu}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right] = \alpha \frac{\partial p}{\partial x} \\
&G\nabla^2 v + \frac{G}{1-2\nu}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z}\right] = \alpha \frac{\partial p}{\partial y} \\
&G\nabla^2 w + \frac{G}{1-2\nu}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right] = \alpha \frac{\partial p}{\partial z}
\end{aligned} \tag{1.7}
$$

其中，应变项按照式（1.1）写成相应的位移分量形式。

因此，本构方程的变量可以是应变、应力和位移，它们分别由方程（1.3b）、（1.5）和（1.7）表示。方程（1.7）是孔弹性介质的位移控制方程，结合它的位移边界条件，可以计算方程中三个方向位移分量（u，v，w）。由三个位移分量（u，v，w），可以计算方程（1.3）中六个应变变量和方程（1.5）中六个应力变量。换言之，六个应变和应力变量是由三个位移变量唯一确定。因此这六个应变分量和六个应力分量不是独立变量，它们之间的相互关系被称为相容性条件，这些条件可以根据应变分量定义的方程（1.1）导出[5,6]：

$$
\begin{aligned}
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} \\
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} \\
&2\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} \\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z}\right) \\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{yx}}{\partial z}\right) \\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varepsilon_{zy}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z}\right)
\end{aligned} \tag{1.8}
$$

将应变本构方程（1.3b）和力平衡方程（1.2）代入到上式得到应力为变量的形变控制方程

$$
\begin{aligned}
&\nabla^2 \sigma_{xx} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2 \sigma_{kk}}{\partial x^2} + \frac{1-2\nu}{1-\nu}\alpha\left[\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \nabla^2 p\right] = 0 \\
&\nabla^2 \sigma_{yy} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2 \sigma_{kk}}{\partial y^2} + \frac{1-2\nu}{1-\nu}\alpha\left[\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \nabla^2 p\right] = 0 \\
&\nabla^2 \sigma_{zz} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2 \sigma_{kk}}{\partial z^2} + \frac{1-2\nu}{1-\nu}\alpha\left[\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \nabla^2 p\right] = 0 \\
&\nabla^2 \sigma_{xy} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2 \sigma_{kk}}{\partial x \partial y} + \frac{1-2\nu}{1+\nu}\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\nabla^2\sigma_{yz} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma_{kk}}{\partial y\partial z} + \frac{1-2\nu}{1+\nu}\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial y\partial z} &= 0 \\
\nabla^2\sigma_{xz} + \frac{1}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma_{kk}}{\partial x\partial z} + \frac{1-2\nu}{1+\nu}\alpha\frac{\partial^2 p}{\partial x\partial z} &= 0
\end{aligned}
\tag{1.9}
$$

方程（1.9）类似于固弹性理论 Beltrami-Michell 方程，但又不同于它，因为方程（1.9）中包含变量 p，代表孔弹性耦合。将（1.9）式的前三项相加，得到应力、孔压之间相对简单的关系式

$$
\nabla^2\sigma_{kk} + \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu}\alpha\nabla^2 p = 0 \tag{1.10}
$$

方程（1.10）对于后面（第 1.3 节）本构方程的简化特别有意义，并经常被用于分析孔隙流问题。

1.2.2 流体流动方程

前已述及，形变方程是基于力平衡。流体方程是基于质量守恒，它描述为

$$
\frac{\partial}{\partial t}(\rho n) + \nabla\cdot(\rho q) - J = 0 \tag{1.11}
$$

式中，ρ 是流体密度，n 是孔隙度，而 q（张量）是孔隙流体的达西速度或通量。方程（1.11）的第一项描述在 REV 中流体储存量的变化；第二项描述通过 REV 的流体净通量；J 是 REV 中流体的源（汇）项，它可以是离散的，也可以是以某种形式分布于研究域中。为简化，在后面推导中都假设源汇项 $J=0$。设 $m=\rho n$，表示单位体积孔隙流体质量，其变化可由下式描述

$$
m - m_0 = (\rho-\rho_0)n_0 + \rho_0(n-n_0) \tag{1.12}
$$

关于孔隙度的变化，综合前人研究得到不考虑温度变化情况下的孔隙度变化为[7,8]

$$
n - n_0 = \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right)\frac{\sigma_{kk}}{3} + \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s} - \frac{n}{K_s}\right)p \tag{1.13}
$$

由此可见，孔隙度的变化受应力和孔压影响。同样，流体密度对压力的响应为

$$
\rho - \rho_0 = \rho_0\frac{p}{K_f} \tag{1.14}
$$

K_f 为流体体积模量。代入（1.14）、（1.13）到（1.12）式得到

$$m - m_0 = \rho_0\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right)\frac{\sigma_{kk}}{3} + \rho_0\left[\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right) + n_0\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)\right]p \tag{1.15}$$

表达流体和多孔介质的力平衡，是通过流体通量和驱动该流体通量的力之间的本构关系。最适合的本构关系是达西定律，表示为

$$q = -\frac{\kappa}{\mu}(\nabla p + \rho g \nabla z) \tag{1.16}$$

式中，κ（二阶张量）是介质的渗透率；μ 是流体动力黏滞系数；g 是重力加速度；z 是任意基准面以上的高度。如果渗透率为各向异性，按坐标轴方向的达西定律表达式为

$$q_i = -\frac{\kappa_{ij}}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho g \frac{\partial z}{\partial x_j}\right)$$

渗透率的各向异性不是本节的讨论内容，在如下研究和讨论中，应用式（1.16）将更为方便。达西定律公式（1.16）表明，流体流动是由压力能（与孔压（p）有关）和流体势能（与流体质点高度（z）有关）驱动。代入方程（1.16）和（1.15）到质量守恒方程（1.11）得到

$$\nabla \cdot \frac{\kappa \rho}{\mu}(\nabla p + \rho g \nabla z) = \rho\left[\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right) + \left(\frac{n}{K_f} - \frac{n}{K_s}\right)\right]\frac{\partial p}{\partial t} + \rho\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right)\frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \tag{1.17}$$

式中，$\sigma_m = \sigma_{kk}/3$ 表示平均法向应力或平均总应力。引入三维贮水率（S_{s3}）和三维荷载效率（β）：

$$S_{s3} = \rho g\left[\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right) + \left(\frac{n}{K_f} - \frac{n}{K_s}\right)\right] \tag{1.18}$$

$$\beta = \frac{\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}}{\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s}\right) + n\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} \tag{1.19}$$

式中，β 又称为 Skempton 系数，它是水-岩耦合的重要参数。代入式（1.18），（1.19）到（1.17）得到

$$\nabla\cdot\frac{\kappa\rho g}{\mu}(\nabla p+\rho g\ \nabla z)=S_{s3}\frac{\partial p}{\partial t}+S_{s3}\beta\frac{\partial\sigma_m}{\partial t}\tag{1.20}$$

方程（1.20）的右边分别描述流体贮存、应力变化项的影响，是以孔压（p）与应力（σ_m）为变量的耦合方程，将 $\sigma_m=\sigma_{kk}/3$，$\sigma_m=K\varepsilon_{kk}-\alpha p$ 代入到方程（1.20）得到以孔压（p）和应变（ε_{kk}）为变量的耦合方程

$$\nabla\cdot\frac{\kappa\rho g}{\mu}(\nabla p+\rho g\ \nabla z)=S'_{s3}\frac{\partial p}{\partial t}+\rho g\alpha\frac{\partial\varepsilon_{kk}}{\partial t}\tag{1.21}$$

式中，修改的三维贮水率定义为

$$S'_{s3}=\rho g\left[\left(\frac{1}{K}-\frac{1}{K_s}\right)(\alpha+1)+\left(\frac{n}{K_f}-\frac{n}{K_s}\right)\right]\tag{1.22}$$

方程（1.20）中流体压力还可以用水头表示。定义相对流体黏滞系数和相对流体密度 $\mu_{rel}=\mu_{ref}/\mu$和 $\rho_{rel}=(\rho-\rho_{ref})/\rho_{ref}$（ref 下标代表参考状态的值）；定义相对于参考密度的水头为$H=p/(\rho_{ref}g)+z$；相对于参考密度和黏滞度的渗透系数 $k=\kappa\rho_{ref}g/\mu_{ref}$，则方程（1.20）可写为

$$\nabla\cdot k\mu_{rel}\rho'(\nabla H+\rho_{rel}\ \nabla z)=S_{s3}\left(\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{\partial z}{\partial t}\right)+\rho'\frac{\alpha}{K}\frac{\partial\sigma_m}{\partial t}\tag{1.23}$$

式中，$\rho'=\rho/\rho_{ref}$，注意到 $\alpha/K=K^{-1}-K_s^{-1}$。在右边储存项中，保留高度（z）对时间的微分项是因为在地质过程中空间高度可能随时间变化。最后，在具有等密度、等黏滞性的流体（即 $\rho=\rho_{ref}$，$\mu=\mu_{ref}$）的地质系统，方程（1.23）简化为

$$\nabla\cdot k\ \nabla H=S_{s3}\left(\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{\partial z}{\partial t}\right)+\frac{\alpha}{K}\frac{\partial\sigma_m}{\partial t}\tag{1.24}$$

方程（1.20）、（1.21）分别是以应力、孔压和应变、孔压为变量的流体流动方程；方程（1.23）和（1.24）分别是以应力和水头为变量的流体流动方程，它们被广泛应用于描述地下水-岩石耦合作用下的非稳定流运动。

描述一个完整的二维、三维流体和形变的耦合要求求解：①位移方程（1.7），或者力平衡方程和相容性结合的应力或应变方程，如式（1.8）或式（1.9）；②求解耦合形式的流体方程，如式（1.20）。求解这些方程一般要求数值方法求解，而且耦合流还要求按时间步长逐步迭代。此外，还需要给定形变和流体流动的初始和边界条件。这些过程都比较复杂，