

“十二五”国家重点出版物出版规划项目



当代哲学问题研读指针丛书

逻辑和科技哲学系列

张志林 黄翔 主编

哥德尔纲领

郝兆宽 著

Gödel's Program



復旦大學出版社

本书由上海文化发展基金会图书出版专项基金资助出版

“十二五”国家重点出版物出版规划项目



当代哲学问题研读指针丛书

逻辑和科技哲学系列

张志林 黄翔 主编

哥德尔纲领

郝兆宽 著

Gödel's Program

 复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

哥德尔纲领/郝兆宽著. —上海: 复旦大学出版社, 2018. 4
(当代哲学问题研读指针丛书/张志林, 黄翔主编. 逻辑和科技哲学系列)
ISBN 978-7-309-13405-6

I. 哥… II. 郝… III. 哥德尔(Gödel, Kurt 1906-1978)-逻辑哲学-研究
IV. ①B516.59②B81-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 292925 号

哥德尔纲领
郝兆宽 著
责任编辑/陆俊杰

复旦大学出版社有限公司出版发行
上海市国权路 579 号 邮编: 200433
网址: fupnet@fudanpress.com <http://www.fudanpress.com>
门市零售: 86-21-65642857 团体订购: 86-21-65118853
外埠邮购: 86-21-65109143 出版部电话: 86-21-65642845
浙江新华数码印务有限公司

开本 850 × 1168 1/32 印张 6.5 字数 112 千
2018 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-309-13405-6/B · 651
定价: 28.00 元

如有印装质量问题, 请向复旦大学出版社有限公司出版部调换。
版权所有 侵权必究

内容提要

本书讨论哥德尔纲领的历史背景、对数学和哲学的影响以及数学家们为实现这一纲领的重要工作。

哥德尔纲领可以看作是为解决连续统问题而提出的一种研究方略。当数学家们知道了连续统假设的独立性之后，关于这个集合论命题的哲学地位就产生了争论。一派认为独立性就是对这个问题的最好解决，连续统假设既不是真的也不是假的，这就是最后的答案，因此，这个方向的工作已经完成。而哥德尔则认为独立性不是问题的解决，我们需要加强现有的公理系统以确定连续统假设的真值。这个方向上的工作才刚刚开始，其核心就是寻找集合论的新公理。在此之后，特别是20世纪80年代以来，集合论学家在这个方向上取得了一系列重要的成就。2010年之后，整个图景逐渐清晰起来。粗略地说，连续统问题的解决取决于我们是否能够构造一个包含超紧基数的类似于 L 的内模型。如果这种构造能够成功，那就在某种意义上出现了一个终极的模型，在其中连续统假设是真的。这可以看作是哥德尔纲领的实现。

作者简介

郝兆宽，复旦大学哲学学院教授。全国自然辩证法协会常务理事，数学哲学专业委员会主任。中国数学学会数理逻辑专业委员会理事。主要研究领域为数理逻辑、数学哲学。

丛书序言

哲学这门学科特别强调清晰的概念和有效的论证。初学者在首次接触哲学原典时难免会遇到两重技术上的困难：既要面临一整套全新又颇为费解的概念，又要力图跟上不断出现的复杂论证。这些困难是所有初学者都要面临的，并非中国人所独有。为了帮助初学者克服这些困难，西方尤其是英语学界出现了大量的研读指针读物，并被各大学术出版社如牛津、剑桥、劳特里奇、布莱克韦尔等，以 **Handbook**、**Companion**、**Guide** 等形式争相编辑出版。另外，网上著名的《斯坦福哲学百科全书》也具有相同的功能。这些读物解释了哲学原典中所讨论问题的历史背景和相关概念，提供了讨论各方的论证框架，并列出相关资料的出处，为学生顺利进入讨论域提供了便利的工具。可以说，绝大多数英语国家

中哲学专业的学生，都曾或多或少地受惠于这些研读指针读物。

本丛书的基本目的正是为中国读者提供类似的入门工具。丛书中每一单册对当代逻辑学和科技哲学中的某一具体问题予以梳理，介绍该问题产生的历史背景和国内外研究的进展情况，展示相关讨论中的经典文献及其论证结构，解释其中的基本概念以及与其他概念之间的关系。由于每册都是从核心问题和基本概念开始梳理，因此本丛书不仅是哲学专业的入门工具，也可以当作哲学爱好者和普通读者了解当代哲学的一套具有学术权威性的导读资料。

丛书第一批由复旦大学哲学学院的教师撰写，他们也都是所述专题的专家。各单册篇幅均不甚大，却都反映出作者在喧嚣浮躁的环境中潜心问学的成果。在复旦大学出版社的积极倡导下，本丛书被列入“国家‘十二五’重点图书”，并获得“上海文化发展基金”的出版资助。对复旦大学出版社的大力支持，对范仁梅老师的辛勤劳作，丛书主编和各册作者心怀感激之情！在此还值得一提的是，身为作者之一的徐英瑾教授特为每册论著绘制了精美的人物头像插图，希望它们能为读者在领略哲学那澄明的理智风韵之外，还能悠然地享受一些审美的愉悦。

张志林 黄翔

2014年12月

序

随着五卷本《哥德尔文集》的编辑出版，^①哥德尔生前众多未发表的手稿被整理出来。这些手稿有很大一部分是关于哲学的，从而引起了国际上对哥德尔哲学的研究热情。到目前为止，这些研究大致落在两个范式之下，但是都没有取得令人满意的进展。

把哥德尔置于当代分析哲学的背景下看起来是非常自然的事情。因为分析哲学正是靠着数理逻辑的兴起才产生的，而哥德尔是塑造当今数理逻辑整个研究领域的人之一。在逻辑学的所有分支上，他的贡献都是根本性的，都是推动整个领域发展的动力所在。他当之无愧地被称为“自亚里士多德以来最伟大的逻辑学家”。然而，至少到目前为止，从

^① 文献 [9]。

分析哲学方向上对哥德尔思想的理解和阐释仍然流于表面。除了对哥德尔柏拉图主义立场的抱怨之外，哥德尔思想的深刻内涵并未被严肃地对待，更遑论富有成果的研究。

这其实也不难理解。当代分析哲学深受经验论传统的影响，而哥德尔的哲学则深深植根于理性主义传统之中，所以站在前者的立场上去看，哥德尔的哲学会显得非常“不自然”，如果不是“不可理喻”的话。叶峰在《20世纪数学哲学》中曾评论道，哥德尔并未对“作为分析哲学一个分支”的数学哲学产生什么重要的影响。^①考虑到维也纳学派之后分析哲学的发展，叶峰的评论自然可以理解。只是分析哲学这种强烈的反柏拉图主义的倾向也并非从一开始就有，弗雷格和早期的罗素都像哥德尔一样，是坚定的柏拉图主义者。转向是后来才发生的。

有一则关于罗素和哥德尔交往的逸事很能生动地说明这种变化。罗素曾在“自述”里回忆自己1944年5月前在普林斯顿高等研究院的一段时光，他自称“每周一次地”与爱因斯坦、哥德尔和泡利讨论。“我不想哥德尔竟是不掺杂质的柏拉图主义者，分明相信天堂里卧着一个永恒的‘不’，德性高的逻辑学家也许能指望来世在那儿一睹它的芳容。”据王浩说，后来在1971年哥德尔读到了这个评论，并且起草了一份答复，其中说道：

^① 参见文献[60]。

至于说到我的“不掺杂质”的柏拉图主义，它并不比1921年罗素本人的柏拉图主义更“不掺杂质”吧，当时他在《导论》中说：“逻辑正如动物学一样是真正在谈论现实世界，虽然逻辑有更抽象、更一般这类特色。”显然那时罗素甚至在现世已经一睹“不”的芳容，只是他后来在维特根斯坦影响之下决意不把它当作一回事。^①

哥德尔从其科学生涯的一开始就对哲学有着浓厚的兴趣，他的所有科学研究都有着深刻的哲学动机。他在逻辑和数学研究中，甚至在物理学研究中，最为关心的都是那些“基本的东西”，这正是某种哲学精神的体现。在他看来，凡是基础的理论工作都会与哲学相关，要么在哲学之中，要么由哲学提供动机，要么有哲学的后果，要么要用哲学作为助探原理。而他自己的重要工作，全部属于这四个方面中的某一个。^②事实也正是如此，每个仔细研读哥德尔的逻辑和数学论文的人，都会发现在复杂的符号和公式背后，体现着作者对根本概念作精确理解的不懈追求。正如王浩评论的：

……他大概将更多的精力贡献给了哲学，比科学要多。

他的哲学在谈话及已发表文章中的应用预兆着一个真

^① 这段逸事，包括引文，都是来自王浩所著《哥德尔》一书，见文献[61]，71-72页。其中哥德尔所说的《导论》，指的是罗素1919年出版的《数理哲学导论》，文献[42]，这本书有商务印书馆出版的晏成殊先生的译本。

^② 文献[61]，40页。

正广博而有力的巨型构架，与柏拉图、莱布尼茨、胡塞尔哲学都有接触点。^①

更为重要的是，哥德尔的这些哲学思想直到今天仍然深刻影响着逻辑、计算机科学和数学基础的研究。注意，我这里强调的是哥德尔的哲学和思想，而不是他作为逻辑学家和数学家在以上领域中的那些巨大成就。本书的主题就是对这种影响体现在集合论领域中的一个个案研究。

所以，分析哲学对哥德尔思想的冷淡和低估恐怕不能用来证明哥德尔不是一位重要的哲学家，而只能说明哥德尔并不是传统意义上的分析哲学家。如果不带偏见地考察 20 世纪哲学的发展历史，会自然得出这样的印象：在最初借用了数理逻辑的一些基本成果之后，分析哲学之后的整个发展与数理逻辑后来的进展是大异其趣的。对于数理逻辑各个领域随后的进展，特别是 20 世纪 60 年代以后的巨大成就，分析哲学既失去了早期那种学习借鉴的热情，也失去了这样做的能力。这其中的原因不仅仅是，或者说根本不是因为数理逻辑变得越来越专门、越来越技术化。根本原因在于对抽象对象、对理性的先天能力、对深刻的形而上学问题的不加分别的拒斥。本书正是打算说明，至少从集合论的最新进展来看，

^① 这里引用的是王浩为洛克菲勒大学向哥德尔颁发荣誉学位的典礼而作的对哥德尔工作的评价，时间为 1972 年 6 月。据王浩称他事前就拿给哥德尔过目，后者甚至提出了修改意见。参见王浩所著《哥德尔》一书，文献 [61]，39 页。

数理逻辑不仅正在产生出比早期更具哲学意义的重要成果，而且其对哲学的期待，不管是作为动机还是助探原理，也比以往任何时候都要高得多。

这当然只是一个宏观的判断，分析哲学阵营里也不乏关心数学研究实践的哲学家。对于他们来说，哥德尔始终是一个重要的思想源泉。例如，加州大学尔湾分校的麦蒂教授在其《数学中的实在论》一书中就说：

从蒯因/普特南那里，这种调和 [的哲学] 接受不可或缺论证的核心内容；从哥德尔那里，它接受对显明性的纯数学形式的承认和对此进行解释的责任。因此它避免了蒯因/普特南的一个主要困难——对数学实践的不忠实。
（[31]，35 页）

这种对数学实践的不忠实，最终使得作为分析哲学一个分支的数学哲学不再是“关于数学”的哲学，而是关于语言、心灵、大脑以及神经元的哲学。但就算这样，对哥德尔思想的忽视似乎也不完全合情合理。因为即使对以上主题，哥德尔也有着深刻而富有启发的见解，这些见解当然是基于他对数学基础中那些根本概念的思考之上。王浩《逻辑之旅》的第六章对此有一个较为详细的记录和初步的评论。^①研究和探讨哥德尔思想的这一方面仍有大量的工作要做。

^① 参见文献 [62]。

对哥德尔思想研究的另一个范式是讨论其与现象学的关系。这方面的成果甚至多于前一个范式。这提醒我们，现象学早期的发展也与数理逻辑和数学基础问题密切相连。胡塞尔曾深受康托和弗雷格的影响。特别是后者，通过对其《算术哲学》的严厉批评，促使胡塞尔放弃了算术中的心理主义。这是胡塞尔思想发展中的一个巨大的转变。大陆哲学和分析哲学的互相诟病是后来的事情，而且带有很大的情绪化，并没有太多的道理可讲。

哥德尔在一篇未发表的手稿中对胡塞尔的现象学曾经大加赞赏：

事实上，今天有一门刚刚发端的科学声称它拥有一套从事这类意义澄清的系统方法，那就是胡塞尔创立的现象学。在这里，意义澄清就是为了更鲜明地聚焦于所涉及的概念而按一定方式来指导我们的注意力，也就是让它指向我们自己使用这些概念时的行为，指向我们实施自己行为时的能力，等等。但是，必须清楚地记住，这种现象学并不是其他科学意义上的一门科学。相反，它是[或者说，无论如何应当是]一套程式或技术，应当在我们心中产生一种新的意识状态，我们就在这种状态中详尽地描述自己思考时所使用的基本概念，或者把握迄今不为我们所知的其他基本概念。我相信，根本没有理由

从一开始便拒绝这样一种程式，视为无望的。当然，经验主义者最没有理由这样做，因为那会意味着他们的经验主义其实是一种倒写的先验主义。([16]，383 页)^①

除此之外，研究者还发现哥德尔阅读了胡塞尔的几乎全部著作，并有数量巨大的详细批注。因此，将哥德尔的思想与现象学联系起来自然也是富有吸引力的研究方向。但是，除了以上提到的这篇生前并未发表的论文，哥德尔直接讨论现象学和胡塞尔思想的文字非常有限。我们因此也无从知道哥德尔所理解的胡塞尔现象学思想的整体面貌。就我们非常有限的知识而言，我们认为哥德尔对现象学的推崇是为了解决其柏拉图主义立场的认识论问题。为了解释我们是如何认识抽象对象的，哥德尔需要一种不同于康德的经验直观的认识能力，他有时称之为理性直观。但是，我们并不清楚这种理性直观是否就是胡塞尔的本质之观。由于现象学本身在胡塞尔之后也发展为一场浩大而又纷繁复杂的哲学运动，所以解决以上问题似乎并非易事。我们当然欢迎这个方向上的任何真正进展，但也要明白，现象学因素并不构成哥德尔哲学的主体部分。要从整体上把握哥德尔的思想，我们需要全新的对哲学的理解。

^① 本书引用哥德尔著作所标明的都是《哥德尔文集》中的页码。

哥德尔对自身哲学的这种处境有着非常清醒的认识。我们甚至可以猜测这是他晚年极少发表哲学著作的原因之一。王浩曾慨叹说：“假使他生活在一个合拍一点的哲学共同体里，他发表的哲学著作大概会多一点。”^①他把流行的哲学称为“时代精神”，认为自文艺复兴以来时代精神一直是在“左转”，即越来越偏向实用主义、物理主义、经验论。而他自己思想的领域则有强烈的“右倾”倾向，更偏向理想主义、实在论和柏拉图主义。并且这种偏向是由数学、数学基础和数学哲学的“本性”所决定的。^②

为了进一步理解哥德尔对自身哲学处境的这种感受，让我们进入到数学哲学这一具体的领域，这是哥德尔的哲学和思想集中展现的地方。根据哥德尔的看法，如果哲学中有一个部门能成为柏拉图主义的最后容身之所，那它一定是数学哲学。然而，在20世纪初，由于集合论悖论的出现，引起了在数学基础领域的急剧“左转”。怀疑主义和经验论者认为数学中出现了自相矛盾，唯一的解决之道就是禁止数学中的无穷概念，或者把数学视为语言的纯粹句法。而在哥德尔看来，这个悖论不属于数学，而是处于数学和哲学的边缘，并且借助策梅洛的集合论公理化系统，这个悖论已经被彻底解决了。所以那些借助悖论问题而反对集合论、反对实无穷的

^① 参见文献[61]。王浩在那里还说，哥德尔曾经拒绝同他料定怀有敌意的人说话。

^② 参见哥德尔《从哲学角度看数学基础的现代发展》，文献[16]，375-377页。

立场是屈服于时代精神的结果，而不是从事情本身得出的结论。

但是，这样的论据似乎对反抗时代精神毫无用处，怀疑主义和经验论仍然占了上风。在经历了 20 世纪前 30 年的激烈争论之后，希尔伯特的形式主义被哥德尔的不完全性定理击倒，布劳威尔的直觉主义因为拒斥大部分的经典数学而始终未能被广泛接受，弗雷格的逻辑主义也因罗素悖论的出现而被宣告失败。如果说形式主义的失败是无可争议的，那么逻辑主义的失败则非常可疑。如哥德尔所说，这个悖论后来以令人满意的方式解决了，而且对每个理解集合论的人来说，这是显而易见的。那为何传统上依然会认为是悖论打败了逻辑主义呢？这是一个值得思考的问题。我们打算在这里展开对这个问题的探讨，^①而只是想指出，弗雷格的逻辑主义是一种柏拉图主义，逻辑对于弗雷格来说是研究客观实在的科学，借用罗素的话说，逻辑正如动物学一样是真正在谈论世界。这当然与《逻辑哲学论》中的观点截然相反，而与哥德尔的立场完全一致。而后来占了上风的观点，有时也被称为逻辑主义，认为数学，更不用说逻辑，不过是语言的句法，与弗雷格的逻辑主义又是完全不同了。这就难怪即使在数学哲学领域，一个当代的职业哲学家也不能理解哥德尔为何对已经在流行哲学中“过时”的柏拉图主义抱有如此坚

^① 有兴趣的读者可以参考郝兆宽《逻辑是什么以及逻辑应当是什么》，文献 [65]。

定的信念。

但是，正如我们已经提到的，时代精神的胜利是有代价的，它使得数学哲学完全脱离了数学家的实践，成了一门与数学的任何进展无关的孤芳自赏的学科。虽然在 20 世纪 90 年代数学哲学又进入了一个相对活跃的时期，但是上个世纪前 30 年那种哲学家和数学家同时抱着极大的热情在一起讨论和研究的景象却没有再现。数学哲学似乎已经与数学无关了。对此，哈佛大学的考尔纳教授在其与武丁合著的《集合论基础》中评论道：

在物理学哲学中，有两类工作。首先，有些工作的进展是独立于当代物理学发展的。其次，有些工作是与当代物理学的进展紧密相连的。在数学哲学中，我们同样可以作出类似的区分。但是绝大多数当代工作完全独立于当代数学的进展。虽然此方面也有不少出色成果，但我们认为追求数学哲学的多样性，更加密切联系目前的数学成果，一定会有更大收获。不仅在评价已有结果的哲学意义上会有巨大收获，并且通过数学哲学和数学的当代进展之间的相互作用，也会有更大的收获。([27]，第 6 页)

而另一方面，对哲学日益脱离科学实践的这种自我孤立，那些期待从哲学中能获得一些有益灵感的科学家也表达了失