



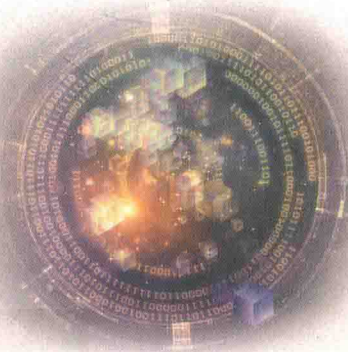
普通高等教育“十三五”规划教材

大学物理光学

学习指导书

DAXUE WULI GUANGXUE XUEXI ZHIDAOSHU

芦鹏飞 唐先锋 张晓光 编著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



普通高等教育“十三五”规划教材

大学物理光学学习指导书

芦鹏飞 唐先锋 张晓光 编著



北京邮电大学出版社

www.buptpress.com

内 容 简 介

本书对大学物理课程中的光学部分进行了全面的知识总结,并列举了典型的例题,以进行详尽的分析和讲解,此外还有大量的习题,以供读者熟悉和掌握相应的知识点。本书包括几何光学基础、光波的描述、光的干涉、光的衍射、光栅光谱、傅里叶变换光学、光在晶体中的传播、光波与物质的相互作用、光的量子性等方面的内容。

本书针对每一章的内容提纲挈领地概述了光学的基本概念、现象及应用,有利于读者形成一个完整的知识体系框架。本书附有较多的典型例题和习题,有利于读者深入理解和掌握相应的知识点。

本书可作为高等学校理工类及师范类物理专业的本科生和研究生学习的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理光学学习指导书 / 芦鹏飞, 唐先锋, 张晓光编著. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2017. 8
ISBN 978-7-5635-5254-2

I. ①大… II. ①芦… ②唐… ③张… III. ①物理光学—高等学校—教学参考资料 IV. ①O436

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 197228 号

书 名: 大学物理光学学习指导书
著作责任者: 芦鹏飞 唐先锋 张晓光 编著
责任编辑: 毋燕燕 孙宏颖
出版发行: 北京邮电大学出版社
社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)
发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578
E-mail: publish@bupt.edu.cn
经 销: 各地新华书店
印 刷: 保定市中画美凯印刷有限公司
开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16
印 张: 12.75
字 数: 328 千字
版 次: 2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-5254-2

定价: 28.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前 言

光学是研究光的属性和光在媒质中传播时的各种性质的学科,是物理学的一个重要分支,是大学物理教学中的一门重要课程,也是应用十分广泛,不断取得新进展、新突破的一门重要学科。

物理学是一门实验与理论相结合的学科,物理知识有着非常广泛的实际应用,其中,光学尤其能够体现这一特点。几乎所有的科学研究和工程技术都涉及光学成像、光学测量等知识,因而深入理解光学知识,利用光学知识解决实际问题,对理工科大学生十分重要,对从事科学研究和工程技术的人员也有非常重要的意义。

练习与解题是学习理论知识过程中的一个非常重要的环节,也是物理教学中必不可少的一个环节。解题对于学生正确地理解教学内容,培养学生分析问题和解决实际问题的能力,以及学生从中汲取广博的知识等,具有不可替代的重要作用。通过练习与解题这一过程,可以检验学生对基本概念和基础知识的掌握程度以及对所学知识的运用能力,加深学生对知识的理解,可以使学生初步掌握解决实际问题的方法和技巧,从而能够在实际操作中更好地应用所学知识。

本书在每一章的开始都介绍了一些光学的基本概念、现象及应用等,以概括性的方式阐述一些基本的光学知识,帮助读者形成一个完整的知识体系框架。全书共包括 9 章,其中第 1、第 5、第 9 章由芦鹏飞编写,主要介绍了几何光学基础知识、光栅光谱、光的量子性等内容。第 2~4、第 6~8 章由唐先锋编写,主要介绍了光的干涉和衍射、傅里叶变换光学、光在晶体中的传播、光波与物质的相互作用等基础知识。张晓光教授统筹了全稿。

本书在每一章的基础知识讲解之后都精选并编排了一系列具有代表性的典型例题和习题。在编排习题的过程中,我们力求突出基本概念和物理模型,重点强调问题的分析和解决方法,选择编排的习题内容广泛、类型多样,可以满足不同层次读者的需求。相信读者通过本书大量习题的练习,能够进一步加深对知识的理解,并从中受益。

由于作者水平有限,书中错误及疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

作 者

目 录

第 1 章 几何光学基础	1
1.1 知识要点	1
1.2 典型例题	5
1.3 习题	14
1.4 习题解答	21
第 2 章 光波的描述	37
2.1 知识要点	37
2.2 典型例题	43
2.3 习题	51
2.4 习题解答	54
第 3 章 光的干涉	67
3.1 知识要点	67
3.2 典型例题	71
3.3 习题	74
3.4 习题解答	80
第 4 章 光的衍射	89
4.1 知识要点	89
4.2 典型例题	95
4.3 习题	98
4.4 习题解答	101
第 5 章 光栅光谱	109
5.1 知识要点	109
5.2 典型例题	112
5.3 习题	117
5.4 习题解答	119

第 6 章 傅里叶变换光学	128
6.1 知识要点	128
6.2 典型例题	133
6.3 习题	138
6.4 习题解答	141
第 7 章 光在晶体中的传播	151
7.1 知识要点	151
7.2 典型例题	155
7.3 习题	158
7.4 习题解答	162
第 8 章 光波与物质的相互作用	179
8.1 知识要点	179
8.2 典型例题	181
8.3 习题	184
8.4 习题解答	185
第 9 章 光的量子性	188
9.1 知识要点	188
9.2 典型例题	191
9.3 习题	193
9.4 习题解答	194

第 1 章 几何光学基础

1.1 知识要点

1. 光程

光程:光线在媒质中通过的路程和该媒质折射率的乘积。它将相同时间内光在介质中走过的路程折合到真空中。

光程差:光线在通过不同介质之后,两段光程之间的差值,用 δ 表示。

相位差: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ 。

多层介质时光程的定义为: $[d] = \sum_i n_i d_i$, 如图 1-1 所示。

非均匀介质时光程的定义为: $[d] = \int_A^B n(x, y, z) dl$, 如图 1-2 所示。

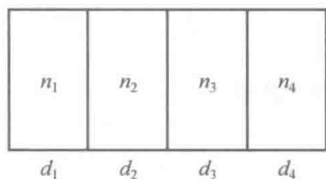


图 1-1 多层介质光程示意图

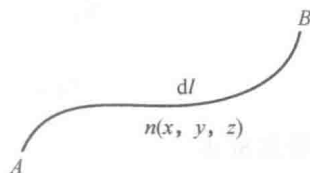


图 1-2 非均匀介质光程示意图

2. 费马原理

费马原理: A、B 两点之间光线的实际路径是光程平稳的路径。从数学上表示为

$$\delta[l] = \delta \int_A^B n dl = 0$$

所谓平稳是指在 A、B 两点间光线传播的实际路径,与任何其他可能路径相比其光程为极值,极值可以是极大值、极小值、拐点取值或恒定值。

3. 费马原理的几种应用

费马原理的几种应用如下:

- ① 折射定律的证明;
- ② 等光程性;
- ③ 光线弯曲与光线方程;

④ 自聚焦光纤中的模式色散。

4. 棱镜与角色散

① 棱镜是由透明介质(如玻璃)做成的棱柱体,截面呈三角形的棱镜叫三棱镜。棱镜的折射面和反射面统称工作面,两工作面的交线称为棱(如图 1-3 所示),垂直棱的截面称为主截面(如图 1-4 所示)。当光线可逆,即 $i'_1 = i_2$ 时,偏向角 δ 最小,光线平行于底面。

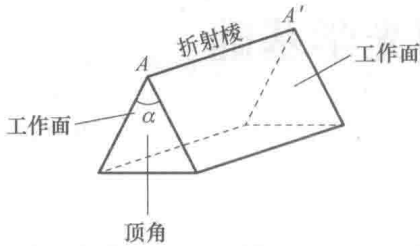


图 1-3 三棱镜结构示意图

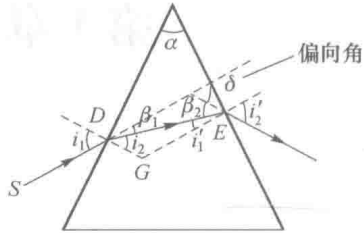


图 1-4 棱镜主截面示意图

② 棱镜角色散:基本原理如图 1-5 所示。偏向角 δ 对波长 λ 的微商称为棱镜的角色散本领(用 D 表示),公式表示为

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha + \delta(\lambda)}{2}} \frac{dn}{d\lambda}$$

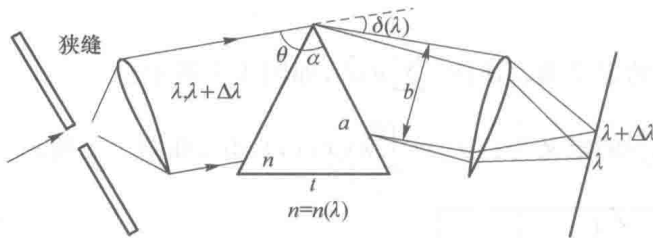


图 1-5 棱镜角色散基本原理示意图

5. 球面折射成像

球面折射成像的基本原理如图 1-6 所示。

(1) 符号规定

① 沿轴线段:规定光线的方向自左向右,以折射面顶点 O 为原点,如顶点到光线与光轴交点或球心的方向和光线传播方向相同,则其值为正,反之为负。

② 垂轴线段:以光轴为基准,在光轴以上为正,在光轴以下为负。

③ 光线与光轴的夹角:用由光轴转向光线所形成的锐角度量,顺时针为正,逆时针为负。

④ 光线与法线的夹角:由光线以锐角方向转向法线,顺时针为正,逆时针为负。

⑤ 光轴与法线的夹角:由光轴以锐角方向转向法线,顺时针为正,逆时针为负。

⑥ 折射面间隔:由前一面的顶点到后一面的顶点,顺光线方向为正,逆光线方向为负,在折射系统中, d 恒为正。

(2) 成像公式

高斯公式:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

牛顿公式:

$$xx' = ff'$$

其中,式中各物理量符号如图 1-7 所示。

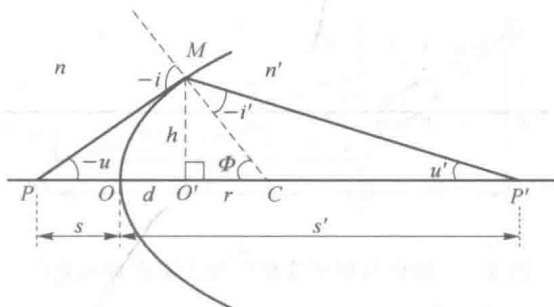


图 1-6 球面折射成像的基本原理示意图

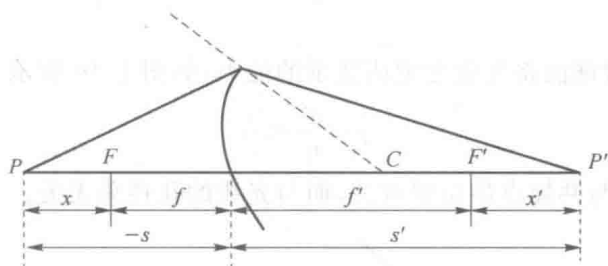


图 1-7 球面折射成像各物理量表示图

6. 球面反射成像

(1) 物像距公式

物像距公式:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

其中,式中各物理量符号如图 1-8 所示。

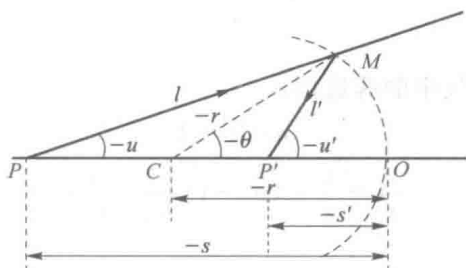


图 1-8 球面反射各物理量表示图

(2) 傍轴成像放大率

① 横向放大率

横向放大率亦称垂轴放大率,像高与物高之比,也就是像与物沿垂轴方向的长度之比,用 β 表示。它表示物经光学系统所成的像在垂轴方向上的放大程度及取向,如图 1-9 所示,公式

表示为

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s}$$

当 n, n' 固定时, $\beta \propto \frac{s'}{s}$, $\frac{y'}{y} \propto \frac{s'}{s}$, 此时像与物相似。

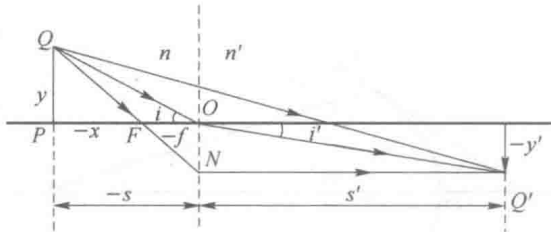


图 1-9 球面反射成像横向放大率求解示意图

当 $\beta > 0$ 时, y' 与 y 同号, s' 与 s 同号, 像与物在介质的同侧。

当 $\beta < 0$ 时, y' 与 y 异号, s' 与 s 异号, 像与物在介质的两侧。

② 角放大率

角放大率表示折射球面将光束变宽或变细的能力, 如图 1-10 所示。公式表示为

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{s}{s'}$$

上式表明, 角放大率只与共轭点的位置有关, 而与光线的孔径角无关。

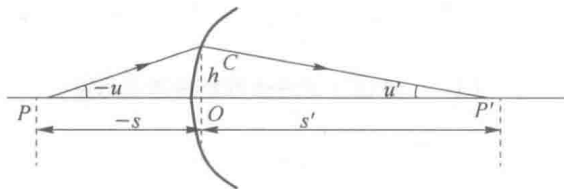


图 1-10 球面反射成像角放大率求解示意图

③ 拉格朗日-亥姆霍兹恒等式

$$nyu \equiv \text{常数}$$

7. 薄透镜成像

(1) 物像距公式

如图 1-11 所示, 对于空气中的薄透镜:

$$n = n' = 1$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

(2) 作图法

① 通过第一主焦点的光线 \rightarrow 平行于光轴。

② 平行于光轴的光线 \rightarrow 通过第二主焦点。

③ 通过透镜中心的光线 \rightarrow 不改变方向。

(3) 放大率

如图 1-12 所示, 其横向放大率为

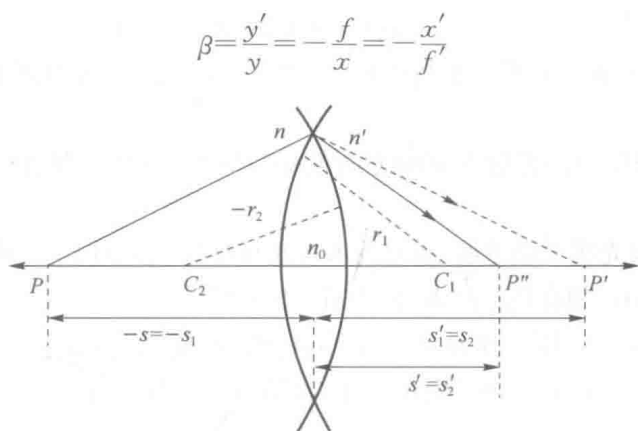


图 1-11 薄透镜成像基本原理示意图

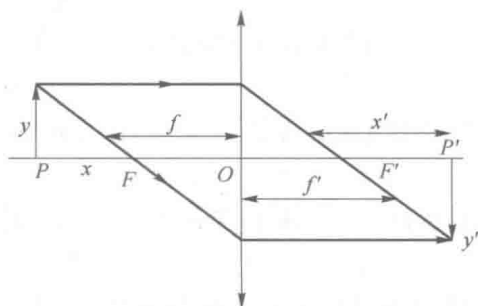


图 1-12 薄透镜成像横向放大率求解示意图

1.2 典型例题

【例题 1】 求证反射光束和折射光束的方向都是等光程方向,证明图 1-13 中:

$$L(A_1B_1C_1) = L(A_2B_2C_2), \quad L(A_1B_1D_1) = L(A_2B_2D_2)$$

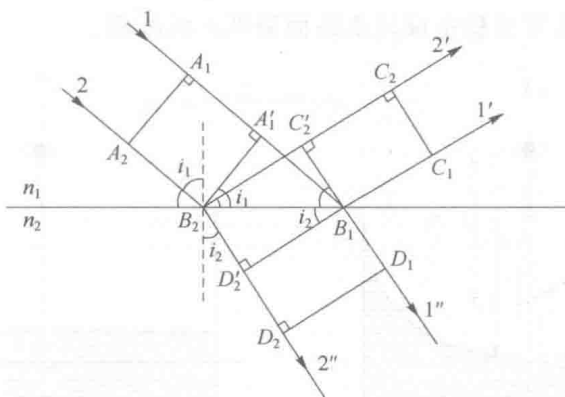


图 1-13 反射光束和折射光束光程示意图

证明: ① 分别由入射点 B_2 、 B_1 向光线 1 、 $2'$ 做垂线,相应垂足为 A'_1 、 C'_2 。由图可知 $\overline{A_2B_2} = \overline{A_1A'_1}$, $\overline{C_2C_2} = \overline{B_1C_1}$ 。又根据反射定律得知 $\triangle A'_1B_2B_1$ 与 $\triangle C'_2B_2B_1$ 是全等三角形,即为

$$\overline{B_2 C_2'} = \overline{A_1' B_1}$$

所以光程 $L(A_1 B_1 C_1) = n_1 (\overline{A_1 A_1'} + \overline{A_1' B_1} + \overline{B_1 C_1})$ 与 $L(A_2 B_2 C_2) = n_1 (\overline{A_2 B_2} + \overline{B_2 C_2'} + \overline{C_2' C_1})$ 是相等的。

这表明,反射定律给出的反射光束的方向正好与等光程(从入射光算起)要求的方向是一致的。

② 由次波源 B_1 向光线 Z'' 做垂线,垂足为 D_2' ,此时有 $\overline{D_2' D_2} = \overline{B_1 D_1}$ 。另外比较 $A_1' B_1$ 、 $B_2 D_2'$ 两段光程,在直角 $\triangle A_1' B_1 B_2$ 和直角 $\triangle D_2' B_1 B_2$ 中有

$$\begin{aligned} \overline{A_1' B_1} &= \overline{B_1 B_2} \sin i_1, L(\overline{A_1' B_1}) = \overline{B_1 B_2} n_1 \sin i_1 \\ \overline{B_2 D_2'} &= \overline{B_1 B_2} \sin i_2, L(\overline{B_2 D_2'}) = \overline{B_1 B_2} n_2 \sin i_2 \end{aligned}$$

又由折射定律得

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

于是

$$L(\overline{A_1' B_1}) = L(\overline{B_2 D_2'})$$

所以光程

$$L(A_1 B_1 D_1) = n_1 \overline{A_1 A_1'} + n_1 \overline{A_1' B_1} + n_2 \overline{B_1 D_1}$$

与

$$L(A_2 B_2 D_2) = n_2 \overline{A_2 B_2} + n_2 \overline{B_2 D_2'} + n_2 \overline{D_2' D_2}$$

是相等的。

这表明,折射定律给出的折射光束的方向正好与等光程(从入射光算起)要求的方向是一致的。

【例题 2】 如图 1-14 所示,内半径为 R 的直立圆柱器皿内盛有水银,绕圆柱轴线均匀旋转(水银不溢,皿底不露),稳定后的液面为旋转抛物面。若取坐标原点在抛物面的最低点,纵坐标轴 z 与圆柱器皿的轴线重合,横坐标轴 r 与 z 轴垂直,则液面方程为

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

其中, ω 是旋转角速度, g 是重力加速度。观察者的眼镜位于抛物面最低点正上方某处,保持位置不变,然后使容器停转,等到液面静止后,发现与稳定旋转时相比,看到的眼睛的像大小、正倒都无变化。求人眼位置至稳定旋转水银面最低点的距离。

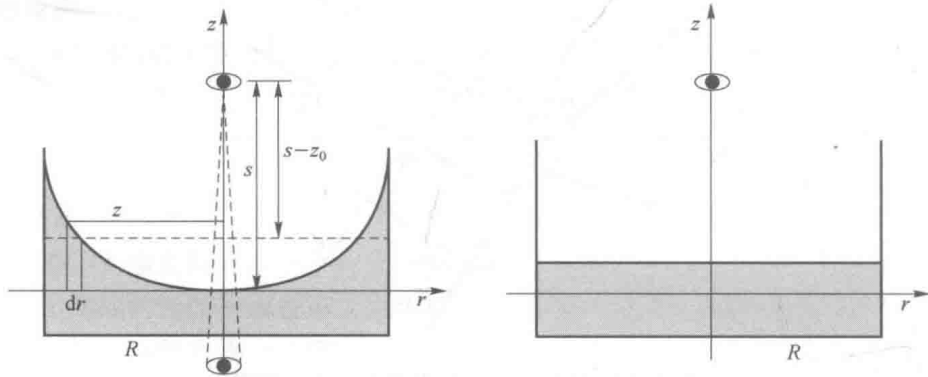


图 1-14 转动和静止时的水银面

分析: 本题有 3 个关键点:首先是大的抛物面的近轴部分近似于球面,可用球面反射的物

像公式;其次确定两次观察时反射面之间的距离,即要计算出平面表面与抛物面表面顶尖之间的距离,也就是要计算抛物面下水银的体积;最后看到的像的大小都相同,不是指像的大小相同,而是像对眼睛的视角相同。

解:抛物面的焦点就是球面成像的焦点,由于抛物线方程为

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

可知其焦点为 $f = \frac{g}{2\omega^2}$ 。对于抛物面顶点的平面之上的水银体积,可以采用积分方法计算。取一半径为 r 的薄壁圆筒,筒壁的高为

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

圆筒的底面积为 $dS = 2\pi r dr$,则此圆筒壁的体积为 $dV = z dS = 2\pi z r dr$ 。

上述水银的体积为

$$V = \int_0^R 2\pi z r dr = \int_0^R 2\pi \frac{\omega^2}{2g} r^3 dr = \frac{\pi \omega^2 R^4}{4g}$$

当抛物面成为平面时,圆柱的高为

$$z_0 = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

这就是平面与抛物面顶点间的距离。

设眼睛到抛物面顶点的距离为 s ,眼睛的大小为 y ,则抛物面成像的像距为

$$s'_1 = \frac{s f}{s - f}$$

而像的大小为

$$y'_1 = y \frac{-s'_1}{s} = -\frac{y f}{s - f}$$

像对眼睛的张角为

$$\varphi_1 = \frac{y'_1}{s - s'_1} = -\frac{y f}{(s - f)(s - s'_1)}$$

眼睛到平面的距离为 $s_2 = s - z_0$,经平面成像,像距为 $s'_2 = -(s - z_0)$,像的大小仍为 y ,则对眼睛的张角为

$$\varphi_2 = \frac{s'_2}{s_2 - s'_2} = \frac{y}{2(s - z_0)}$$

由题可知, $\varphi_1 = \varphi_2$,因此有

$$\frac{y f}{(s - f)(s - s'_1)} = \frac{y}{2(s - z_0)}$$

即为

$$-(2s - 2z_0) f = s^2 - 2s f$$

带入数据得到

$$s = \sqrt{2f z_0} = \sqrt{\frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{\omega^2 R^2}{4g}} = \frac{R}{2}$$

【例题3】 求光线经过棱镜折射的偏向角,讨论出现最小偏向角的条件,并求出最小偏向角。已知棱镜的顶角为 α ,折射率为 n 。

解: 如图 1-15 所示, 设光线从棱镜的左侧面入射, 入射角、折射角分别为 i_1, i'_1 。在棱镜右侧面, 入射角、折射角分别为 i_2, i'_2 。

光线的偏向角是指出射光线相对于入射光线偏转的角度, 即图中的 $\angle\delta$ 。

如图 1-15 所示, 棱镜的两棱边与两条棱的法线构成一个四边形 $AEDF$, 其中

$$\alpha + \angle D = \pi$$

在 $\triangle EDF$ 内有

$$i'_1 + i'_2 + \angle D = \pi$$

因此有

$$i'_1 + i'_2 = \alpha$$

因此在 $\triangle EFG$ 中, 偏向角

$$\delta = i_1 - i'_1 + i_2 - i'_2 = i_1 + i_2 - (i'_1 + i'_2) = i_1 + i_2 - \alpha$$

最小偏向角即是要求 $\frac{d\delta}{di_1} = 0$, 然而

$$\frac{d\delta}{di_1} = \frac{d(i_1 + i_2 - \alpha)}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1} = 0$$

所以

$$\frac{di_2}{di_1} = -1$$

而在棱镜的两侧面, 折射角与入射角之间的关系式为 $\sin i_1 = n \sin i'_1$ 和 $\sin i_2 = n \sin i'_2$, 因此可得

$$\begin{aligned} d(\sin i_1) &= \cos i_1 di_1 = nd(\sin i'_1) = n \cos i'_1 di'_1 \\ d(\sin i_2) &= \cos i_2 di_2 = nd(\sin i'_2) = n \cos i'_2 di'_2 \end{aligned}$$

即为

$$\frac{di'_1}{di_1} = \frac{\cos i_1}{n \cos i'_1}, \quad \frac{di'_2}{di_2} = \frac{n \cos i'_2}{\cos i_2} \quad (1)$$

而根据之前的结论, 可得出 $di'_1 = -di'_2$, 因此式(1)可表示为

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{di_1} &= \frac{di_2}{di'_2} \cdot \frac{di'_2}{di'_1} \cdot \frac{di'_1}{di_1} = -\frac{di_2}{di'_2} \cdot \frac{di'_1}{di_1} = -\frac{\cos i_1}{n \cos i'_1} \cdot \frac{n \cos i'_2}{\cos i_2} \\ &= -\frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 i'_1}} \cdot \frac{\sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 i'_2}}{\cos i_2} = -1 \end{aligned}$$

即为

$$\frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} = \frac{\cos i_2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2}}$$

上式成立的条件是 $i_1 = i_2$, 对应的有 $i'_1 = i'_2$, 如图 1-15 所示。此时有

$$\sin i_1 = n \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

此时可得最小的偏向角为

$$\delta_{\min} = 2i_1 - \alpha = 2 \arcsin\left(\frac{n \sin \alpha}{2}\right) - \alpha$$

若测出最小偏向角 δ_{\min} , 由于此时

$$i'_1 = \frac{\alpha}{2}, \quad i_1 = \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}$$

因此棱镜的折射率计算结果为

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i'_1} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

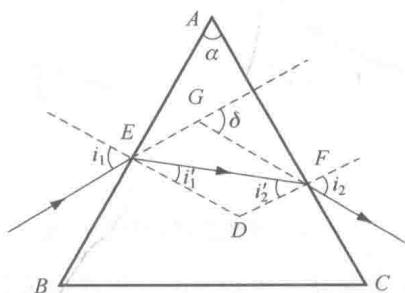


图 1-15 光在三棱镜中的折射

【例题 4】 光线在媒质中传播的路径是抛物线,试讨论媒质折射率分布的特征以及光线的入射方式。

解:若媒质的折射率沿着 y 方向渐变,则光线的方程为

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}{n_0^2 \sin^2 i_0} \quad (1)$$

设在直角坐标系中,抛物线方程为

$$y = ax^2 + bx + c$$

则

$$\frac{dy}{dx} = 2ax + b$$

于是可得

$$\begin{aligned} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 &= 4a^2 x^2 + 4abx + b^2 \\ &= 4a(ax + bx + c) + b^2 - 4ac \\ &= 4ay + b^2 - 4ac \end{aligned} \quad (2)$$

结合式(1)、式(2),有

$$\frac{n^2}{n_0^2 \sin^2 i_0} - 1 = 4ay + b^2 - 4ac$$

即得出

$$n(y) = n_0 \sin i_0 \sqrt{4ay + b^2 - 4ac + 1} \quad (3)$$

① 当 $a > 0$ 时,此时是开口向上的抛物线,如图 1-16(a)所示,式(3)可以表示成

$$n(y) = 2\sqrt{an_0} \sin i_0 \sqrt{\frac{b^2 - 4ac + 1}{4a} + y}$$

光线从外界射入,入射方式不同,抛物线的形状也会不同。

② 当 $a < 0$ 时,此时是开口向下的抛物线,如图 1-16(b)所示,式(3)可以表示成

$$n(y) = 2\sqrt{-an_0} \sin i_0 \sqrt{\frac{b^2 - 4ac + 1}{-4a} - y}$$

光线从外界射入,入射方式不同,抛物线的形状也会不同。

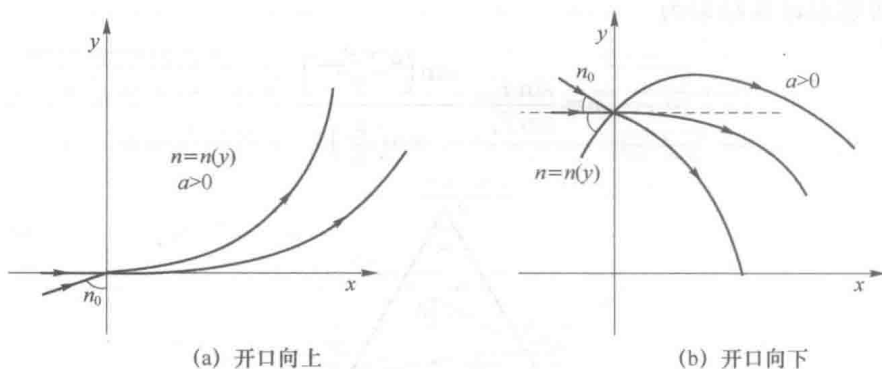


图 1-16 光线的径迹是抛物线

【例题 5】 沿直线移动的点光源经 $f=30\text{ cm}$ 的凸透镜成像,该点光源以与光轴成 60° 角穿过光轴时,像以 30° 角穿过光轴,计算这一瞬间光源到透镜的距离。

解: 若物运动,像也会相应运动,应严格按照速度的定义解题,速度是在短时间内位移与时间的比值。下面用物像关系求解本题。

如图 1-17 所示,设穿过光轴的瞬间,物距、像距分别是 s, s' , 根据高斯公式可有

$$s' = \frac{sf'}{s-f}$$

物距改变

$$\Delta s' = \frac{(s-f)f - sf}{(s-f)^2} \cdot \Delta s = -\frac{f^2}{(s-f)^2} \cdot \Delta s$$

即为

$$\frac{\Delta s'}{\Delta s} = -\frac{f^2}{(s-f)^2} \quad (1)$$

可以将式(1)作为薄物成像的纵向放大率,即为沿着光轴的方向。

由于物点的运动与光轴成某一角度,可将其速度分解为纵向和横向。假定物点运动的时间为 Δt 。

在纵向,像与物的速度分量的关系是

$$\frac{\Delta s'}{\Delta t} = -\frac{f^2}{(s-f)^2} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2)$$

而在横向,两速度分量之间的比值就是横向放大率,即

$$\frac{\Delta y'}{\Delta t} = -\frac{s'}{s} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} = -\frac{f}{s-f} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (3)$$

根据题中所给的条件

$$\tan 60^\circ = \pm \frac{\Delta y}{\Delta s}, \quad \tan 30^\circ = \pm \frac{\Delta y'}{\Delta s'}$$

利用式(2)和式(3),可以得出

$$\pm \frac{\tan 60^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{\frac{\Delta y}{\Delta s}}{\frac{\Delta y'}{\Delta s'}} = \frac{\Delta y}{\Delta s'} = \frac{s-f}{f} \cdot \frac{f^2}{(s-f)^2} = \frac{f}{s-f}$$

即为

$$\frac{f}{s-f} = \pm 3$$

解得

$$s = f \left(1 \pm \frac{1}{3}\right) = \begin{cases} 40 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

因此当 $s=40 \text{ cm}$ 时,它是实像;而当 $s=20 \text{ cm}$ 时,它是虚像。

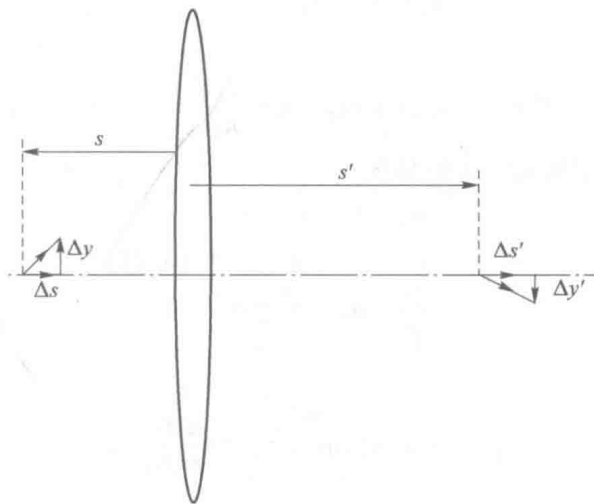


图 1-17 运动的物像之间的位移关系

【例题 6】 一平凸透镜($n=1.5$),焦距为 50 mm ,凸面镀反射膜,一个高为 5 mm 的物体位于透镜前 150 mm 处,如图 1-18 所示。求经过该透镜所成像的位置、大小、正倒和虚实。

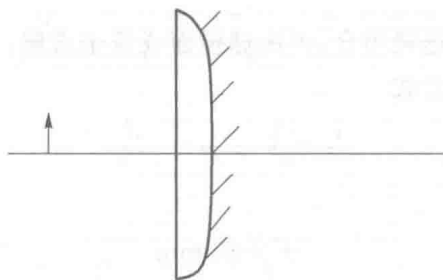


图 1-18 物与平凸透镜位置关系示意图

解:此题可以采用逐次成像法求解,也可以采用组合透镜法求解。

方法一:

采用单折射球面逐次成像法计算,先求透镜球面的半径,以透镜中心为原点,取向右为正方向。根据 $\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$,可得 $r_2 = -25 \text{ mm}$ 。

先计算光线经过第一面成像透射,有

$$\begin{aligned} n'_1 &= 1.5, & n_1 &= 1 \\ r_1 &= \infty, & l_1 &= -150 \\ \frac{n'_1}{l'_1} - \frac{n_1}{l_1} &= \frac{n'_1 - n_1}{r_1} \end{aligned}$$