

清华大学电气工程系列教材

现代电力系统模拟技术

Simulation Technology for Modern Power System

毕大强 陈永亭 编著

Bi Daqiang Chen Yongting

非
外
借

清华大学出版社

清华大学电气工程系列教材

现代电力系统模拟技术

Simulation Technology for Modern Power System

毕大强 陈永亭 编著

Bi Daqiang Chen Yongting

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是作者长期从事电力系统动态模拟和近年新能源发电模拟技术研究的总结,是一部系统论述现代电力系统模拟技术的著作。全书共 13 章,主要包括电力系统模拟理论基础、同步发电机模拟、同步发电机励磁系统及负阻器模拟、原动机及调速器模拟、变压器模拟、输电线路模拟、电力系统负载模拟、电网电压故障模拟、风力发电模拟、光伏发电模拟、储能电池模拟、电力系统实时仿真模拟技术以及电力系统监控技术。

本书可作为电力系统及其自动化、新能源发电技术及相关专业的研究生教材,也可作为从事电力系统分析、新能源发电、微电网技术的专业技术人员的参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

现代电力系统模拟技术/毕大强,陈永亭编著. —北京:清华大学出版社,2018

(清华大学电气工程系列教材)

ISBN 978-7-302-46580-5

I. ①现… II. ①毕… ②陈… III. ①电力系统—系统仿真—高等学校—教材 IV. ①TM7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 030232 号

责任编辑:许 龙 赵从棉

封面设计:何凤霞

责任校对:赵丽敏

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京泽宇印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:11.75

字 数:382 千字

版 次:2018 年 1 月第 1 版

印 次:2018 年 1 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:35.00 元

产品编号:072253-01

清华大学电气工程系列教材编委会

主 任 曾 嵘

编 委 梁曦东 孙宏斌 夏 清

肖 曦 于歆杰 袁建生

赵 伟 朱桂萍

前言



电力系统的研究有理论分析和试验研究两种途径。理论分析能够阐明物质运动的基本规律,并探索新的原理和方法;试验研究可验证理论及探索未知规律,校验新设备并获得较全面及真实的第一手资料,它可以在实际电力系统中进行,也可以在电力系统模型上进行。电力系统动态模拟就是实际电力系统在实验室内的物理模拟,是研究电力系统的一种不可替代的方法。

清华大学电力系统动态模拟实验室自 1958 年成立以来,经过 60 多年的不断建设、改造和几代人的艰苦努力,从单一的交流系统的物理模拟发展到具有交直流混合系统的物理模拟、数字仿真、数模混合仿真、新能源发电及微电网等功能的综合大型模拟实验室。我们依托实验室不仅对电力系统开展了具有重大理论和应用价值的科研及开发工作,还发表了许多关于模拟理论方面的研究报告及论文,对我国模拟实验室的理论和应用提供了大量实验依据。

为了适应现代电力系统的发展,编写了本书,在总结传统电力系统的模拟理论基础上,增加了风力发电、光伏发电、储能、监控等内容,从而体现现代电力系统模拟的特点。

本书由毕大强和陈永亨共同编写而成,其中第 8~12 章由毕大强编写,第 1~7、13 章由陈永亨编写。在本书的编写过程中得到清华大学电机工程与应用电子技术系、电力系统及发电设备控制和仿真国家重点实验室、清华大学出版社等单位的大力支持,在此一并表示感谢;同时,对本书中所列参考文献的作者也表示由衷的感谢。

由于作者的水平和研究内容有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正,为发展现代电力系统模拟技术共同努力。可将问题和意见发至: bidaqiang@tsinghua.edu.cn。

编 者
2018 年 1 月

目 录

第 1 章 电力系统模拟理论基础	1
1.1 电力系统的研究方法	1
1.2 电力系统的研究工具	1
1.3 模拟理论的基本概念	3
1.4 相似定理	4
1.5 确立相似判据的方法	9
1.6 各种基本电路的相似判据	11
第 2 章 同步发电机模拟	17
2.1 同步发电机物理模拟的条件	17
2.2 模拟同步发电机设计方面的主要特点	18
2.3 模拟同步发电机的容量及改变容量对电机参数的影响	19
2.4 模拟比与标么值的关系	20
2.5 模拟同步发电机参数的调整方法	21
2.6 同步发电机模拟计算举例	22
2.7 模拟同步发电机的设计	25
2.7.1 模拟同步发电机的容量	25
2.7.2 模拟同步发电机的转速	26
2.7.3 模拟同步发电机的参数、时间常数和损耗	26
2.7.4 模拟同步发电机的无载特性及波形	27
2.7.5 模拟同步发电机的主要尺寸与参数关系	28
2.7.6 模拟同步发电机的结构	29
2.8 模拟同步发电机参数的实验测定方法	30

第 3 章 同步发电机励磁系统及负阻器模拟	41
3.1 励磁系统概述	41
3.2 励磁系统的模拟条件	43
3.3 并励励磁系统等值时间常数的计算	43
3.4 励磁机的模拟条件	45
3.5 励磁机模型	47
3.6 励磁调节器的接入条件	53
3.7 励磁调节器的数学模型	53
3.8 负阻器模拟	61
3.9 全数字式励磁系统实现	65
第 4 章 原动机及调速器模拟	67
4.1 原动机模拟的基本要求	67
4.2 原动机的转矩特性	68
4.3 直流拖动系统的基本特性	71
4.4 改变参数对直流拖动系统特性的影响	72
4.5 改变自均衡系数的几种方案	73
4.6 应用可控硅供电的原动机模拟方案	75
4.7 原动机转矩特性的测定	76
4.8 原动机的数学模型	76
4.8.1 汽轮机的数学模型	76
4.8.2 水轮机的数学模型	78
4.8.3 柴油机的数学模型	80
4.9 调速系统的数学模型	80
4.10 全数字化原动机及调速器实现	86
第 5 章 变压器模拟	87
5.1 模拟变压器的要求和条件	87
5.2 模拟变压器的特点	88
5.3 阻抗电压的计算	89
5.4 三绕组变压器及自耦变压器的阻抗计算及模拟	92
5.4.1 三绕组变压器	92
5.4.2 自耦变压器	94
5.5 变压器的连接	95
5.6 模拟变压器参数之间的矛盾问题和附加损耗问题	96
第 6 章 输电线路模拟	98
6.1 用分段等值链型电路模拟一定长度的实际线路	99
6.2 高压输电线路(原型)参数的分析及模拟参数的确定	101

6.3	线路模型中电感线圈设计实例	103
6.4	双回路输电线路非全相状态的模拟	107
6.5	等值链型电路所产生的误差	110
6.6	特高压长距离交流输电线路分布参数计算及线路模型	112
6.6.1	特高压输电线路分布参数的计算	112
6.6.2	单位长度对称分裂导线的电导	113
6.6.3	特高压长距离输电线路 π 型等值电路的建立	114
第 7 章	电力系统负载模拟	116
7.1	负载模拟的基本条件	116
7.2	电力系统负载的特性	116
7.3	电力系统动态负载模拟	123
7.3.1	电机类负载模拟	123
7.3.2	能量回馈式智能动态负载模拟器	124
第 8 章	电网电压故障模拟	127
8.1	新能源发电低电压穿越要求	127
8.1.1	风力发电低电压穿越要求	127
8.1.2	光伏发电低电压穿越要求	128
8.2	电网电压故障模拟方法	128
8.2.1	基于并联阻抗分压的电压故障模拟	128
8.2.2	基于改变变压器抽头的电压故障模拟	129
8.2.3	基于电力电子变换器的电压故障模拟	129
第 9 章	风力发电模拟	134
9.1	风速模拟	134
9.2	风力机模拟	136
9.2.1	风力机模型	136
9.2.2	机械传动轴模型	137
9.2.3	桨距角调节系统模型	138
9.3	永磁风力发电并网变流器控制	138
9.3.1	永磁风力发电系统结构	138
9.3.2	永磁风力发电并网变流器控制原理	139
9.4	双馈风力发电并网变流器控制	141
9.4.1	双馈风力发电系统结构	141
9.4.2	双馈风力发电并网变流器控制原理	141
第 10 章	光伏发电模拟	144
10.1	光伏电池模拟器的工作原理	144

10.1.1	光伏电池的输出特性	144
10.1.2	光伏电池的工作原理	146
10.2	光伏发电阵列的数学模型	147
10.2.1	光伏电池的工程模型	147
10.2.2	光伏阵列的数学模型	148
10.3	光伏电池模拟器的控制系统设计	149
10.3.1	光伏电池模拟器的系统结构	149
10.3.2	光伏电池模拟器的控制原理	149
10.4	光伏发电最大功率跟踪控制	150
10.4.1	扰动观察法	150
10.4.2	改进扰动观察法	151
10.5	光伏发电系统控制策略	154
第 11 章	储能电池模拟	156
11.1	电池模拟原理	156
11.2	钒电池	157
11.2.1	钒电池的工作原理	157
11.2.2	钒电池的数学模型	158
11.3	铅酸蓄电池	159
11.3.1	铅酸蓄电池的工作原理	159
11.3.2	铅酸蓄电池的数学模型	160
第 12 章	电力系统实时仿真模拟技术	163
12.1	半实物实时仿真技术	163
12.2	光伏发电硬件在环仿真系统	164
12.3	混合仿真技术	165
12.3.1	混合仿真原理	165
12.3.2	混合仿真流程	166
12.4	风力发电并网混合仿真系统	167
第 13 章	电力系统监控技术	169
13.1	动模数字主站系统	169
13.1.1	动模数字主站系统的设计原则	169
13.1.2	动模数字主站系统的配置	170
13.2	广域测量系统	171
13.2.1	动模实时动态监控系统	171
13.2.2	动模实验室 WAMS 的需求	172
13.2.3	动模实验室 WAMS 的结构	173
参考文献		176

第 1 章

电力系统模拟理论基础

1.1 电力系统的研究方法

电力系统的研究方法和其他技术科学领域一样,不外乎理论分析和试验研究两种途径。理论分析无疑是重要的,它能够阐明物质运动的基本规律,并探索新的原理和方法。但是由于电力系统的复杂性,仅靠理论分析难以得到全面的知识,因此必须与试验研究相结合。同时,有些新的原理和规律往往是在科学试验启发下总结出来的。总之,只有在不断地实践—认识—实践的过程中,才能不断有所发展和提高。

电力系统的试验可以在原型上进行,也可以在模型上进行。在原型上进行试验,能够获得比较全面和真实的第一手资料,这是十分可贵的。但是这种试验方法也有它的限制条件。进行现场试验无论在时间上或者经济上往往要花较大的代价,可能影响正常的生产,甚至引起系统故障。同时对一些比较严重性的试验项目(如短路、振荡、失步等),由于系统运行条件的限制未必都能进行。即使能够进行,也不一定能够进行多次重复性的试验。而这往往是深入分析和研究问题所必需的。然而,对于一些尚未建成的工程项目和系统则根本不具备现场试验的客观条件。由此可见,在模型上试验对电力系统的研究工作中具有十分重要的意义。

1.2 电力系统的研究工具

1. 电力系统动态模拟

利用相似理论建立起来的电力系统动态模拟(简称动模)基本属于物理模拟。动模不改变原型系统物理量的性质,只是它们的物理量大小不同,原型物理量与模型物理量的数量关系是由模拟比例尺确定的,因此它们之间有相同(或者相似)的物理过程。

动模反映的物理过程是直观真实的,可以对电力系统的许多特性和过程进行定性、定量分析,观测和发现人们还没有认识到的一些物理现象,并对它们进行物理研究。还可以直接在模拟系统中接入实际的保护和控制等装置,为新设备投入实际系统运行提供重要的试验依据,也可以作为培训人员以及教学基地。

当然,动模也存在一些局限之处:动模试验的设备规模不大,参数调整范围有限,难以进行高电压等级线路的电磁暂态分析,建立动模试验的投资巨大,建设周期也较长等。

虽然动模试验本身存在很多不足,但是目前它们在电力系统的科研和试验中仍发挥着不可替代的作用。在我国大的电力科研机构、电力设备制造企业以及一些有电力专业背景的高等院校均有不同规模的动模实验室。

2. 数模混合仿真系统

在数模混合仿真系统中,除电机等旋转元件用数字元件模拟外,其余元件基本上与动模采用的元件一致,但额定电压有较大差别,动模试验电压通常在 1kV 以上,而基于数字电机的数模混合仿真系统的试验电压通常在 100V 以下。

与动模相比,数模混合仿真系统使用的灵活性和研究范围都有了很大提高。其成熟产品对电力系统的实时仿真范围已经可以覆盖电力系统扰动的全过程,即电磁暂态过程、机电暂态过程以及动态过程。而早期对电力系统的实时仿真研究,电磁暂态过程通常由暂态网络分析仪(transient network analyzers, TNA)来完成,机电暂态过程及动态过程通常由动模来完成,可以说数模混合仿真系统同时兼有 TNA 和动模两者的功能。中国电力科学研究院于 1996 年从加拿大 TEQSIM 公司引进的仿真系统就属于典型的数模混合仿真系统。

数模混合仿真系统可进行大电网的规划设计、电力系统事故分析、系统调试等方面的试验研究工作,也可进行继电保护装置和控制装置的检测以及高压直流输电和柔性交流输电系统控制设备的开发、试验、调试等工作。

数模混合仿真系统的最大优点是数值稳定性好,仿真规模较大。线路、变压器等为模拟元件,它们与发电机等数字元件完全解耦。不过由于数据采集和交换、模型算法、并行处理器之间通信等因素的影响,系统仿真的规模和实时性还是受到了较大程度的限制。

3. 全数字实时仿真系统

随着微处理器和现代数字信号处理技术的发展,以及并行处理技术和电力系统并行算法的发展,仿真计算速度大大加快。20 世纪 90 年代初,加拿大的 RTDS 公司推出了国际上第一套商业化的电力系统实时数字仿真系统 RTDS。RTDS 采用并行处理的硬件结构和高速数字信号处理器,利用数学上可分割子系统的概念在各运算芯片或芯片组之间分配计算任务。各子系统之间的连接使用传输线模型或换流器模型。RTDS 的设计充分考虑了接口问题,提供数字、模拟信号的输入输出接口,增加了仿真系统在建立和使用上的灵活性。

继 RTDS 公司之后,法国电力公司 EDF、加拿大魁北克水电研究所的 TEQSIM 公司等也相继进行了实时数字仿真系统的开发和研制工作,都有自己的商业化产品。

4. 基于微机的实时仿真系统

以 RTDS 为代表的实时数字仿真系统得到了较为广泛的应用,但是这类数字实时仿真系统的硬件设备价格昂贵,投资和维护费用都比较高,并且随着所模拟系统规模的增长,用户就需要增加运算单元,投资随之增加;由于各并行处理器间的通信、数据交换及模型算法等各方面因素的影响,仿真规模大的时候容易造成数值计算的不稳定;基于处理器的并行技术,无法充分利用微处理芯片的最新成果,难以升级和扩展。

基于多处理器的全数字实时仿真系统的硬件成本太高,而微机的计算速度在大幅度提高,价格也在不断下降,这样为基于微机的电力系统实时数字仿真技术提供了广阔的发展空间。基于微机的实时数字仿真系统规模也在不断扩大,成本低廉,升级容易,具有良好的

扩展性和兼容性。

1.3 模拟理论的基本概念

模拟理论也叫作相似理论,它是研究各种自然现象相似必须满足什么条件的一门科学。它在各个科学领域中,有着广泛的应用。

最简单的相似是几何相似。例如,两个空间的几何轨迹若其所有坐标按同一比例缩小或放大,就可以实现二者的同轴相似。数学表达式为

$$f(x,y,z) = \phi\{m(x,y,z)\} \quad (1-1)$$

式中 m 是无量纲的比例系数。

如果不同坐标轴有不同比例尺,则称为异轴相似,其数学表达式为

$$f(x,y,z) = \phi\{m_x x, m_y y, m_z z\} \quad (1-2)$$

物理现象的相似,可以设想与几何相似一样。如果现象的参数之间存在着一定的比例关系,且具有同样的物理性质,则称为物理相似;如果现象的参数之间虽然存在着一定比例关系,但却有不同的物理性质,则称数学相似或类似。

之所以可以用一种物理现象模拟另一种物理现象,是由于自然界中有许多现象的运动规律可以用相同的微分方程式描述,这就提供了模拟的客观可能性。因此,当我们进行系统模拟时,往往从分析微分方程式入手,找出相似系统所应满足的相似判据。

从分析微分方程式中找到相似判据,这种方法看起来与数学分析和数学模拟似乎没有本质上的区别,实际上并非如此。数学分析和数学模拟是基于所研究的现象用微分方程式描述的程度,在数学分析和数学模拟过程中,没有考虑到或被忽略了的因素是不会自动出现的。而在物理模拟中,用微分方程式来确定相似判据,可以说只是一种工作程序而已。因为模型系统中所包含的信息(现象)比起用方程式所表示的规律来说要丰富得多。

例如,对励磁调节器模拟,用数学分析和数学模拟时,若所描述的微分方程式忽略了一些因素(如微分环节的时间常数,以及某些非线性因素),其结果也会丢失这些因素引起的过程。但在物理模拟中,只要模型如实地按物理相似构成,这种时滞和非线性因素的影响就会在试验过程中出现。通过试验,还可以反过来校验原始方程式所做的假定是否合理。

如果在试验时,接上真正的调节器或继电器,那么就全部取消了建立和求解或分析这些装置的复杂微分方程的问题。

与几何相似一样,物理相似也有同轴和异轴之分。例如对电压、电流和功率,采用缩小了的比例尺,而对时间和与时间有关的频率和角度采用 1 : 1 的比例,这就是异轴相似的情况。

若原型与模型的现象在时间和空间上都具有相似性,称为绝对相似,这是很难实现的,在实际上也是不必要的。根据研究的目的,对被研究现象的某些方面加以模拟,而其他过程可能不相似,只要它不影响所研究现象的过程就行,这称为局部模拟。例如模拟同步发电机中只考虑特性和参数的相似而不考虑电磁场的相似,这是局部模拟的例子。

若在进行模拟时,在某些假设的条件下对相似条件进行一些简化,而忽略了某些次要因素,称为近似模拟。

1.4 相似定理

1. 相似第一定理

相似第一定理是牛顿在 1686 年首先发现的,直到 1848 年,才被别尔特兰证明。相似第一定理的内容为:相似现象之间所具有的相似判据在数值上是相等的。

为了说明相似第一定理和表明相似判据的形式,可以采用下面力学的例子。

假定要使质量为 M_1 和 M_2 的两个系统受力后产生相似的运动,根据牛顿第二定律,对第一个系统,有

$$F_1 = M_1 \frac{d^2 l_1}{dt_1^2} \quad (1-3)$$

对第二个系统,有

$$F_2 = M_2 \frac{d^2 l_2}{dt_2^2} \quad (1-4)$$

根据相似的要求:两个系统的变量和参数,在整个过程中应保持一个不变的比例,因此

$$\frac{F_1}{F_2} = m_F; \quad \frac{M_1}{M_2} = m_M; \quad \frac{l_1}{l_2} = m_L; \quad \frac{t_1}{t_2} = m_T \quad (1-5)$$

将式(1-5)代入式(1-3)可以得到

$$F_2 = \frac{m_M m_L}{m_F m_T^2} M_2 \frac{d^2 l_2}{dt_2^2} \quad (1-6)$$

为了使两个系统相似,在质量、力、距离和时间的比例尺之间应存在着以下关系:

$$\frac{m_M m_L}{m_F m_T^2} = 1 \quad (1-7)$$

显然,系统本身的变量和参数之间也存在着同样的关系:

$$\frac{M_1 l_1}{F_1 t_1^2} = \frac{M_2 l_2}{F_2 t_2^2} = \dots = \frac{M_n l_n}{F_n t_n^2} \quad (1-8)$$

这个无量纲的比例就是力学系统的相似判据,它对于所有相似系统是相同的。把下标去掉,就可把它写成更一般的形式:

$$\Pi = \frac{Ml}{Ft^2} = \text{idem} \quad (1-9)$$

式中, idem 的意义是所有相似系统,这个比例在数值上是相等的。

由此可见,相似判据是由系统本身的变量和参数所组成的一个无量纲的比值。这个比值对所有相似系统应具有同样的数值。

2. 相似第二定理

相似第二定理又叫 Π 定理,是俄罗斯学者 A. 费捷尔曼于 1911 年导出的。 Π 定理指出:如何利用量纲分析找到描述一个物理现象的相似判据个数,并确定这些判据的表达式。

该定理的主要内容是:假设任一物理系统是由 n 个量纲不同的物理量所组成,这些物理量中有 k 个是互相独立的,另外 $n-k$ 个则是不独立的,则表示这一物理现象的方程式也可用 $n-k$ 个无量纲的量(通常写作 $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}$)完全地表达出来。现扼要论证如下:

假定过程的变量和参数之间的关系由下述方程决定:

$$F(j_1, j_2, \dots, j_n) = 0 \quad (1-10)$$

这个关系式对任何随意给定的单位系统都成立。我们可以选择关系式中部分物理量作基本单位。假定在参与物理过程的 n 个物理量中有 k 个是互相独立的基本物理量,则可以从关系式(1-10)中的诸物理量中选出 k 个物理量 j_q, j_r, j_s (假定 $k=3$) 并把它们构成一个新的基本单位函数:

$$j_i = j_q^{x_i} j_r^{y_i} j_s^{z_i} \quad (1-11)$$

把这个函数通除以式(1-10)中所有物理量得

$$f\left(\frac{j_1}{j_q^{x_1} j_r^{y_1} j_s^{z_1}}, \frac{j_2}{j_q^{x_2} j_r^{y_2} j_s^{z_2}}, \dots, 1, 1, \dots, \frac{j_n}{j_q^{x_n} j_r^{y_n} j_s^{z_n}}\right) = 0 \quad (1-12)$$

或者用 $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ 代表各个比值,写成

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, 1, 1, \dots, \Pi_n) = 0 \quad (1-13)$$

这样就得到了 Π 定理的正确表达式。式中 $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ 是一些无量纲的比例数,它们的值一般是不相等的,所以应当把它们当作某种变量看待,这些变量的数值决定着过程的进行情况。因此,它们能够描述系统的一些基本特性,只要把这些特性保持下来,就能达到相似。

在式(1-13)中出现了三个“1”,这是因为我们用了式(1-10)中的三个量作基本单位。显然

$$\frac{j_q}{j_q^{x_q} j_r^{y_q} j_s^{z_q}} = 1; \quad \frac{j_r}{j_q^{x_r} j_r^{y_r} j_s^{z_r}} = 1; \quad \frac{j_s}{j_q^{x_s} j_r^{y_s} j_s^{z_s}} = 1 \quad (1-14)$$

式(1-13)可以改写成

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-3}) = 0 \quad (1-15)$$

这样,联系 n 个表征被研究现象的物理量的方程式,可以用这些物理的 $n-k$ 个无量纲的比例数的关系式来代替。

在 $n-k$ 个相似判据中,由于它们结合在一个方程式中,因此,只有 $n-(k+1)$ 个是独立变量。这 $n-(k+1)$ 个变量确定之后,第 $n-k$ 个变量也就确定了。

因此,有 n 个物理量参与的过程的相似条件是 $n-(k+1)$ 个无量纲的比例数 Π (即相似判据)对模型和原型彼此相等。

当研究的问题过于复杂而无法建立描述其物理过程的方程式时,可用量纲分析法由量纲和谐的原理来推导相似判据。它不需要建立现象的方程式,只要确定有哪些物理量参与了研究的对象,以及知道这些量的单位系统的量纲就可以进行分析。

现实世界存在着众多的物理量,可以按其性质将这众多的物理量分成基本物理量(7个:长度 l 、质量 m 、时间 t 、电流 i 、热力学温度 T 、物质的量 n 、发光强度 I)和导出物理量,用来表示基本物理量的量纲称为基本量纲,表示导出物理量的量纲称为导出量纲。例如人们取“长度”“质量”“时间”为基本物理量,分别用 $[L]$ 、 $[M]$ 、 $[T]$ 表示它们的量纲,则速度、加速度等为导出物理量,相应的量纲可以写成 $[LT^{-1}]$ (m/s)、 $[LT^{-2}]$ (m/s²) 等。任何导出物理量的量纲都可以用基本物理量的量纲来表示,用基本量纲表示导出量纲的表达式称为量纲公式。

物理学中,选用质量的量纲 $[M]$ 、长度的量纲 $[L]$ 、时间的量纲 $[T]$ 为基本量纲时,称为质量系统;在工程学中,则用力的量纲 $[F]$ 、长度的量纲 $[L]$ 、时间的量纲 $[T]$ 为基本量纲,称为力量系统(绝对系统)。常用电气量的量纲表达式见表 1-1。

表 1-1 常用电气量的量纲表达式

名称	单位	符号	量纲
电动势	V	E	$M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}$
电荷	C	q	$M^{1/2} L^{1/2}$
电流	A	I	$M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$
阻抗	Ω	Z	LT^{-1}
电阻	Ω	R	LT^{-1}
电抗	Ω	X	LT^{-1}
电感	H	L	L
电容	F	C	$L^{-1} T^{-2}$
功率	V · A	S	$ML^2 T^{-3}$

必须指出的是,当应用 Π 定理以确定相似判据时,可以不必列出描述过程的方程式,这是它的优点之一。下面我们用具体例子来说明应用 Π 定理确定相似判据的方法。

例如要寻求 RL 电路的相似判据。这个电路的方程式是众所周知的,它可以写成

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \tag{1-16}$$

但是,现在假定我们并不知道这个方程式,而用下列函数代表:

$$f(j_1, j_2, \cdots, j_n) = f(u, i, R, L, t) = 0 \tag{1-17}$$

在这里有影响的物理量为

$$u, i, R, L, t, \quad \text{即} \quad n = 5$$

选出三个作为新单位:

$$i, R, t, \quad \text{即} \quad k = 3$$

根据 Π 定理可以写出

$$f\left(\frac{u}{i^{x_1} R^{y_1} t^{z_1}}, 1, 1, \frac{L}{i^{x_2} R^{y_2} t^{z_2}}, 1\right) = 0 \tag{1-18}$$

或者写成

$$\Pi_1 = \frac{u}{i^{x_1} R^{y_1} t^{z_1}} \tag{1-19}$$

$$\Pi_2 = \frac{L}{i^{x_2} R^{y_2} t^{z_2}} \tag{1-20}$$

为确定未知的指数 $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$, 把各参数的量纲表达式写出来进行比较:

$$\Pi_1 = \frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}}{(M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1})^{x_1} (LT^{-1})^{y_1} T^{z_1}} = 1 \tag{1-21}$$

$$\Pi_2 = \frac{L}{(M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1})^{x_2} (LT^{-1})^{y_2} T^{z_2}} = 1 \tag{1-22}$$

由式(1-21)得

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} = M^{\frac{1}{2}x_1} L^{\frac{1}{2}x_1+y_1} T^{-x_1-y_1+z_1} \tag{1-23}$$

由式(1-22)得

$$L = M^{\frac{1}{2}x_2} L^{\frac{1}{2}x_2+y_2} T^{-x_2-y_2+z_2} \tag{1-24}$$

比较相同符号的指数,可得

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x_1 \\ \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x_1 + y_1 \\ -2 = -x_1 - y_1 + z_1 \end{cases}, \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}x_2 \\ 1 = \frac{1}{2}x_2 + y_2 \\ 0 = -x_2 - y_2 + z_2 \end{cases}$$

解之得

$$\begin{aligned} x_1 &= 1, & y_1 &= 1, & z_1 &= 0 \\ x_2 &= 0, & y_2 &= 1, & z_2 &= 1 \end{aligned}$$

将以上各值代入式(1-19)、式(1-20)得相似判据

$$\Pi_1 = \frac{u}{iR}, \quad \Pi_2 = \frac{L}{Rt} \quad (1-25)$$

再以一个具有分布参数的输电线路为例,当在线路一端接入电压 u 时,线路暂态过程的方程式也是众所周知的:

$$CL \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (CR + LG) \frac{\partial u}{\partial t} + RG u = \frac{\partial^2 u}{\partial l^2} \quad (1-26)$$

式中, C, L, R, G 分别为在输电线路单位长度上的电容、电感、电阻与电导; l 为长度。

假定我们不知道上述方程式,而把它写成下列关系式:

$$f(C, L, R, G, u, l, t) = 0 \quad (1-27)$$

在这里有影响的物理量为

$$C, L, R, G, u, l, t, \quad \text{即} \quad n = 7$$

选出三个作为新单位

$$u, l, t, \quad \text{即} \quad k = 3$$

根据 Π 定理应有 $n-k=4$ 个相似判据,并可以写成

$$\begin{cases} \Pi_1 = \frac{C}{u^{x_1} l^{y_1} t^{z_1}}, & \Pi_2 = \frac{L}{u^{x_2} l^{y_2} t^{z_2}} \\ \Pi_3 = \frac{R}{u^{x_3} l^{y_3} t^{z_3}}, & \Pi_4 = \frac{G}{u^{x_4} l^{y_4} t^{z_4}} \end{cases} \quad (1-28)$$

把各参数的量纲表达式写出来并代入上式,就可以解出待定指数 $x_i, y_i, z_i (i=1, 2, 3, 4)$ 。这里必须注意,本例中所有线路参数是单位长度的参数。因此,从书上查出来的量纲必须乘以 L^{-1} 才是本例的量纲,例如查得 $R=LT^{-1}$,但在本例中应取 $R=LT^{-1} L^{-1}=T^{-1}$; 同样,有 $L=LL^{-1}=1, C=L^{-1}T^2L^{-1}=L^{-2}T^2, G=L^{-1}TL^{-1}=L^{-2}T$ 等。考虑到上述情况后就可以把 Π 的量纲表达式写出来:

$$\begin{cases} \Pi_1 = \frac{L^{-2}T^2}{(M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2})^{x_1} (L)^{y_1} (T)^{z_1}} \\ \Pi_2 = \frac{1}{(M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2})^{x_2} (L)^{y_2} (T)^{z_2}} \\ \Pi_3 = \frac{T^{-1}}{(M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2})^{x_3} (L)^{y_3} (T)^{z_3}} \\ \Pi_4 = \frac{L^{-2}T}{(M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2})^{x_4} (L)^{y_4} (T)^{z_4}} \end{cases} \quad (1-29)$$

比较相同符号的指数,可得

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2}x_1 \\ -2 = \frac{3}{2}x_1 + y_1 \\ 2 = -2x_1 + z_1 \end{cases}, \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}x_2 \\ 0 = \frac{3}{2}x_2 + y_2 \\ 0 = -2x_2 + z_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2}x_3 \\ 0 = \frac{3}{2}x_3 + y_3 \\ -1 = -2x_3 + z_3 \end{cases}, \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}x_4 \\ -2 = \frac{3}{2}x_4 + y_4 \\ 1 = -2x_4 + z_4 \end{cases}$$

分别求解以上四组联立方程式得

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, & y_1 &= -2, & z_1 &= 2 \\ x_2 &= 0, & y_2 &= 0, & z_2 &= 0 \\ x_3 &= 0, & y_3 &= 0, & z_3 &= -1 \\ x_4 &= 0, & y_4 &= -2, & z_4 &= 1 \end{aligned}$$

将所有的值代入式(1-28)中得

$$\begin{cases} \Pi_1 = \frac{Cl^2}{t^2}, & \Pi_2 = L \\ \Pi_3 = Rt, & \Pi_4 = \frac{Gl^2}{t} \end{cases} \quad (1-30)$$

以上四个判据进一步变换如下:

$$\begin{cases} \Pi'_1 = \frac{\Pi_1}{\Pi_4} = \frac{C}{Gt} \\ \Pi'_2 = \frac{\Pi_2}{\Pi_3} = \frac{L}{Rt} \\ \Pi'_3 = \Pi_3 \Pi_4 = GRl^2 \end{cases} \quad (1-31)$$

还可以把 Π_1 、 Π_2 、 Π_3 、 Π_4 组成另一个判据:

$$\Pi'_4 = \frac{\Pi_1 \Pi_2}{\Pi_3 \Pi_4} = \frac{CL}{RGt^2} \quad (1-32)$$

但这个判据不是独立的,只要其余三个判据已经确定,它也就确定了。

由此可见,根据相似第二定理完全可以确定相似判据的表达式和数目。但是这样做比较麻烦,因此,只是在描述系统方程式为未知情况下才使用这一定理。如果能够列出描述过程的微分方程式,则采用后面将要介绍的分析方程式的方法较为简便。

3. 相似第三定理

相似第一定理和相似第二定理规定了现象相似的一些性质,但并不是说满足这两条定理的现象就一定相似了,所以还必须补充相似第三定理。相似第三定理说明了现象相似的必要和充分条件。

相似第三定理的主要内容如下:如果现象的单值条件是相似的,并且由这些单值条件所组成的判据在数值上是相同的,则这些现象将是相似的。

属于单值条件的因素为系统的几何性质、介质的物理性质、起始条件和边界条件等。

除上述基本定理外,苏联莫斯科动力学院的 B. A. 维尼科夫又补充了一些适用于解决