清華汇智文库
QINGHUA HUIZHI WENKU

农业保险中的精算模型研究

肖宇谷⊙著

清華大學出版社

清華
汇智文库
QINGHUA
HUIZHI WENKU

农业保险中的精算模型研究

清華大学出版社
北京

内 容 简 介

我国农业保险发展迅速，开始进入加快创新的新阶段。为了完善农业保险产品设计的理论基础，开发新的保险产品，本书将在理论和方法上对常见的几种农业保险进行研究，其中包括产量保险、收入保险和天气指数保险等。本书的主要对象是对农业保险产品开发和农业风险管理领域感兴趣的相关人员。本书的主要内容包括4个部分：农业保险中的基础定价理论研究，Bootstrap方法和时空分层贝叶斯模型在产量保险定价和产量估计中的应用，农作物收入保险的可行性、需求调查与风险测度，双触发天气指数保险研究。

图书在版编目（CIP）数据

农业保险中的精算模型研究/肖宇谷著. —北京：清华大学出版社，2018
（清华汇智文库）
ISBN 978-7-302-49934-3

Ⅰ. ①农… Ⅱ. ①肖… Ⅲ. ①农业保险－保险精算－计算模型－研究－中国
Ⅳ. ①F842.66

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第064674号

责任编辑：左玉冰
封面设计：汉风唐韵
责任校对：王荣静
责任印制：沈 露

出版发行：清华大学出版社
网 址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地 址：北京清华大学学研大厦A座 **邮 编**：100084
社 总 机：010-62770175 **邮 购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市国英印务有限公司
经 销：全国新华书店
开 本：170mm×230mm **印 张**：10.75 **插 页**：1 **字 数**：110千字
版 次：2018年5月第1版 **印 次**：2018年5月第1次印刷
印 数：1～1500
定 价：59.00元

产品编号：078622-01

前言

Foreword

农业保险是我国农业风险管理体系的重要组成部分，在保障粮食安全和促进现代农业发展方面发挥了日益重大的作用。作为支持农业的重要手段，农业保险得到了国家的高度重视。“十二五”时期农业保险发展迅猛，农业保险条款全面升级，保障水平和赔付标准均快速提升。“十二五”时期，农业保险业务年均增速达 21.2%，农业保险累计为 10.4 亿户次农户提供风险保障 6.5 万亿元，向 1.2 亿户次农户支付赔款 914 亿元。在“十二五”的基础之上，农业保险创新在“十三五”规划中得到进一步加强。2016 年中央“一号文件”和保监会“十三五”规划纲要都明确指出要“完善农业保险制度。把农业保险作为支持农业的重要手段，扩大农业保险覆盖面、增加保险品种、提高风险保障水平。积极开发适应新型农业经营主体需求的保险品种。探索开展重要农产品目标价格保险，以及收入保险、天气指数保险试点”。2017 年中央“一号文件”也指出要“持续推进农业保险扩面、增品、提标，开发满足新型农业经营主体需求的保险产品，采取以奖代补方式支持地方开展特色农产品保险。鼓励地方

多渠道筹集资金，支持扩大农产品价格指数保险试点。探索建立农产品收入保险制度”。因此农业保险创新对于巩固我国农业发展的基础，加快新型农业经营体系构建，大力推进农业现代化，深化农村金融改革有非常重要的实际意义。

尽管农业保险发展迅速，但是总体上我国农业保险还处于粗放经营的状态，其中一些非常重要的基础性问题没有得到完整解决，使得保险企业很难摆脱产品单一而且定价粗糙的局面。为了完善农业保险产品设计的精算基础，开发新的保险产品，本书将在理论和方法上对常见的几种农业保险进行研究。

农业保险中最常见、最基础的保险包括产量保险、巨灾保险、天气指数保险、价格指数保险和收入保险等，它们的基本作用都是给农户提供相应的风险保障，这些保险的产品关系图如图 1 所示。本书将分别给出作者在产量保险、收入保险和天气指数保险等方面的研究成果，这些成果部分已经发表，还有一部分为尚未发表的新成果。

本书的主要内容包括四个部分：第 1 章为农业保险中的基础定价理论研究，介绍了在农业保险基本定价和效用分析中经常用到一些概率知识和理论结果。第 2 章介绍了 Bootstrap 方法和时空分层贝叶斯模型在产量保险定价和产量保计中的应用。第 3 章主要介绍了我国开展农作物收入保险的意义、可行性和一个收入保险需求调查结果，之后借鉴美国的农作物收入保险模式，给出它在我国应用时的定价与风险测度分析。第 4 章介绍了一种双触发天气指数保险合约，该合约采用附加条款的方式，将天气指数保险和区域产

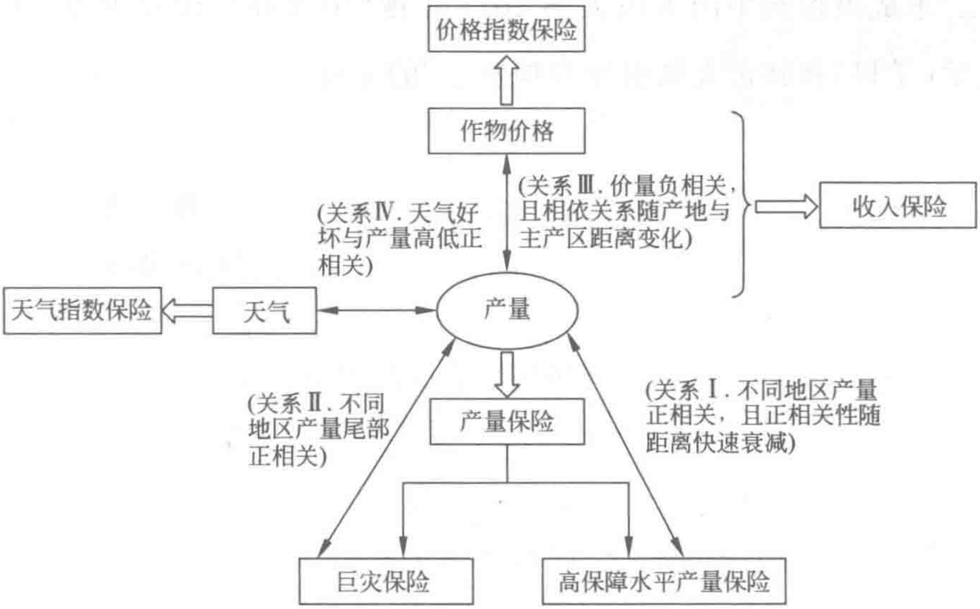

图1　常见的农业保险产品关系

量指数保险相结合，以较小的复杂度大幅提升了单一天气指数保险的性能。

本书特别感谢中国农业科学院农业信息研究所王克副研究员的支持与激励，本书中的很多成果都是与他共同研究完成的。感谢河南中原农业保险公司的王成刚老师和李万峰老师慷慨传授的农险实务知识。感谢王晔老师、何小伟老师、姚经老师、王选鹤老师、蒋妍老师、孙舟同学与笔者共同研究完成本书中的部分成果。笔者感谢孙舟、陈芃、张碧怡、芦迪、傅玉婷这几位学生在天气指数保险讨论班上的分享。

本书的编写得到孟生旺老师的鼓励和支持；吴嫒博、罗来娟、郑宏远、汪轲、曾宇哲、秦宇婷等同学参与了本书初稿的录入与校对工作，并绘制了部分图形。在此谨表衷心感谢！

本成果得到中国人民大学2017年度“中央高校建设世界一流大学（学科）和特色发展引导专项资金”的支持。

作　者

2018年1月

目录

Contents

第1章　农业保险中的基础定价理论研究 …… 1
1.1　费率厘定的基础公式 …… 1
1.1.1　补偿产量和费率的定义 …… 1
1.1.2　补偿产量期望的计算 …… 4
1.2　费率与产量变异系数的单调性研究 …… 6
1.3　正态模型下的均值—方差效用分析 …… 10
1.3.1　模型假设 …… 11
1.3.2　主要理论结果 …… 12
1.3.3　数值分析 …… 17
本章小结 …… 21
第2章　Bootstrap方法和时空分层贝叶斯模型在产量保险定价和产量估计中的应用 …… 22
2.1　Bootstrap方法在产量保险定价中的应用 …… 23
2.1.1　引言 …… 23
2.1.2　基于产量风险分析的保险费率厘定与Bootstrap费率估计 …… 25
2.1.3　Bootstrap费率估计方法的效果模拟分析 …… 27
2.1.4　实证分析 …… 32
2.1.5　结论 …… 35

2.2 带趋势的 Bootstrap 在产量保险定价中的应用 ········· 36
2.2.1 BLCR 的计算步骤 ································· 37
2.2.2 模拟试验 ·· 38
2.2.3 实证分析 ·· 43
2.2.4 小结 ··· 46
2.3 时空分层贝叶斯模型在小麦单产估计中的应用 ······ 47
2.3.1 引言 ··· 47
2.3.2 时空分层贝叶斯模型介绍与模型假设 ········· 49
2.3.3 实证分析 ·· 51
2.3.4 小结 ··· 56
本章小结 ··· 58
第3章 农作物收入保险的可行性、需求调查与风险测度 ······ 60
3.1 开展农作物收入保险的意义和可行性研究 ············ 61
3.1.1 引言 ··· 61
3.1.2 我国推行农作物收入保险的意义 ················ 62
3.1.3 我国推行农作物收入保险的可行性 ············· 65
3.1.4 结论 ··· 69
3.2 农作物收入保险需求调查——以河南省洛阳、焦作、信阳三市为例 ··· 70
3.2.1 文献回顾 ·· 71
3.2.2 变量选择 ·· 72
3.2.3 调查结果和分析 ·································· 75
3.2.4 结论 ··· 79
3.3 农作物收入保险的费率厘定和风险测度 ·············· 80
3.3.1 收入保险模型 ····································· 81

3.3.2 实证分析 …… 85
3.3.3 结论 …… 93
本章小结 …… 94
第 4 章 双触发天气指数保险研究 …… 96
4.1 天气指数保险介绍 …… 97
4.1.1 基于指数的农业保险产品介绍 …… 97
4.1.2 天气指数保险产品常用的赔付函数形式 … 103
4.2 双触发天气指数保险研究 …… 104
4.2.1 引言 …… 104
4.2.2 双触发天气指数保险合约设计的基本思想 … 107
4.2.3 模型与方法 …… 109
4.2.4 Monte Carlo 模拟实验 …… 115
4.2.5 经验分析 …… 123
4.2.6 结论 …… 129
本章小结 …… 130
附录 A.1 Copula 函数简介 …… 132
A.1.1 二元 Copula 函数定义 …… 132
A.1.2 几个常用的二元 Copula 函数 …… 134
A.1.3 相关系数 …… 136
A.1.4 样本相关系数 …… 139
附录 A.2 单期风险度量简介 …… 143
A.2.1 单期风险度量的定义 …… 143
A.2.2 VaR 和 CTE 的模拟数值计算 …… 147
参考文献 …… 149
名词索引 …… 160

第1章 农业保险中的基础定价理论研究

在农业保险的基本定价公式和效用分析中,往往需要用到一些概率知识,尽管这些数学知识相对比较初等,但如果没有针对性的系统整理,要想在短时间内给出清晰的结果仍然不是一件容易的事情。为此,本章将先给出几个常用分布下费率的解析式和有关补偿产量期望的计算关系。然后,将证明对于正态分布、Lognormal 分布和 Gamma 分布,费率与产量变异系数的关系是单调递增的函数关系。最后,将在产量服从正态分布的假设下,使用均值-方差效用函数从理论上说明“提高保额是否能提高农户效用”的问题。

1.1 费率厘定的基础公式

1.1.1 补偿产量和费率的定义

这里先给出投保农户可以获得的补偿产量和费率的定义。

定义 1.1 购买了产量保险的农户在作物收割时所能获得的补偿产量表示为

$$I = \max[\lambda E(Y) - Y, 0], \quad 0 < \lambda \leqslant 1 \tag{1.1}$$

其中,随机变量 Y 为作物单位面积的产量,即单产; λ 为单产的保障水平参数。如果约定的单位价格为 p,则相应的赔付金额为 $M = p \cdot I$。如果将赔付金额的期望与保额[最大的赔付金额,即 $p \cdot \lambda \cdot E(Y)$]之比称为费率,则费率表示为(分子和分母对农作物单价进行了约分处理)

$$P = \frac{E(I)}{\lambda E(Y)} = \frac{E\{\max[\lambda E(Y) - Y, 0]\}}{\lambda E(Y)} \tag{1.2}$$

特别的,当随机变量 Y 服从某些特殊分布时,补偿产量的期望 $E(I)$ 有解析式,本书将其列于表 1.1 以方便查找和应用,这些结果是根据 Klugman 等(2008)附录 A 简单计算后得到的。

表 1.1 补偿产量的期望

作物单位面积的产量分布	单产期望值 $E(Y)$	补偿产量的期望 $E(I)$
Normal $N(\mu,\sigma^2)$ $\sigma>0$	μ	$\sigma\phi\left[\frac{(\lambda-1)\mu}{\sigma}\right]+(\lambda-1)\mu\Phi\left[\frac{(\lambda-1)\mu}{\sigma}\right]$
Lognormal $\mathrm{LN}(\mu,\sigma^2)$ $\sigma>0$	$e^{\mu+\sigma^2/2}$	$e^{\mu+\sigma^2/2}\left[\lambda\Phi\left(\frac{\ln\lambda+\sigma^2/2}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\ln\lambda-\sigma^2/2}{\sigma}\right)\right]$
Gamma $G(y;\alpha,\beta)=$ $\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^y \beta^\alpha s^{\alpha-1}e^{-\beta s}\,ds$ $\alpha>0,\beta>0$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\lambda\alpha}{\beta}G\left(\frac{\lambda\alpha}{\beta};\alpha,\beta\right)-\frac{\alpha}{\beta}G\left(\frac{\lambda\alpha}{\beta};\alpha+1,\beta\right)$
Beta $\beta(y;a,b)=$ $\int_0^y \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}u^{a-1}(1-u)^{b-1}\,du$ $0<y<1,a>0,b>0$	$\frac{a}{a+b}$	$\frac{\lambda a}{a+b}\beta\left(\frac{\lambda a}{a+b};a,b\right)-\frac{a}{a+b}\beta\left(\frac{\lambda a}{a+b};a+1,b\right)$

续表

作物单位面积的产量分布	单产期望值 $E(Y)$	补偿产量的期望 $E(I)$
Mixed normal MN$(p,\mu_1,\mu_2,\sigma_1,\sigma_2)$ $p\int_{-\infty}^{y}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}\exp\left[-\frac{(y-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right]\mathrm{d}y$ $+(1-p)\int_{-\infty}^{y}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2}$ $\exp\left[-\frac{(y-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right]\mathrm{d}y$ $0\leqslant p\leqslant 1,\sigma_1>0,\sigma_2>0$	$p\mu_1+$ $(1-p)\mu_2$	$p\left[\sigma_1\,\phi\left(\frac{d-\mu_1}{\sigma_1}\right)+(\lambda-1)\mu_1\Phi\left(\frac{d-\mu_1}{\sigma_1}\right)\right]$ $+(1-p)\left[\sigma_2\,\phi\left(\frac{d-\mu_2}{\sigma_2}\right)+(\lambda-1)\mu_2\Phi\left(\frac{d-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right]$ 其中,$d=\lambda[p\mu_1+(1-p)\mu_2]$

表中,ϕ 和 Φ 表示标准正态分布的概率密度函数和概率分布函数。

早期的研究中使用正态分布来拟合随机波动产量数据,但后来的研究表明,正态分布假设在多数情况下是不成立的。之后使用较多的分布有 Gamma 分布、Lognormal 分布、Weibull 分布、Logistic 分布和 Beta 分布等,各种分布都有其优势和缺陷。另外,Goodwin 和 Ker(1998)与 Tolhurst 和 Ker(2015)也采用混合正态分布来刻画单产常带有的双峰特征。

需要注意的是定义 1.1 只是一个最简化的赔付形式,而实务中的合约通常还可能会包含绝对免赔率、相对免赔率或分阶段赔付系数。例如,王克等(2018)根据我国农产品成本保险的实践操作办法,给出了一个不同于定义 1.1 的保险赔付函数:

$$\widetilde{M}=[p\cdot\lambda\cdot E(Y)]\cdot\max\left[\frac{(1-\alpha)\cdot\lambda\cdot E(Y)-Y}{\lambda\cdot E(Y)},0\right]\cdot I_{(X\geqslant\beta)}\cdot\gamma(m) \tag{1.3}$$

其中,X 为作物实际损失率;λ 为单产的保障水平参数,$0<\lambda\leqslant 1$;α

为绝对免赔率[①]，$0 \leqslant \alpha < 1$；β 为相对免赔率，$0 \leqslant \beta < 1$；m 为灾害发生时作物所处的生长期，$m=1,2,3$；γ 为分阶段赔付系数函数，即根据自然灾害发生时间对单位保额而进行调整的函数（表 1.2）。此外，$I_{(X \geqslant \beta)} = \begin{cases} 1, \text{若 } X \geqslant \beta \\ 0, \text{其他} \end{cases}$ 为一个取值为 0 和 1 的示性函数。关于实务中如何设置这些参数可以参考王克等(2018)和王俊等(2012)。

表 1.2 我国农业保险单位保险金额(以玉米保险为例)

灾害发生时作物生长期	出险当期每亩保险金额/元	$\gamma(m)$
苗期-拔节期(含)($m=1$)	160	0.40
拔节期-灌浆期(含)($m=2$)	280	0.70
灌浆期-成熟期($m=3$)	400	1.00

1.1.2 补偿产量期望的计算

补偿产量是截断型的随机变量，它的期望除了通过模拟方法计算外，还可以有几种不同的表示方式，这些表达式可以用来简化推导。为此，这里给出它们的相互关系。

定义 1.2 设 d 为一个常数，则随机变量 X 的限额期望值定义为 $E[\min(X,d)]$，X 的尾部条件期望定义为 $E(X|X>d)$。

定理 1.1 设 d 为一个常数，则随机变量 X 满足如下等式：

$$(1)\ \max(d-X,0)+\min(X,d)=d \tag{1.4}$$

① 在 2015 年中国保监会、农业部、财政部联合下发的《关于进一步完善中央财政保费补贴型农业保险产品条款拟订工作的通知》中，已明确要求取消农业保险绝对免赔，因此我国现有农业保险中实际上是没有绝对免赔的，即 $\alpha=0$。但为了模型一般性起见，仍然将 α 纳入式(1.3)中。

(2) $\max(d-X,0)+X=\max(X,d)=\max(X-d,0)+d$ (1.5)

(3) $\max(X,d)=XI_{(X>d)}+dI_{(X\leqslant d)}$ (1.6)

(4) $E(X)=E(X|X>d)P(X>d)+E(X|X\leqslant d)P(X\leqslant d)$ (1.7)

(5) $E[XI_{(X>d)}]=E(X|X>d)P(X>d)$ (1.8)

(6) $E(X|X>d)=\dfrac{E[\max(X-d,0)]}{P(X>d)}+d$ (1.9)

(7) $E[\max(d-X,0)]=dP(X\leqslant d)-E(X|X\leqslant d)P(X\leqslant d)$ (1.10)

证明：式(1.4)～式(1.6)是显然的，式(1.7)为全期望公式的直接结果，式(1.8)是式(1.7)的特例。

下面给出式(1.9)的证明：由式(1.8)、式(1.6)和式(1.5)知

$$
\begin{aligned}
E(X \mid X>d)P(X>d) &= E[XI_{(X>d)}] \\
&= E[\max(X,d)]-dE[I_{(X\leqslant d)}] \\
&= E[\max(X-d,0)]+d-dP(X\leqslant d) \\
&= E[\max(X-d,0)]+dP(X>d)
\end{aligned}
$$

下面给出式(1.10)的证明：由式(1.5)、式(1.9)和式(1.7)知

$$
\begin{aligned}
&E[\max(d-X,0)] \\
&= E[\max(X-d,0)]+d-E(X) \\
&= [E(X \mid X>d)P(X>d)-dP(X>d)]+d-E(X) \\
&= [E(X)-E(X \mid X\leqslant d)P(X\leqslant d)]- \\
&\quad dP(X>d)+d-E(X) \\
&= dP(X\leqslant d)-E(X \mid X\leqslant d)P(X\leqslant d)
\end{aligned}
$$

证毕。

式(1.10)经常被文献采用。实际上由定理1.1可知，若已知X的期望和概率$P(X\leqslant d)$，则$E[\max(d-X,0)]$与$E[\min(X,d)]$、$E[\max(X-d,0)]$和$E(X|X>d)$可以相互表达，而Klugman等(2008)附录A又给出了常见分布的限额期望值$E[\min(X,d)]$，因此如果已知产量分布的参数形式，我们可以得到对应的解析表达。

例1.1 假设已知随机变量X的限额期望值$E[\min(X,d)]$，计算$E[\max(d-X,0)]$、$E[\max(X-d,0)]$和$E[X|X>d]$。

解：由式(1.4)知

$$E[\max(d-X,0)]=d-E[\min(X,d)]$$

由式(1.5)知

$$E[\max(X-d,0)]=E[\max(d-X,0)]+E(X)-d$$

由式(1.9)知

$$E(X\mid X>d)=\frac{E[\max(X-d,0)]}{P(X>d)}+d$$

1.2 费率与产量变异系数的单调性研究

虽然大家都知道产量的变异系数是风险的一个测度，但大家并不清楚产量的变异系数与费率的精确关系。

例如，如果产量服从Gamma分布$G(y;\alpha,\beta)$，根据产量保险的定

价公式(1.2)和表 1.1 有

$$P = G\left(\frac{\lambda\alpha}{\beta};\alpha,\beta\right) - \frac{1}{\lambda}G\left(\frac{\lambda\alpha}{\beta};\alpha+1,\beta\right)$$

其中，$G(y;\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^y \beta^\alpha s^{\alpha-1} e^{-\beta s} ds$。而产量的变异系数为$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$，我们无法判断其与费率 P 的关系。

本节证明了对于正态分布、Lognormal 分布和 Gamma 分布，费率 P 与产量变异系数的关系是单调递增的函数关系。图 1.1 显示了单产服从正态分布时，费率与变异系数的关系。定理 1.2 给出了这个结果的具体证明。

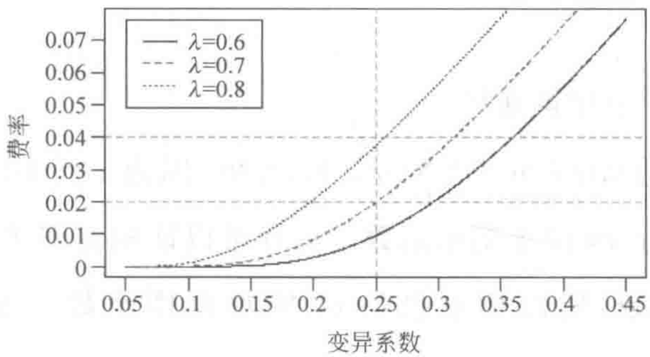

图 1.1　单产服从正态分布时，费率与变异系数的关系

这个结果的意义是：它解释了实证中逆向选择与产量变异系数的关系，它为费率确定找到了一个合适的简单代理，我们可以明确地使用产量变异系数来作为费率分区的依据。

定理 1.2　假设单产随机变量 Y 服从表 1.1 中的正态分布、Lognormal 分布或 Gamma 分布。若 Y 有均值 $E(Y)>0$，标准差 $\sqrt{\mathrm{Var}(Y)}$ 和变异系数 $\mathrm{cv}=\frac{\sqrt{\mathrm{Var}(Y)}}{E(Y)}>0$，则式(1.2)中的费率为变异