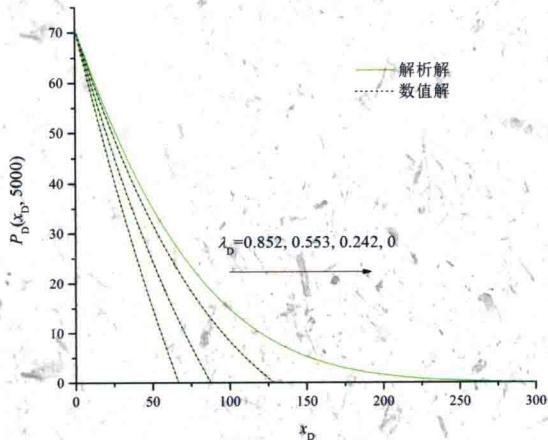
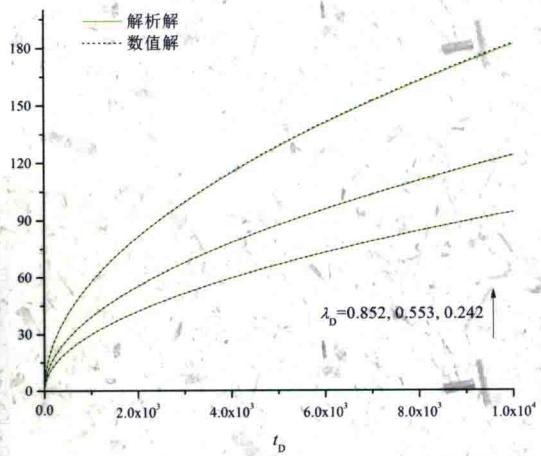


低渗透多孔介质渗流的 动边界理论

刘文超 著



科学出版社

低渗透多孔介质渗流的 动边界理论

刘文超 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书为作者近年来一直所从事的流体力学分支——渗流力学领域做出的一些理论研究成果。本书主要创新内容为采用非线性偏微分方程的求解方法，从根本上解决了低渗透油气藏中带启动压力梯度的非达西、非稳态多孔介质渗流动边界模型基本精确解析解的科学问题。还提出了一种可经所求精确解析解严格验证的该类动边界模型的稳定数值求解方法，由此分析了连续性方程中非线性项对动边界模型计算结果的影响，并将低渗透多孔介质渗流动边界理论及研究方法应用于低渗透煤层气藏的渗流模型研究中。本书给出了一些新的渗流力学理论和新观点，丰富了经典渗流力学理论。

本书可供石油与天然气工程、流体力学、应用数学等专业领域的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP) 数据

低渗透多孔介质渗流的动边界理论 / 刘文超著. —北京: 科学出版社, 2018. 4

ISBN 978-7-03-057082-6

I. ①低… II. ①刘… III. ①多孔介质-低渗透油气藏-油气藏渗流力学-边界层理论 IV. ①TE312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 060875 号

责任编辑：张井飞 / 责任校对：张小霞

责任印制：张伟 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 4 月第 一 版 开本：720×1000 B5

2018 年 4 月第一次印刷 印张：12 3/4

字数：254 000

定价：118.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

中国具有丰富的低渗透油气藏资源，在长庆油田、江苏油田、胜利油田等地都有分布。截至 2008 年年底^[1]，全国累计探明的低渗透石油地质储量为 $141 \times 10^8 \text{t}$ ，低渗透（致密）天然气储量为 $4.1 \times 10^{12} \text{m}^3$ ，可采天然气储量为 $2.37 \times 10^{12} \text{m}^3$ ，分别占全国油气储量的 49.2% 和 63.6%；在最新探明的地质储量中，低渗透油气储量达到 70%。随着勘探程度的提高和对油气资源需求的不断增长，无论从剩余油气资源还是未来开发趋势分析，低渗透油气藏将是中国未来油气勘探开发的主要对象，也是中国未来油气工业发展的主流和必然趋势。

低渗透储层属于致密多孔介质，孔隙狭小、表面积大，岩石与流体间界面作用强烈，微尺度效应影响严重^[2]；表面活性物质会吸附在岩石内表面形成边界层，阻碍流体流动；此外，低渗透储层的喉道半径一般差异较大，非均质性强。这些因素导致低渗透储层中流体渗流规律不再遵循经典达西定律，而表现出较强的非线性渗流和存在启动压力梯度的特点。低渗透储层中渗流发生时，地层压力梯度大于启动压力梯度的区域为压力降波及区域，而地层压力梯度小于启动压力梯度的区域则为压力升波及区域；渗流过程是不稳定的，低渗透储层中的压力梯度也在不断发生变化，导致这两个区域间的边界也在空间中随时间移动。数学建模时表征该移动边界的数学表达式称为动边界条件，低渗透致密多孔介质中的非达西渗流实际上是一个非线性的动边界问题。

尽管国内外对于该类动边界问题的研究已有了大量成果，然而对于带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界模型的精确解析理论、存在性证明及动边界的移动规律方面却鲜有研究。精确解析解的研究是非常必要的，因为它可以用来严格验证近似解析解和数值解的正确性，以及带启动压力梯度的多孔介质渗流孔隙尺度网络建模的有效性，是未来开展考虑启动压力梯度的动边界模型数值模拟研究最基本的理论基础。本书开创性地介绍了考虑启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解析方法，为本书亮点之一。在精确解析解理论的基础上，本书还系统地介绍了低渗透多孔介质渗流动边界模型的数值计算方法、质量守恒方程中非线性二次压力梯度项的影响分析，还将低渗透多孔介质渗流动边界模型及研究方法应用于低渗透煤层气藏的渗流模型研究中。

本书所研究的低渗透多孔介质渗流动边界理论对低渗透、特低渗透油藏开发过程所涉及的多孔介质渗流基础理论进行了进一步的完善和提升，有助于客观地认识低渗透、特低渗透油气藏非线性渗流特征对油田提高采收率的影响，以制定

更为合理的油气藏开发方案，为低渗透、特低渗透油气藏有效开发的试井解释与油藏数值模拟技术提供了一些研究方法与理论基础。

在本书完成之际，非常感谢笔者的博士生导师中国石油大学（华东）姚军教授、在加拿大卡尔加里大学进行国家公派联合培养期间的指导老师 Zhangxin (John) Chen 教授和博士后合作导师中国科学院力学研究所刘曰武研究员；正是由于他们在学术上的悉心指导和科研指引，本书才能最终得以顺利完成。

最后，感谢国家自然科学基金（51404232）、中国博士后基金（2014M561074）、国家留学基金管理委员会（China Scholarship Council）和中央高校基本科研业务专项基金项目（FRF-TP-17-023A1）的资助。

由于笔者水平有限，书中难免有表达不当之处，敬请读者给予批评指正。

刘文超

2018年1月2日

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 课题来源及其研究意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.3 研究内容及关键技术	8
1.4 研究方法及技术路线	8
1.5 结构安排	9
第2章 低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解析解	11
2.1 内边界定流速下低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解析解	11
2.2 内边界变生产压力下低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解 析解	20
2.3 本章小结	24
第3章 低渗透多孔介质非线性渗流双动边界模型的精确解析解	25
3.1 内边界定流速下低渗透多孔介质非线性渗流双动边界模型的精确解 析解	25
3.2 内边界变生产压力下低渗透多孔介质非线性渗流双动边界模型的精 确解析解	39
3.3 本章小结	45
第4章 低渗透多孔介质渗流动边界模型的数值计算方法	47
4.1 内边界定流速情况下低渗透多孔介质渗流动边界模型的数值计算 方法	47
4.2 内边界变生产压力下低渗透多孔介质渗流动边界模型的数值计算 方法	58
4.3 本章小结	65
第5章 二次压力梯度项对低渗透多孔介质渗流动边界模型的影响	66
5.1 内边界定流速下低渗透多孔介质渗流动边界模型二次压力梯度 项的影响分析	66
5.2 内边界定压力下低渗透多孔介质渗流动边界模型二次压力梯度项影响 分析	87
5.3 低渗透多孔介质径向渗流动边界模型二次压力梯度项影响分析	100

5.4 本章小结	112
第6章 考虑动边界的低渗透煤层气藏渗流模型	114
6.1 煤层气排采早期阶段的单相水渗流模型研究	114
6.2 煤层气排采中期阶段的气、水两相渗流模型研究	129
6.3 煤层气排采末期阶段的单相气渗流模型研究	151
6.4 本章小结	163
参考文献	165
附录 A	169
附录 B	171
附录 C	173
附录 D	174
附录 E	176
附录 F	178
附录 G	180
附录 H	190

第1章 绪 论

1.1 课题来源及其研究意义

经典达西定律一直被广泛应用于渗流力学及相关的数值模拟计算^[2]，然而生产实践中越来越多的实验监测资料证实，低渗透致密介质中的流体渗流并不遵循达西定律，渗流速度与压力梯度（水力坡降）不再为线性关系。例如，致密油气藏（页岩油气、低渗透油气藏）中的油气渗流、地下水开采造成地面沉降的弱透水层中的孔隙渗流及致密黏性土壤固结过程中的非线性渗流都属于典型的非达西渗流问题^[2]。致密多孔介质非线性渗流模型研究可以帮助我们发现一些本质的客观规律，将其加入工程技术，如油藏工程、地面沉降数值模拟等，对我国能源的有效开发、建筑工程的安全建设及农业工程的科学规划具有重要的指导意义和应用价值。

根据达西定律，水平流动的渗流速度与压力梯度关系为线性（图 1-1，虚线），其表达式为

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (1-1)$$

式中， k 为多孔介质渗透率； μ 为流体黏度； v 为渗流速度； p 为压力； x 为流动方向的距离。

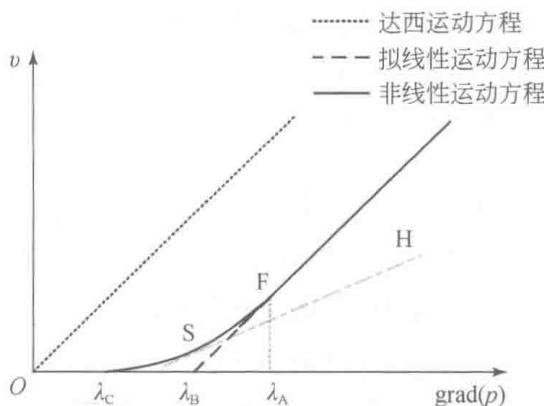


图 1-1 三类不同运动方程示意图

1999 年，Prada 和 Civan^[3]在不同的低渗透多孔介质岩石中进行了渗流实验

研究。他们发现渗流速度与压力梯度实验数据的线性拟合曲线偏离了原点（图 1-1，短划线），其修正了达西运动方程，即拟线性运动方程，如下：

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} - \lambda \right), \quad \frac{dp}{dx} > \lambda \quad (1-2a)$$

$$v = 0, \quad 0 \leq \frac{dp}{dx} \leq \lambda \quad (1-2b)$$

式中， λ 为启动压力梯度。式 (1-2) 为目前低渗透多孔介质渗流模型较为常用的运动方程。

1997 年，通过大量实验，黄延章^[4]还提出了更能精确地描述低渗透多孔介质渗流特征的非线性运动方程，其包括三个部分（图 1-1，实线）：

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} - \lambda_B \right), \quad \frac{dp}{dx} > \lambda_A \quad (1-3a)$$

$$v = -C \frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} - \lambda_C \right)^n, \quad \lambda_C < \frac{dp}{dx} \leq \lambda_A \quad (1-3b)$$

$$v = 0, \quad 0 \leq \frac{dp}{dx} \leq \lambda_C \quad (1-3c)$$

式中， C 为待定参数； n 为流动特征指数（幂律指数）； λ_A 为临界压力梯度； λ_B 为拟启动压力梯度； λ_C 为启动压力梯度。与式 (1-2) 相比，式 (1-3) 增加了式 (1-3b) 来描述较低压力梯度下的非线性渗流特征。

2012 年，刘文超等^[5]从低渗透多孔介质渗透率的渐变理论出发，对式 (1-3) 的非线性运动方程进行了公式化，如下：

$$v \left(\frac{dp}{dr} \right) = \begin{cases} 0 & \left| \frac{dp}{dr} \right| \leq \lambda_C \\ - \left(\frac{dp}{dr} / \left| \frac{dp}{dr} \right| \right) \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \frac{(\lambda_A - \lambda_B)}{(\lambda_A - \lambda_C)^n} \left(\left| \frac{dp}{dr} \right| - \lambda_C \right)^n & \lambda_C < \left| \frac{dp}{dr} \right| \leq \lambda_A \\ - \left(\frac{dp}{dr} / \left| \frac{dp}{dr} \right| \right) \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \left(\left| \frac{dp}{dr} \right| - \lambda_B \right) & \left| \frac{dp}{dr} \right| > \lambda_A \end{cases} \quad (1-4)$$

式中， $n = (\lambda_A - \lambda_C) / (\lambda_A - \lambda_B)$ ， $n > 1$ 。

公式化的非线性运动方程可以保证非线性渗流速度关于压力梯度一阶导数的连续性；更能适合于低渗透油藏渗流的建模与工程计算。

黄延章、Lei Qun、Xiong Wei、Yue Xiangan、Cheng Linsong 等^[6-8]通过渗流实验，对致密多孔介质中渗流偏离达西定律的成因进行了研究，非达西渗流现象的成因可概括为：①致密多孔介质孔隙狭小、表面积大，岩石与流体间界面作用强烈，微尺度效应影响严重；②表面活性物质会吸附在岩石内表面形成边界层，阻碍流体流动；③致密多孔介质喉道半径一般差异较大，非均质性强，驱动压力

梯度较小时，流体仅沿大喉道的中央部位流动；④随着驱动压力梯度的增加，边界层厚度逐渐变薄，更多的小孔道及大孔道中边部有更多的流体参与流动中，使得岩石有效渗透率逐渐增加，直到最大值即岩石绝对渗透率。由此造成致密多孔介质中的流体渗流规律并不遵循传统的线性达西定律，会表现出较强的非线性渗流特征和启动压力梯度特点。

本书将基于低渗透多孔介质渗流的拟线性运动方程和非线性运动方程，研究更加符合低渗透油藏渗流规律的非线性渗流动边界模型与数值模拟方法，有助于客观地认识低渗透油藏非线性渗流特征对油田提高采收率的影响，以制定更为合理的油藏开发方案，为低渗透油藏的有效开发提供理论基础和技术指导。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 低渗透多孔介质（非线性）渗流动边界模型研究现状

带启动压力梯度的低渗透多孔介质中的流体渗流运动方程（拟线性运动方程和非线性运动方程）具有间断性特点，难以通过连续性函数来有效近似。地层渗流发生时，地层压力梯度大于启动压力梯度的区域为压力降波及区域；而地层压力梯度小于启动压力梯度的区域为压力降未波及区域，该区域的地层压力仍保持为原始地层压力；这两部分区域间的边界上，地层压力梯度等于启动压力梯度；油藏中的渗流过程是不稳定的，低渗透地层中的压力梯度也在不断发生变化，导致这两部分区域间的边界也在空间中随时间移动。数学建模时表征该移动边界的数学表达式称为动边界条件，即带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流中实际上是一个动边界问题^[2]。

目前，国内外关于带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界问题已有了大量的研究成果。1981年，Pascal^[9]首先对带启动压力梯度的一维多孔介质不稳定渗流动边界模型进行了研究，并采用近似解析法和数值方法对模型进行求解，进而分析了流动系统内启动压力梯度对压力和流量分布的影响。1993年，Wu等^[10]对多孔介质中 Bingham 流体径向不稳定渗流的动边界模型进行了理论研究；利用流量连续和质量守恒定律，通过积分方法求得了平均积分意义下控制偏微分方程的近似解析解；并建立了有效的油藏试井解释方法。1997年，Papanastasiou 和 Bou douvis^[11]通过引入连续的黏塑性方程，以避免追踪表面材料屈服表面，进而分析了屈服材料的流动问题；并利用 Galerkin 有限元方法和全局牛顿迭代法进行了计算。1997年，李凡华和刘慈群^[12]采用在固定网格直接进行空间离散的方法对带启动压力梯度的低渗透多孔介质径向渗流动边界模型进行了数值求解。1998年，Jafri 和 Vradis^[13]利用边界层控制方程的数值解，分析了屈服应力与幂律指数对层

流射流的水动力学和热力学特征演化的影响，进而研究了稳态、不可压缩、非等温非牛顿 Herschel-Bulkley 流体的淹没射流问题。1999 年，宋付权等^[14]研究了带启动压力梯度的一维多孔介质渗流特征，通过有限差分法求得了生产和关井两种机制下动边界模型的数值解。2002 年，程时清等^[15]研究了低渗透油藏低速非达西径向流的动边界问题，并给出了高精度的近似解析解，进而分析了启动压力梯度对压力分布的影响。

2004 年，Chen 等^[16]引入动边界以表征随压力水平升高而引起敏感性土壤固结特征的显著变化；并通过采用解析解的经验参数表达式，求得了模型的解析解。2005 年，胡其华^[17]通过引入经典 Stefan 动边界条件，建立了带启动压力梯度的含经典 Stefan 动边界条件的非达西致密介质不稳定渗流模型，并通过动边界模拟追踪法-流体体积（volume of fluids）进行数值求解。2005 年、2006 年，曾清红和卢德唐^[18]、郭永存等^[19]采用无网格有限元方法对具有动边界的低渗透油藏渗流问题进行了模拟计算，并使用 Gringarten-Bourder 图版进行井底压力分析，给出了一种计算动边界位置的方法。2008 年，Feng 等^[20]通过数值近似的 Green 函数方法，研究了带启动压力梯度的低渗透气藏中的不稳定径向渗流模型；研究结果表明动边界可以表征单井的控制半径；通过采用四川气田的实际数据进行相应计算，结果显示考虑动边界条件的数学模型能精确反映低渗透气藏中的渗流力学与生产动态特征。2008 年，Yin 和 Pu^[21]对带启动压力梯度的低渗透油田表面活性剂驱数值模拟进行了研究；并通过大庆油田的 Chao₄₅区块的表面活性剂驱先导试验验证了理论模型与油田实际的高拟合精度。2008 年，Yun 等^[22]提出了多孔介质中非牛顿 Bingham 流体流动过程中关于启动压力梯度的分形模型，通过分析表明了启动压力梯度的有效解析公式可以通过多孔介质的分形维数、非牛顿流体的屈服应力、多孔介质结构参数等表达出来。

2010 年，Xie 等^[23]求得了带启动压力梯度的一维黏质土壤固结动边界模型的通用近似解析解，并分析了启动压力梯度对土壤固结特征的影响。2011 年、2012 年，王晓冬等^[24,25]研究了动边界条件对带启动压力梯度的低渗透油藏中的瞬时径向渗流的影响，表明了工程应用中由于启动压力梯度存在而考虑动边界影响的必要性，并通过拟合大庆油田和中国东部的低渗透油田生产数据，验证了考虑动边界条件的试井解释模型的有效性。2011 年，Zhu 等^[26]通过实验研究了带启动压力梯度的致密含水气藏中的渗流，并对低速气体渗流下的数学模型进行了分析，计算结果表明井筒周边的油藏较难动用，由于启动压力梯度的存在，油藏的能量主要消耗在井筒附近，这与经典达西渗流情况不同。2008 年，Zhu 等^[27]提出了带启动压力梯度的改进低渗透油藏数值模拟历史拟合精度的方法，并通过对新疆油田 X₁₀ 和 X₁₁ 单元实际生产数据的历史拟合，证明了该方法可显著提高油藏数值模拟的历史拟合精度。

2011年,计秉玉和何应付^[28]运用稳态逐次逼近非稳态解的方法,研究了定流量和定流压条件下存在启动压力梯度的非达西渗流动边界数学模型。近年来,Chen、Sochi等^[29,30]致力于孔隙尺度网络建模来研究带启动压力梯度或屈服应力的多孔介质渗流和驱替问题,并开发了相关的屈服应力模拟模型和高效数值算法。2013年,宋洪庆等^[31]基于渗流理论中质量守恒方程和动量守恒方程,建立了考虑煤层气解吸效应和低速非达西渗流特征的稳态渗流数学模型,并求得了煤层气低速非达西径向渗流压力分布的解析解和产能方程。2016年,Li等^[32]采用控制体积数值方法研究了基于非线性运动方程的低渗透油藏单相渗流模型,分析了启动压力梯度、拟启动压力梯度及流动特征指数对井底压力瞬时变化的影响。

由以上所述的关于带启动压力梯度或屈服应力的多孔介质渗流模型富有成果的理论和数值研究可以看出^[2],近似解析解、数值解、启动压力梯度的分形建模及孔隙尺度网络建模是主要的研究方法和工具;然而,鉴于动边界问题的强非线性,带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界模型的精确解析解、解的存在性证明及动边界的移动规律却鲜有研究。对于该类问题精确解的研究是必要的,因为它可以用来严格验证现有的一些近似解析解和数值解的正确性,以及验证带启动压力梯度的多孔介质渗流孔隙尺度网络建模的有效性。

1.2.2 多孔介质渗流模型二次压力梯度项影响研究现状

带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界模型计算出的地层压力分布与达西渗流模型计算出的地层压力分布不同,如图1-2所示;其地层压力梯度更陡峭,地层压力随距离的增加而降低,直到在某距离处达到零值,即动边界的位置,地层压力分布曲线表现出紧支性特点。然而,对于达西渗流问题,按照其精确解析解公式,地层压力降可在瞬间传至无穷远,地层压力曲线平滑得多。因此,可以归结为带启动压力梯度的多孔介质渗流过程中地层压力梯度相对更高^[2];从物理意

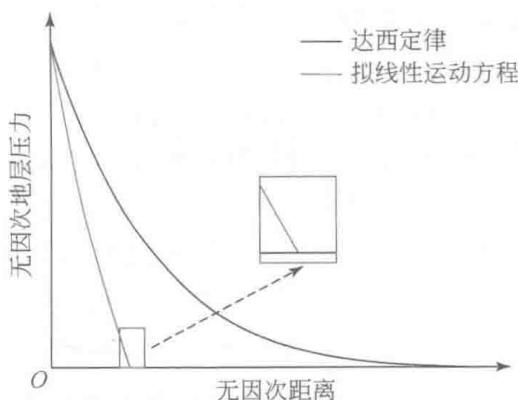


图1-2 达西定律和拟线性运动方程下所计算的无因次地层压力分布曲线对比

义上，可解释为启动压力梯度的存在使得地层压力降传播缓慢，造成在距离井筒附近相对较小的压力波动区域内产生相对较大的压力梯度。

多孔介质渗流建模过程中，非线性来源于地层压力的岩石孔隙度和流体密度函数，这些函数一般表示为指数函数的形式^[33]。在将状态方程和运动方程代入质量守恒方程以推导控制方程时，总是含有非线性的二次压力梯度项，该项系数正比于流体压缩系数。一般情况下，在控制方程计算时，通常假定流体压缩系数较小或地层压力梯度较小而忽略非线性二次压力梯度项的影响。在非常规油田开发的实际工程应用中，线性化造成的误差可能是可接受的；然而，人们已经认识到在大时间值情况下^[2]，忽略非线性二次压力梯度项的线性化并不可行；而且小地层压力梯度的假设条件也可能在预测地层压力时产生较大的误差，尤其对于某些特殊情况，如水力压裂、高速注入井或生产井、试井、大压力脉冲测试、井筒表皮效应等会在地层中产生较高的地层压力梯度。

1988 年，基于达西运动方程的多孔介质渗流传统模型，Odeh 和 Badu^[34]建立了考虑二次压力梯度项的非线性偏微分方程组，以描述多孔介质中微可压缩流体的流动；并通过 Laplace 变换给出模型的精确解析解；通过与线性化后方程解进行对比，指出了在注入或抽取条件下非线性解的压力变化有显著不同。1989 年，Finjord 和 Aadnoy^[35]求得了考虑二次压力梯度项影响的定扩散与压缩系数油藏单相径向流方程固定流量时的解析解。1991 年，Wang 和 Dusseault^[36]考虑了二次压力梯度项的影响，求得了变形多孔介质耦合孔隙压力的解析解；认识到高地层压力梯度下现存解的偏离，偏离大小与孔隙和注入流体的压缩性有关。1993 年，Chakrabarty 等^[37,38]通过 Laplace 变换给出了径向流系统非线性扩散方程的无因次地层压力解析解，总结出忽略二次压力梯度项的线性化可能导致在某些特殊情况下（如低传导系数渗流系统中流体的高速注入）产生严重误差；表明了允许二次压力梯度项可忽略的标准条件是不正确的。1998 年，Braeuning 等^[39]研究了二次压力梯度项对变流量试井的影响，表明了线性化所造成的误差依赖于井筒污染、表皮和非线性流动系数的大小。2004 年，Cao 等^[40]通过 Weber 变换和 Hankel 变换求得了考虑二次压力梯度项影响的定生产流量和定生产压力下无限大和有限大油藏非线性渗流模型的精确解析解；研究结果表明大时间试井情况下应考虑二次压力梯度项的影响。2009 年，Marshall^[33]考虑了二次压力梯度项和指数式依赖于压力的水力扩散系数的影响，通过线性化的 Cole-Hopf 变换和 Laplace 变换，研究了多孔介质中可压缩流体压力扩散模型的解。2012 年，Li 等^[41]同时考虑了二次压力梯度项和井筒储层的影响，建立了分形多层油藏渗流的数学模型，并通过 Laplace 变换求得了模型的解析解，表明了解析解具有相似特征。2013 年，Dewei 等^[42]通过 Laplace 变换求得了考虑二次压力梯度项的瞬时渗流数学模型的解析解，表明了在考虑井筒表皮影响的综合非稳态渗流模型的研究中，二次

压力梯度项的影响不能忽略。1994年，Bai等^[43]在裂缝空间中考虑了二次压力梯度项的影响，建立了非线性的双重孔隙模型，并利用Hankel变换求得了模型的解析解；他们的分析表明该模型适用于模拟具有高注入或生产速度，或高裂缝压缩系数的天然裂缝性油藏。2005年，Tong等^[44]通过Hankel变换和Weber变换，给出了考虑二次压力梯度项的非线性双重孔隙模型的精确解析解；结果分析表明油藏工程中的大时间试井应考虑二次压力梯度项的影响。2009年，Nie等^[45]提出了带有二次压力梯度项的双重孔隙油藏非线性渗流模型，并通过变量变换的线性化求得了模型的解；结果分析表明二次压力梯度项的影响非常明显，特别对于非常规油藏。2012年，Yao等^[46]考虑了二次压力梯度的影响，建立了双重孔隙分形油藏瞬时渗流的数学模型，并通过Laplace变换进行求解；研究表明双重孔隙分形油藏渗流模型忽略二次压力梯度项的相对误差可达到10%。2009年，Nie等^[47]考虑二次压力梯度项的影响，建立了考虑井筒储集与表皮效应的缝洞型三重孔隙油藏非稳态流动的非线性试井模型，并通过Laplace变换求得了模型的解析解；通过数值测试和试井解释实例表明线性模型和非线性模型的特征曲线差别明显，非线性模型试井解释的参数值比线性模型试井解释的参数值更加精确。

基于修正的达西定律，带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界问题被广泛应用于低渗透油藏和稠油油藏的工程应用中；在模型控制方程中二次压力梯度项的影响并未考虑。然而，由于带启动压力梯度的多孔介质渗流会产生相对较高的地层压力梯度，非线性二次压力梯度项可能会对关于时间和空间的压力分布产生重要影响。而且，随着现代高级分析方法和压力测试机器精度的提高^[2]，定量地弄清二次压力梯度项对这些动边界问题的影响非常有必要。考虑二次压力梯度项的低渗透多孔介质渗流动边界模型具有很强的非线性，其精确解析解难以求出，因而需要通过引入有效的数值计算方法来分析二次压力梯度项对低渗透多孔介质渗流动边界模型的影响。

1.2.3 以往研究所存在的问题

以往低渗透多孔介质渗流动边界模型的解析求解与计算、动边界移动规律认识、非线性二次压力梯度项对数值模拟结果的定量分析等方面还需进一步提高和完善。存在的主要问题可总结如下^[2]。

(1) 带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流动边界模型是强非线性的，其精确解析解仍未通过有效的变换方法求得；而且动边界的移动规律也不明确。然而，模型的精确解析解及其动边界移动规律研究是低渗透油气藏数值模拟结果正确性验证及提高低渗透油气藏数值模拟技术准确性的理论基础和前提。

(2) 对于达西渗流模型，质量守恒方程中的非线性二次压力梯度项在大多数情况下可以忽略。然而，带启动压力梯度的多孔介质渗流会产生相对较高的地

层压力梯度，非线性二次压力梯度项可能会对关于时间和空间的压力分布产生重要影响。因此，需要建立有效的数值计算方法来定量分析忽略二次压力梯度项对带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界模型计算结果的影响。

1.3 研究内容及关键技术

1.3.1 研究内容

本书介绍的主要研究内容包括：带启动压力梯度的一维半无限长多孔介质渗流动边界数学模型的精确解析求解与动边界移动规律公式推导（低渗透多孔介质渗流基础理论的进一步完善）、带启动压力梯度的多孔介质渗流动边界数学模型的有效数值方法与数值分析二次压力梯度项对动边界模型的影响（多孔介质渗流动边界模型数值分析），以及考虑动边界的低渗透煤层渗流模型建立、数值求解与参数的敏感性分析（低渗透多孔介质渗流动边界模型理论及计算方法的应用）。

1.3.2 关键技术

引入传热学中求解 Stefan 动边界问题的解析与数值计算方法来研究低渗透多孔介质渗流的动边界模型^[48]，这些方法主要包括相似变量变换解析方法和基于空间坐标变换的全隐式有限差分方法。

1.4 研究方法及技术路线

本书的研究方法主要应用传热学 Stefan 动边界模型的求解方法。传热学 Stefan 动边界模型求解方法^[48]有相似变量变换方法（精确解析法）和基于空间坐标变换的全隐式有限差分方法^[49]（数值计算）。本书研究的技术路线如下：

将传热学中 Stefan 动边界问题处理方法应用于低渗透多孔介质渗流动边界模型的解析与计算。相似变量变换方法将多孔介质渗流的非线性动边界数学模型转化为线性的常微分方程组，以求得精确解析解；空间坐标变换法先将动边界数学模型转化为强非线性的定边界数学模型，以解决动边界条件产生的网格剖分问题，进而采用有限差分方法进行数值求解，利用解析解验证正确性；该数值方法也用来分析控制方程忽略二次压力梯度项对带启动压力梯度低渗透多孔介质渗流动边界模型的影响，以及计算求解考虑动边界的低渗透煤层非线性渗流模型。

1.5 结构安排

按照上述的研究内容和方法，本书共分为6章，总体结构如下。

第1章，绪论。阐明了课题来源及研究意义，分别从低渗透多孔介质（非线性）渗流动边界问题和二次压力梯度项对多孔介质渗流模型的影响两个方面总结和分析国内外的研究现状及所存在的主要问题，同时给出了本节的研究内容、关键技术、技术路线等。

第2章，低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解析解。建立了带启动压力梯度的一维半无限长低渗透多孔介质渗流的动边界数学模型，推导了动边界的移动速度表达式；通过引入传热学中的相似变量变换方法，将强非线性的动边界偏微分方程组转化为具有定边界条件的线性常微分方程组，由此分别求得了内边界定产量和内边界变生产压力情况下带启动压力梯度的一维半无限长低渗透多孔介质渗流动边界模型的精确解析解。

第3章，低渗透多孔介质非线性渗流双动边界模型的精确解析解。将第2章中的精确解析方法推广至基于非线性运动方程的一维半无限长低渗透多孔介质渗流的双动边界模型，求得了两类边界条件下模型的精确解析解；由此分析了低渗透多孔介质非线性渗流三个无因次特征参数包括无因次临界压力梯度、无因次拟启动压力梯度和无因次启动压力梯度对无因次地层压力与无因次地层压力梯度分布曲线的影响。

第4章，低渗透多孔介质渗流动边界模型的数值计算方法。本章建立了带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流动边界模型数值计算方法。基于空间坐标变换方法，首先将带启动压力梯度的一维半无限长低渗透多孔介质渗流的动边界数学模型转化为定边界的强非线性偏微分方程组，然后采用全隐式有限差分方法^[49]进行数值求解，由此求得了内边界定产量与内边界变生产压力情况下动边界模型的数值解；采用 Prada 和 Civan 实测实验数据计算无因次启动压力梯度值，并通过第2章所求出的精确解析解验证该数值方法的正确性和有效性。该数值求解方法可推广应用至带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流更为复杂的物理情形。

第5章，二次压力梯度项对低渗透多孔介质渗流动边界模型的影响。采用第4章建立的数值方法分析了二次压力梯度项对带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流动边界模型的影响。带启动压力梯度的低渗透多孔介质渗流会产生相对较高的地层压力梯度，模型控制方程中忽略二次压力梯度的非线性项可能会对关于时间和空间的压力数值计算结果产生重要影响；利用基于空间坐标变换的全隐式有限差分方法，分别对内边界定产量及内边界定压力情况下带启动压力梯度的一维

半无限长低渗透多孔介质渗流和低渗透多孔介质径向渗流动边界数学模型的二次压力梯度项的影响进行了数值研究。

第6章，考虑动边界的低渗透煤层气藏渗流模型。所建立的煤层气不同排采阶段下的低渗透煤层渗流模型包括：煤层气排采早期阶段单相水渗流的动边界模型，排采中期阶段气、水两相渗流的动边界模型，以及排采末期阶段的单相气渗流模型。模型还综合考虑了煤层气排采过程中煤层压降区域内吸附气的解吸作用，煤层渗透率的变化，低渗煤层中渗流存在启动压力梯度，气、水两相流，井筒储集，表皮效应等影响因素；为了进一步提高模型精度，各阶段煤层渗流模型都保留了二次压力梯度项。