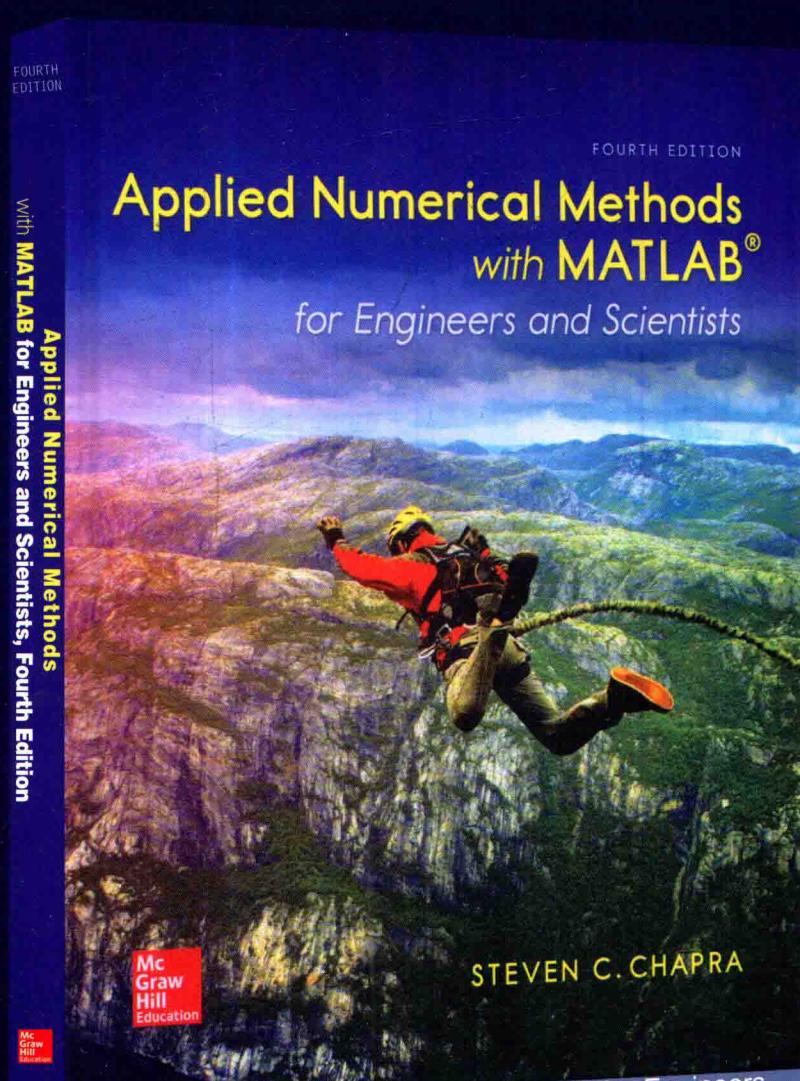


# 工程与科学数值方法的 MATLAB实现 (第4版)

[美] Steven C. Chapra 著  
林 赐 译



Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers  
and Scientists, Fourth Edition

Mc  
Graw  
Hill  
Education



清华大学出版社

国外计算机科学经典教材

# 工程与科学数值方法 的 MATLAB 实现

(第 4 版)

[美] Steven C. Chapra 著

林 賜



清华大学出版社

北京

Steven C. Chapra

Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Fourth Edition

EISBN: 978-0-07-339796-2

Copyright © 2017 by McGraw-Hill Education.

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw-Hill Education and Tsinghua University Press Limited. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Translation Copyright © 2018 by McGraw-Hill Education and Tsinghua University Press Limited.

版权所有。未经出版人事先书面许可，对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播，包括但不限于复印、录制、录音，或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司和清华大学出版社有限公司合作出版。此版本经授权仅限在中国大陆区域销售，不能销往中国香港、澳门特别行政区和中国台湾地区。

版权©2018 由麦格劳-希尔(亚洲)教育出版公司与清华大学出版社有限公司所有。

北京市版权局著作权合同登记号 图字：01-2017-4214

本书封面贴有 McGraw-Hill Education 公司防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

#### 图书在版编目(CIP)数据

工程与科学数值方法的MATLAB实现：第4版 / (美)史蒂文·C.恰布拉(Steven C. Chapra) 著；林赐 译。  
—北京：清华大学出版社，2018

(国外计算机科学经典教材)

书名原文：Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Fourth Edition  
ISBN 978-7-302-48692-3

I. ①工… II. ①史… ②林… III. ①Matlab 软件—应用—工程技术—数值方法—教材 IV. ①TB115.1T  
②N32

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 270948 号

责任编辑：王军 李维杰

装帧设计：孔祥峰

责任校对：曹阳

责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：清华大学印刷厂

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm 印 张：46 字 数：1063 千字

版 次：2018 年 1 月第 1 版 印 次：2018 年 1 月第 1 次印刷

印 数：1~3000

定 价：128.00 元

---

产品编号：075723-01

# 译者序

在翻译此书的时候，我经常想起第一次接触数值分析时的情景。数值分析相对于传统的解析方法而言，一般是在无法使用传统的解析方法得到解析解的情况下，才是我们用来求解问题的方法。从这个方面来看，数值分析是一个备选项，是解析方法的备胎。因此，数值分析可能不受很多读者重视。但是，随着计算机技术和计算数学的发展，科学计算已经成为与理论分析、科学实验并列的第三种科学手段。如果说解析方法是童话世界，那么数值方法就是现实世界。童话世界固然美好，但也只是空中楼阁，可望而不可即。相反，现实世界是一幅波澜壮阔的画卷，充满人生百态，读者难以亦步亦趋跟随成功的榜样前进，每个人的成功都不可复制；也不能按部就班，循规蹈矩，最后只能流于中庸。在现实世界中，没有既定的轨迹，正如数值分析一样，必须瞻前顾后，一步一个脚印，踏踏实实，摸着石头前进。面对浮躁世事，没有实事求是的态度，面对惊涛骇浪，没有气定神闲的勇气，面对暴风骤雨，没有搏击长空的气概，难以驾驭生活这艘帆船，也难以学习到数值分析的真谛。

正由于数值分析的这种本质，我们才得以在面对现实世界的复杂时，多了一份神情自若，多了一份胸有成竹。恕我孤陋寡闻，在物理、大气科学、化学、材料科学与工程、医学等众多领域，凡是涉及计算的学科，数值分析都起着举足轻重的作用。童话世界再美好，也抵不住来自现实世界的冲击。童话世界中的解析方法，理想、完美、简单，但是，在现实领域中，却难担大任。数值方法“丑到极致”，却在复杂的实践中大放异彩。在实践中，读者才能体会到数值分析的用途，没有实践，对数值分析的学习只能算得上是隔靴搔痒，因而也就不能举一反三，触类旁通。

数值分析是一门实践性很强的学科，如果没有现代计算机技术的发展，数值分析烦琐、冗长的计算，会让许多人都感到望而生畏。因此，MATLAB 软件的开发，恰逢其时，为广大工程师和科学家带来了福音和希望。MATLAB 软件是众多工程师耳熟能详的数值计算和建模软件，也几乎成为工程学院或科学学院学生的必备技能。任何一门工程或科学课程，只要牵涉计算，在课程描述中，总会要求学生了解必需的 MATLAB 编程或建模技能。本书以 MATLAB 为载体，与时俱进，旁征博引，深入浅出地介绍了数值计算的各种方法和理论。对于初次接触工程与科学计算的人员，以及理工科院校相关专业本科生和研究生而言，如果要系统学习数值方法，本书是很好的开始，有了此书，读者不必发出“书到用时方恨少”的感慨。

本书知识完备、内容丰富、循循善诱、颇具特色，是一本数值计算和工程实践方面不可多得的优秀教材，既可作为入门参考书，也可作为自学教材，还可供广大科技工作者参考阅读。全书内容以实际问题而不是数学理论为牵引进行组织，除了介绍工程和科学中常用的算法和方法之外，还广泛地使用实例演示以及工程和科学案例讲授这些方法。

的实际应用。在算法实现方面，书中不仅详细介绍了相关的 MATLAB 内置数值函数，而且提供了一些经典算法的 M 文件，以方便读者自行编写程序。本书作者 Steven C. Chapra 教授不仅是一位优秀的教师，还在工程领域颇有建树，曾经被评为工程领域的杰出教师。在本书中，他通过独特的视角，巧妙地将数值方法理论与工程实践结合起来，以浅显易懂、图文并茂的方式进行讲述。在此，我们很高兴能将其译本奉献给广大读者。

在这里，要特别感谢清华大学出版社的编辑们，她们为本书的翻译投入了巨大的热情，可谓呕心沥血。没有她们的耐心和帮助，本书不可能顺利付梓。

译者才疏学浅，见闻浅薄，言辞多有不足错漏之处，还望谅解并不吝指正。读者如有任何意见和建议，请将反馈信息发送到邮箱 cilin2046@gmail.com。我们将不胜感激。本书主要内容由林赐翻译，参与翻译的还有陈妍、何美英、陈宏波、熊晓磊、管兆昶、潘洪荣、曹汉鸣、高娟妮、王燕、谢李君、李珍珍、王璐、王华健、柳松洋、曹晓松、陈彬、洪妍、刘芸、邱培强、高维杰、张素英、颜灵佳、方峻、顾永湘、孔祥亮。

林 赐

2017 年 7 月 5 日于加拿大渥太华大学

# 作者简介

Steven C. Chapra 执教于塔夫斯(Tufts)大学的土木与环境工程系，他还担任该校计算机与工程系的教授职位。除本书外，Steven 还著有 *Numerical Methods for Engineers* 和 *Surface Water-Quality Modeling* 这两本书。

Steven 在密歇根(Michigan)大学和曼哈顿(Manhattan)学院获得了工学学位。在进入塔夫斯大学工作之前，他曾在美国环保局、海洋与大气管理局工作过，也曾执教于德州(Texas) A&M 大学和科罗拉多州(Colorado)大学。他的主要研究兴趣集中在地表水质建模以及计算机在环境工程中的高级应用。

由于突出的学术贡献，他获得了很多奖项，包括鲁道夫·霍普勋章(Rudolph Hering Medal ASCE)、梅里安/威利杰出作者奖(Meriam/Wiley Distinguished Author Award)和钱德勒-米塞尔奖(Chandler-Missener Award)。作为杰出的教师，他获得了德克萨斯农工大学 1986 年度 Tenneco 奖、州立科罗拉多大学 1992 年度 Hutchinson 奖和塔夫斯大学 2011 年度杰出教授奖。

Steven 进入环境工程和科学领域起初源于对室外环境的热爱。他还是一名狂热的垂钓者和徒步旅行者。虽然他现在年事已高，但早在 1966 年还是一名大学生的时候，初次接触 Fortran 编程就迷上了计算。现在，他真正感觉到，应该将对数学、科学和计算的热爱与对自然界的激情融合在一起。另外，他还感觉到应该通过教学和写作与其他人分享这一切！

除了对专业感兴趣外，Steven 还喜爱艺术、音乐(尤其是古典音乐、爵士乐和蓝草音乐)以及阅读历史书籍。

如果希望与 Steven 取得联系，或更多地了解他，可以访问他的主页 <http://engineering.tufts.edu/cee/people/chapra/> 或通过邮箱 steven.chapra@tufts.edu 与他联系。

# 献词

献给  
我的兄弟，  
约翰和鲍勃·查普拉

以及  
弗雷德·贝格(Fred Berger)(1947-2015)

他是我的一个好朋友，一个很好的人。  
是我的战友，他将工程的光明  
带到世界的一些相对黑暗的角落。

# 致 谢

McGraw-Hill 团队中有好几名成员为本书做出了贡献。特别要感谢 Jolynn Kilburg、博士 Thomas Scaife 和 Chelsea Haupt, 以及 Jeni McAtee, 感谢他们的鼓励、支持和指导。

在本书的出版过程中, MathWorks 公司的员工真正表现出他们的才能, 以及他们对工程和科学教育的强烈责任感。尤其是 MathWorks 公司的图书策划 Naomi Fernandes, 他为本书的出版给予了特别的帮助, 并且要特别感谢 MathWorks 技术支持部门的 Jared Wasserman, 他对技术问题提供了很大的帮助。

由于伯杰家族(Berger family)的慷慨, 为我提供了良机, 让我能够参与像本书这样与工程和科学相关书籍的创新性项目。此外, 我要感谢塔夫茨大学的同事, 尤其是 Masoud Sanayei、Babak Moaveni、Luis Dorfmann、Rob White、Linda Abriola 和 Laurie Baise, 他们给予了我莫大的支持和帮助。

一些同事也提出了重要的建议。特别是 Dave Clough(科罗拉多州-博尔德大学)和 Mike Gustafson(杜克大学), 他们提供了宝贵的意见和建议。此外, 一些审稿人提供了有用的反馈意见和建议, 包括 Karen Dow Ambtman(阿尔伯塔大学)、Jalal Behzadi(沙希德·查兰大学)、Eric Cochran(爱荷华州立大学)、Frederic Gibou(加利福尼亚大学圣巴巴拉分校)、Jane Grande-Allen(莱斯大学)、Raphael Haftka(佛罗里达大学)、Scott Hendricks(弗吉尼亚理工大学)、Ming Huang(圣地亚哥大学)、Oleg Igoshin(莱斯大学)、David Jack(贝勒大学)、Se Won Lee(韩国成均馆大学)、Clare McCabe(范德堡大学)、Eckart Meiburg(加州大学圣巴巴拉分校)、Luis Ricardez(滑铁卢大学)、James Rottman(加利福尼亚大学圣地亚哥分校)、Bingjing Su(辛辛那提大学)、Chin-An Tan(韦恩州立大学)、Joseph Tipton(埃文斯维尔大学)、Marion W. Vance(亚利桑那州立大学)、Jonathan Vande Geest(亚利桑那大学)、Leah J. Walker(阿肯色州立大学)、Qiang Hu(亨茨维尔的阿拉巴马州大学)、Yukinobu Tanimoto(塔夫茨大学)、Henning T. Søgaard(奥胡斯大学)和 Jimmy Feng(不列颠哥伦比亚大学)。

应该强调的是, 尽管我从上面提到的每个人那里都得到了有益的建议, 但是我认为, 您很有可能还会发现书中存在不准确或错误的地方, 如果发现任何错误, 可以通过电子邮件联系我。

最后, 我要感谢我的家庭, 尤其是我的妻子 Cynthia, 感谢她在本书编写过程中一直以来给予的关爱、耐心和支持。

Steven C. Chapra

塔夫斯大学

梅德福, 马萨诸塞州

steven.chapra@tufts.edu

# 前 言

本书的设计目标是满足一个学期的数值方法课程。对于希望学习和应用数值方法来解决工程与科学问题的学生来讲，本书正是为他们而编写的。同样，这些方法是由实际问题而不是由数学理论来驱动的。本书同时提供了足够的理论，可以让学生对这些方法及其不足有深入的认识。

MATLAB 为该课程提供了一个非常棒的环境。尽管还可以选择其他的环境(如 Excel/VBA、Mathcad)或语言(如 Fortran 90、C++)，但就目前来说，方便的编程特性与强大的内置数值函数的完美结合让我们选择了 MATLAB。一方面，MATLAB 的 M 文件编程环境可以让学生以结构化和一致的方式适度地实现一些高级算法。另一方面，MATLAB 的内置数值函数增强了学生的能力，让他们可以求解更加困难的问题，而不用试着“重复一些简单的问题”。

本书在第 4 版中保留了第 3 版的基本内容、组织结构和教学原理。特别是，第 4 版特意保留了会话式的写作风格，使得本书深入浅出，易于阅读。本书试图直接与读者对话，并有意设计，旨在成为自学的工具书。

也就是说，这个版本与之前的版本相比，在三个方面有所不同：(1)新材料；(2)新增习题以及修订的习题；(3)新增了介绍 Simulink 的附录 C。

(1) 新内容。在一些主题中，增加了一些新内容，并增强介绍了一些章节。补充的主要内容包括一些先前版本中未提到的 MATLAB 函数(如 `fsolve`、`integrated`、`bvp4c`)，在积分和优化问题方面，一些蒙特卡罗方法的新应用，以及 MATLAB 将参数传递给函数的新方法。

(2) 新增习题。既修改了章末的大部分习题，也新增了各种新习题。特别是，已经做出了努力，在每一章中包含若干比前一版更具挑战性和更困难的新习题。

(3) 新增关于 Simulink 的简短入门介绍，让学生在阅读这个课题之前，先阅读这个入门介绍。虽然我知道一些教授可能不会选择教授 Simulink，但是我将这个内容涵盖在本书内，旨在作为讲解该内容的教学辅助手段。

除了增加这些习题和材料之外，第 4 版与第 3 版非常相似。尤其是，尽可能地保留大多数有益于增强教学效果的优秀特征，包括广泛地使用实例演示以及工程和科学应用案例。与前一版一样，本书同样尽可能地满足学生的使用需求。为此，本书努力做到让解释更直接、更实用。

尽管本书的基本目的是增强学生的能力，让他们能够更好地进入数值问题求解领域，但是还有一个目的就是让学生在学习时感到激动和愉悦。我相信积极主动的学生会喜爱工程与科学、问题求解、数学，当然还有编程，他们最终会获得更好的职业。如果本书能够培养他们对这些主题的激情和兴趣，那么我认为这种努力就取得了成功。

# 目 录

## 第1部分 建模、计算机与误差分析

### 第1章 数学建模、数值方法与问题

求解	3
提出问题	3
1.1 一个简单的数学模型	4
1.2 工程与科学中的守恒律	10
1.3 本书中涉及的数值方法	13
1.4 案例研究	15
1.5 习题	17

### 第2章 MATLAB 基础

提出问题	29
2.1 MATLAB 环境	30
2.2 赋值	31
2.2.1 标量	31
2.2.2 数组、向量和矩阵	33
2.2.3 冒号操作符	35
2.2.4 linspace 和 logspace 函数	36
2.2.5 字符串	36
2.3 数学运算	38
2.4 使用内置函数	42
2.5 绘图	45
2.6 其他资源	49
2.7 案例研究：探索性数据分析	49
2.8 习题	51

### 第3章 编写 MATLAB 程序

提出问题	59
3.1 M 文件	60
3.1.1 脚本文件	60
3.1.2 函数文件	61

3.1.3 变量的作用域	63
3.1.4 全局变量	64
3.1.5 子函数	66
3.2 输入/输出	67
3.3 结构化编程	71
3.3.1 决策	71
3.3.2 循环	79
3.3.3 动画	83
3.4 嵌套与缩进	85
3.5 将函数传入 M 文件	88
3.5.1 匿名函数	88
3.5.2 函数函数	89
3.5.3 传递参数	92
3.6 案例研究：蹦极运动员的速度	93
3.7 习题	97

### 第4章 舍入与截断误差

提出问题	111
4.1 误差	112
4.1.1 准确度与精度	112
4.1.2 误差定义	113
4.1.3 迭代计算的计算机算法	116
4.2 舍入误差	118
4.2.1 计算机中数的表示	118
4.2.2 计算机中数的算术运算	123
4.3 截断误差	125
4.3.1 泰勒级数	125
4.3.2 泰勒级数展开的余项	129
4.3.3 用泰勒级数估计截断误差	131
4.3.4 数值差分	132

4.4 总数值误差 ..... 136 4.4.1 数值微分的误差分析 ..... 137 4.4.2 数值误差的控制 ..... 139 4.5 粗差、模型误差和 数据不确定性 ..... 140 4.5.1 粗差 ..... 140 4.5.2 模型误差 ..... 141 4.5.3 数据不确定性 ..... 141 4.6 习题 ..... 141	7.2.1 黄金分割搜索 ..... 217 7.2.2 抛物线插值 ..... 222 7.2.3 MATLAB 函数: fminbnd ..... 224 7.3 多维最优化 ..... 225 7.4 案例研究: 平衡与 极小势能 ..... 227 7.5 习题 ..... 229
<b>第 II 部分 求根与最优化</b>	
<b>第 5 章 求根: 划界法 ..... 149</b>	
提出问题 ..... 149	
5.1 工程和科学领域中的 求根问题 ..... 150	
5.2 图形法 ..... 151	
5.3 划界法与初始猜测值 ..... 153	
5.4 二分法 ..... 157	
5.5 试位法 ..... 163	
5.6 案例研究: 温室气体与 雨水 ..... 166	
5.7 习题 ..... 169	
<b>第 6 章 方程求根: 开方法 ..... 177</b>	
6.1 简单不动点迭代 ..... 178	
6.2 牛顿-拉弗森方法 ..... 182	
6.3 割线法 ..... 187	
6.4 布伦特法 ..... 189	
6.4.1 逆二次插值 ..... 189	
6.4.2 布伦特法算法 ..... 191	
6.5 MATLAB 函数: fzero ..... 193	
6.6 多项式 ..... 195	
6.7 案例研究: 管道摩擦力 ..... 198	
6.8 习题 ..... 202	
<b>第 7 章 最优化 ..... 213</b>	
提出问题 ..... 213	
7.1 简介与背景 ..... 214	
7.2 一维最优化 ..... 216	
<b>第 III 部分 线性方程组</b>	
<b>第 8 章 线性代数方程和矩阵 ..... 245</b>	
提出问题 ..... 245	
8.1 矩阵代数概述 ..... 247	
8.1.1 矩阵符号 ..... 247	
8.1.2 矩阵的运算规则 ..... 249	
8.1.3 将线性代数方程组表示成 矩阵形式 ..... 256	
8.2 用 MATLAB 求解线性 代数方程组 ..... 257	
8.3 案例研究: 电路中的 电流和电压 ..... 258	
8.4 习题 ..... 262	
<b>第 9 章 高斯消元法 ..... 269</b>	
9.1 求解小型方程组 ..... 270	
9.1.1 绘图法 ..... 270	
9.1.2 行列式和克拉默法则 ..... 271	
9.1.3 未知数消元法 ..... 274	
9.2 朴素高斯消元法 ..... 275	
9.2.1 MATLAB M 文件: GaussNaive ..... 278	
9.2.2 运算次数 ..... 279	
9.3 选主元 ..... 281	
9.3.1 MATLAB M 文件: GaussPivot ..... 283	
9.3.2 用高斯消元法计算 行列式 ..... 284	
9.4 三对角方程组 ..... 285	

9.5 案例研究: 热杆模型 .....	287	12.3 案例研究: 化学反应 .....	343
9.6 习题 .....	290	12.4 习题 .....	345
<b>第 10 章 LU 分解 .....</b>	<b>297</b>	<b>第 13 章 特征值 .....</b>	<b>351</b>
10.1 LU 分解概述 .....	298	提出问题 .....	351
10.2 高斯消元法与 LU 分解 .....	299	13.1 数学背景 .....	352
10.2.1 使用选主元的 LU 分解 .....	302	13.2 物理背景 .....	356
10.2.2 MATLAB 函数: lu .....	304	13.3 幂方法 .....	358
10.3 楚列斯基分解 .....	305	13.4 MATLAB 函数: eig .....	360
10.4 MATLAB 的左除运算 .....	308	13.5 案例研究: 特征值与 地震 .....	362
10.5 习题 .....	308	13.6 习题 .....	364
<b>第 11 章 矩阵求逆和条件数 .....</b>	<b>311</b>	<b>第 IV 部分 曲线拟合</b>	
11.1 矩阵的逆 .....	311	<b>第 14 章 线性回归 .....</b>	<b>373</b>
11.1.1 逆矩阵的计算 .....	311	提出问题 .....	373
11.1.2 激励-响应计算 .....	313	14.1 统计学回顾 .....	374
11.2 误差分析和方程组的 条件数 .....	315	14.1.1 描述统计学 .....	375
11.2.1 向量和矩阵 范数 .....	316	14.1.2 正态分布 .....	377
11.2.2 矩阵条件数 .....	317	14.1.3 用 MATLAB 计算描述 统计学量 .....	378
11.2.3 用 MATLAB 计算 范数和条件数 .....	319	14.2 随机数和模拟 .....	380
11.3 案例研究: 室内空气 污染 .....	320	14.2.1 MATLAB 函数: rand .....	380
11.4 习题 .....	323	14.2.2 MATLAB 函数: randn .....	383
<b>第 12 章 迭代法 .....</b>	<b>329</b>	14.3 线性最小二乘回归 .....	384
12.1 线性方程组: 高斯-赛德尔 .....	329	14.3.1 “最佳”拟合条件 .....	385
12.1.1 收敛性与对角占优 .....	332	14.3.2 直线的最小二乘拟合 .....	386
12.1.2 MATLAB M 文件: GaussSeidel .....	332	14.3.3 线性回归误差的量化 .....	388
12.1.3 松弛法 .....	333	14.4 非线性关系的线性化 .....	392
12.2 非线性方程组 .....	335	14.5 计算机应用 .....	396
12.2.1 逐次代换法 .....	336	14.5.1 MATLAB M 文件: linregr .....	396
12.2.2 牛顿-拉弗森方法 .....	337	14.5.2 MATLAB 函数: polyfit 和 polyval .....	398
12.2.3 MATLAB 函数: fsolve .....	342	14.6 案例研究: 酶动力学 .....	398
		14.7 习题 .....	402

<b>第 15 章 一般线性最小二乘回归和非线性回归</b>	413	17.3 拉格朗日插值多项式	470
15.1 多项式回归	413	17.4 逆插值	473
15.2 多重线性回归	416	17.5 外插值和振荡	474
15.3 一般线性最小二乘回归	419	17.5.1 外插值	474
15.4 QR 分解与反斜杆运算符	421	17.5.2 振荡	476
15.5 非线性回归	422	17.6 习题	478
15.6 案例研究: 实验数据拟合	424	<b>第 18 章 样条和分段插值</b>	485
15.7 习题	427	18.1 样条导论	485
<b>第 16 章 傅里叶分析</b>	435	18.2 线性样条	487
提出问题	435	18.3 二次样条	490
16.1 使用正弦函数进行曲线拟合	436	18.4 三次样条	493
16.2 连续傅里叶级数	442	18.4.1 三次样条的推导	494
16.3 频域和时域	444	18.4.2 边界条件	497
16.4 傅里叶积分和变换	447	18.5 MATLAB 中的分段线性插值	498
16.5 离散傅里叶变换(DFT)	447	18.5.1 MATLAB 函数: spline	499
16.5.1 快速傅里叶变换(FFT)	449	18.5.2 MATLAB 函数: interp1	500
16.5.2 MATLAB 函数: fft	450	18.6 多维插值	502
16.6 功率谱	452	18.6.1 双线性插值	503
16.7 案例研究: 太阳黑子	453	18.6.2 MATLAB 中的多维插值	504
16.8 习题	455	18.7 案例研究: 传热	505
<b>第 17 章 多项式插值</b>	459	18.8 习题	508
提出问题	459	<b>第 V 部分 积分与微分</b>	
17.1 插值法导论	460	<b>第 19 章 数值积分公式</b>	519
17.1.1 确定多项式的系数	461	提出问题	519
17.1.2 MATLAB 函数: polyfit 和 polyval	462	19.1 导论和背景	520
17.2 牛顿插值多项式	463	19.1.1 什么是积分	520
17.2.1 线性插值	463	19.1.2 工程和科学中的积分	521
17.2.2 二次插值	465	19.2 牛顿-科特斯公式	523
17.2.3 牛顿插值多项式的一般形式	466	19.3 梯形法则	524
17.2.4 MATLAB M 文件: Newtint	469	19.3.1 梯形法则的误差	525
		19.3.2 复合梯形法则	527
		19.3.3 MATLAB M 文件: trap	529

19.4 辛普森法则 ..... 530	21.2 高精度微分公式 ..... 585
19.4.1 辛普森 1/3 法则 ..... 531	21.3 理查森外推法 ..... 588
19.4.2 复合辛普森 1/3 法则 ..... 532	21.4 不等距数据的导数 ..... 589
19.4.3 辛普森 3/8 法则 ..... 534	21.5 含误差数据的导数与 积分 ..... 590
19.5 高阶牛顿-科特斯公式 ..... 536	21.6 偏导数 ..... 591
19.6 非等距积分 ..... 537	21.7 用 MATLAB 计算数值 微分 ..... 592
19.6.1 MATLAB M 文件: trapuneq ..... 537	21.7.1 MATLAB 函数: diff ..... 592
19.6.2 MATLAB 函数: trapz 和 cumtrapz ..... 538	21.7.2 MATLAB 函数: gradient ..... 594
19.7 开型方法 ..... 540	21.8 案例研究: 向量场的 可视化 ..... 596
19.8 多重积分 ..... 541	21.9 习题 ..... 597
19.9 案例研究: 用数值积分 计算功 ..... 543	
19.10 习题 ..... 546	
<b>第 20 章 函数的数值积分 ..... 555</b>	<b>第 VI 部分 常微分方程</b>
20.1 导论 ..... 555	<b>第 22 章 初值问题 ..... 613</b>
20.2 龙贝格积分 ..... 556	提出问题 ..... 613
20.2.1 理查森外推法 ..... 556	22.1 概述 ..... 614
20.2.2 龙贝格积分公式 ..... 558	22.2 欧拉法 ..... 615
20.3 高斯求积 ..... 561	22.2.1 欧拉法的误差分析 ..... 617
20.3.1 待定系数法 ..... 562	22.2.2 欧拉法的稳定性 ..... 618
20.3.2 两点高斯-勒让德 公式的推导 ..... 563	22.2.3 MATLAB 的 M 文件 函数: eulode ..... 619
20.3.3 更多点的公式 ..... 566	22.3 欧拉法的改进 ..... 620
20.4 自适应求积分 ..... 567	22.3.1 休恩法 ..... 620
20.4.1 MATLAB 的 M 文件: quadadapt ..... 567	22.3.2 中点方法 ..... 624
20.4.2 MATLAB 函数: integral ..... 570	22.4 龙格-库塔方法 ..... 625
20.5 案例研究: 均方根电流 ..... 570	22.4.1 二阶龙格-库塔方法 ..... 626
20.6 习题 ..... 574	22.4.2 古典四阶龙格-库塔 方法 ..... 627
<b>第 21 章 数值微分 ..... 581</b>	22.5 方程组 ..... 630
提出问题 ..... 581	22.5.1 欧拉法 ..... 630
21.1 导论和背景 ..... 582	22.5.2 龙格-库塔方法 ..... 631
21.1.1 什么是微分 ..... 582	22.5.3 MATLAB 的 M 文件 函数: rk4sys ..... 633
21.1.2 工程和科学中的微分 ..... 583	22.6 案例研究: 捕食者-猎物 模型与混沌 ..... 635

22.7 习题 .....	639	24.1.1 什么是边值问题 .....	680
<b>第 23 章 自适应方法和刚性方程组 .....</b>		24.1.2 工程和科学中的边值问题 .....	681
23.1 自适应龙格-库塔方法 .....	647	24.2 打靶法 .....	684
23.1.1 求解非刚性方程组的 MATLAB 函数 .....	649	24.2.1 导数边界条件 .....	686
23.1.2 事件 .....	653	24.2.2 非线性 ODE 的打靶法 .....	688
23.2 多步方法 .....	655	24.3 有限差分法 .....	690
23.2.1 非自启动休恩法 .....	655	24.3.1 导数边界条件 .....	692
23.2.2 误差估计 .....	658	24.3.2 非线性 ODE 的有限差分法 .....	694
23.3 刚性 .....	659	24.4 MATLAB 函数: bvp4c .....	696
23.4 MATLAB 应用: 带绳索的蹦极运动员 .....	664	24.5 习题 .....	698
23.5 案例研究: 普林尼的间歇式喷泉 .....	665	<b>附录 A MATLAB 内置函数 .....</b>	
23.6 习题 .....	669	707	
<b>第 24 章 边值问题 .....</b>		<b>附录 B MATLAB 的 M 文件函数 .....</b>	
提出问题 .....	679	709	
24.1 导论和背景 .....	680	<b>附录 C Simulink 简介 .....</b>	
		711	

# 第 | 部 分

## 建模、计算机与误差分析

### 动机

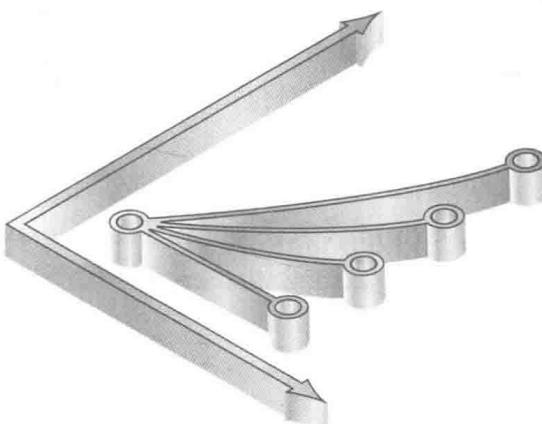
数值方法是什么，为什么要学习数值方法呢？

数值方法(numerical method)是用公式表示数学问题以便可以用算术和逻辑运算解决这些问题的技术。这是因为数字计算机擅长于执行算术和逻辑这类运算。有时，数值方法也称为计算机数学(computer mathematics)。

在计算机出现以前，实现这类计算的时间和代价严重地限制了它们的实际应用。然而，随着快速、廉价的数字计算机的出现，数值方法在工程和科学问题求解中的应用正呈爆炸式发展。由于数值方法在我们的工作中发挥着如此突出的作用，笔者相信数值方法应该成为每个工程师和科学家基础教育的一部分。正如在数学和科学的其他领域中，我们所有的人都必须具有坚实的基础一样，对于数值方法，我们也应该有一个基本的理解。尤其是对数值方法的长处和不足，我们应该有一个清楚的认识。

除了对整体教育有用之外，对于为什么应该学习数值方法，还有一些其他的理由：

(1) 数值方法能够极大地覆盖所能解决的问题类型。它们能够处理大型方程组(system of equations)、非线性和复杂几何等问题，这些在工程和科学领域中是普遍的，但用标准的微积分通过解析方法求解是不可能的。因此，学习数值方法通常可以增强问题求解技能。



(2) 数值方法可以让用户更加智慧地使用“封装过的”软件。在你的职业生涯中，总会有机会使用涉及数值方法的、经过预打包的商用计算机程序。如果对这些方法背后的基本理论有所理解，那么就可以聪明地使用这些程序。如果缺少对基本理论的理解，那么就只能把这些软件包看作“黑盒”，因此就会对内部的工作机理和它们产

生结果的优劣缺少必要的了解。

(3) 很多问题不能用封装的程序解决。如果熟悉数值方法并擅长于计算机编程的话，那么就可以设计自己的程序来解决问题，而不必购买或租用昂贵的软件。

(4) 数值方法是学习使用计算机的有效载体。因为数值方法是专门设计用于计算机实现的，对于展示计算机的强大和不足是非常理想的。当你成功地在计算机上实现了数值方法，然后将它们应用于求解其他难以处理的问题时，就可以极大地展示计算机如何为你的职业发展服务了。同时，你还会学习如何认识和控制逼近误差，这是大规模(large-scale)数值计算的组成部分，也是大规模数值计算面临的最大问题。

(5) 数值方法提供了一个能够增强对数学理解的平台。因为数值方法的一个功能是将数学从更高级的表示归约为基本的算术操作，这样就可以抓住一些非常晦涩的主题的核心(nuts and bolts)。从这个独特的角度可以让我们提高对数学问题的理解和认知。

如果将这些原因作为学习的动机，那么我们现在就可以开始去理解数值方法和数字计算机是如何共同作用来获得数学问题的可靠解的。本书剩余部分的任务就是要解决这个问题。

## 内容组织

本书分为六大部分。后五部分专注于数值方法的主要领域。尽管我们急于直接跳到这些部分，但第 I 部分的 4 章内容涉及一些关键的背景知识。

第 1 章给出了一个具体例子，说明如何将数值方法用于求解实际问题。为此，我们为自由落体蹦极运动员(bungee jumper)建立了一个数学模型。该模型基于牛顿第二定律，其结果是一个常微分方程(ordinary differential equation)。首先使用微积分(calculus)建立了闭型解(closed-form solution)，然后说明了如何用一种简单的数值方法生成与此相当的解。最后，我们对第 II~第 VI 部分所涉及的数值方法的主要领域进行了概述。

第 2 和第 3 章介绍了 MATLAB 的软件环境。第 2 章介绍了运行 MATLAB 的标准方式，即所谓的计算器模式(calculator mode)或命令模式(command mode)。在该模式下，每次输入一个命令，然后 MATLAB 执行该命令，如此反复。这种交互模式提供了一种使用 MATLAB 环境的直接方式，并可以演示如何用它实现一般的操作，如执行计算和生成图形。

第 3 章介绍了 MATLAB 的编程模式(programming mode)，用示例说明了如何利用这个平台将单个命令组织成算法。因此，我们的意图是要说明如何将 MATLAB 作为一个方便的编程环境以开发自己的软件。

第 4 章介绍了误差分析这个重要的主题，为了有效地使用数值方法，必须理解误差分析。该章前半部分集中介绍了舍入误差(roundoff error)，舍入误差是由于数字计算机不能准确地表示某些值而引起的；后半部分讨论了截断误差(truncation error)，截断误差缘于用近似数学过程代替精确数学过程。