

SHUXUE JIAOYU FAZHAN DE
GUOJI SHIYE

数学教育发展的 国际视野

王林全◎著



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS

SHUXUE JIAOYU FAZHAN DE
GUOJI SHIYE

数学教育发展的 国际视野

王林全◎著



暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS

中国·广州

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育发展的国际视野/王林全著. —广州:暨南大学出版社, 2017. 11
ISBN 978-7-5668-2095-2

I. ①数… II. ①王… III. ①数学教学—教学研究 IV. ①O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 071555 号

数学教育发展的国际视野

SHUXUE JIAOYU FAZHAN DE GUOJI SHIYE

著 者: 王林全

出 版 人: 徐义雄

责任编辑: 何镇喜 崔思远

责任校对: 黄志波 何利红 刘雨婷

责任印制: 汤慧君 周一丹

出版发行: 暨南大学出版社 (510630)

电 话: 总编室 (8620) 85221601

营销部 (8620) 85225284 85228291 85228292 (邮购)

传 真: (8620) 85221583 (办公室) 85223774 (营销部)

网 址: <http://www.jnupress.com>

排 版: 广州市天河星辰文化发展部照排中心

印 刷: 广州市穗彩印务有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 19.5

字 数: 395 千

版 次: 2017 年 11 月第 1 版

印 次: 2017 年 11 月第 1 次

定 价: 58.00 元

(暨大版图书如有印装质量问题, 请与出版社总编室联系调换)

自序

一、数学课程研究的意义

本书是对现代国内外基础教育领域的数学教育的制度、目标、课程、教学与评价,以及数学教育与社会文化、经济发展之间的关系等诸方面所进行的系统研究成果的反映。对 20 世纪中叶以来美国、加拿大、英国、爱尔兰、新加坡、韩国、俄罗斯、德国、澳大利亚、新西兰、以色列等 11 个发达国家与柬埔寨、尼泊尔 2 个发展中国家的基础教育阶段数学教育状况进行了研究,又对中国内地与港澳台地区的数学课程进行了系统的比较研究。同时,本书将评介美国提出的数学实践、数学建模等崭新理念,以及美国对几何变换的改革与创新;点评新加坡学生把图形计算器带进考场在考试中使用的情况,以及以色列提出的数学符号感的新观念。这些新理念的实施与效果,可以为深入研究该领域的发展提供重要的思路 and 参考。

希望本书对我国基础教育数学课程改革的深入发展以及对广大数学教师的职业发展有一定的指导意义。我们要用国际比较的眼光关注中小学数学课程的发展,从中找出对我国数学课程改革的有益的启示。

二、我国数学教育的长足进步

当前我国正在实施“十三五”教育发展规划,义务教育数学课程标准已经正式在全国实施,高中数学课程改革正在积极进行,世界各国数学教育家和数学教师们正在为下一代规划着面向 21 世纪的基础教育数学新课程。

近 20 年来,我国数学课程改革取得什么成就?还有什么不足?未来我国数学课程向何方发展?世界各国中小学数学课程改革对我国数学课程有何启示?我国数学教育界对外国同行的理论又有怎样的思考?这是当前我国数学教育工作者关心的热点问题,也是本书讨论的主要问题。

1. 中国数学教育在进步中

在一系列国际数学教育测试,如 TIMSS、PISA 等重要国际数学与科学比较研究中,中国参与测试学生的成绩令人瞩目。在国际中学生数学竞赛中,中国学生屡获殊荣,多次取得优异成绩。中国有关专家和教师正在积极设计面向未来的数学课程。中国的数学教育研究非常活跃,对中国学生数学学习规律的研究尤为引

人注目。我国数学教师在课堂上、在数学活动的组织中辛勤耕耘，总结出了许多行之有效的经验。例如，狠抓双基的经验，引导学生自主学习的经验，引导学生发现与创新的经验。这些研究都取得丰硕成果，也有待进一步整理发展成为理论。

2. 港大教授荣获数学教育国际大奖

2015年，“费赖登塔尔数学教育积累成果奖”由ICMI（国际数学教学协会）授予香港大学梁贯成教授，这是华人数学教育学者首次荣获数学教育国际大奖。梁贯成教授研究儒家文化圈对华人地区数学教育的影响，取得重要成果。

3. 数学课程建设取得显著成就

从20世纪末开始，我国已经为设计面向21世纪的数学课程而努力，义务教育数学标准以及高中新课标正在试验中，它们处于不断总结又不断修改与提高的过程中。教师以高涨的热情投入试验和改革中去。我国各级教育与教研部门，加强对学科教学的指导与管理，与教师一起，在实践中不断形成经验，发现与探索数学课程，探索教学与学习的规律。例如，义务教育数学课程标准突出了“参与数学活动的过程”，“获得基本的数学活动的经验”。我国数学家与数学课程专家史宁中（东北师范大学）、王尚志（首都师范大学）等教授对新课标的研究取得显著成绩，他们领导强有力的团队，编制了义务教育数学课程标准，对原有中小学数学课程标准的理念做了有效的补充与阐释，更新了原有内容，提出了一些精彩的想法，各地教研部门正在积极推行新课程的实验与研究。新课程的面貌焕然一新，我国数学新课程的中文版与英文版同时发行，引起各国同行的广泛关注。

4. 统一性与灵活性相结合

我国义务教育数学课程标准、高中数学课程标准能够顺利发展，其中一个原因是有国家教育部门统一领导，使课程实施过程步调一致，便于执行，既给全国数学教与学提供了方便，又能照顾地区差异。师生的个体差异得到适当引导，积极性得到充分发挥。当然，过分强调统一性也带来了一些负面影响，在一定程度上限制了数学教与学的灵活性，不利于发挥学习上的创造精神，不能反映地区差异，因而需要教研部门和教师的正面引导。我国数学课程规定了数学教师资格的认定，实现并贯彻了数学教师资格准入的质量标准，提高了数学教师资格准入的起点，使得教师的数学专业水平得到整体提高。近几年来，随着国家经济实力的加强，教师的专业水平提高得到了保证。这是我国近年数学教育实力发展的一个新标志。

5. 学段间需要协调发展

与一些发达国家相比，我国义务教育数学课程标准与高中数学课程标准尤其需要填平不同学段间的鸿沟，保证学生数学知识的连贯与协调发展。在学段的转折期间，尤其要注意衔接自然。以对数的发展认识为开始，从整数到有理数，从实数到复数，从代数到几何，前面的教学要为后续学段的教学做好铺垫，后面的

教学要对前段学习做好复习与回顾。如果铺垫不足,就会使学生的认知拐不过弯来,从而使学生的学习不能连贯协调;反之,如果缺少或者削弱复习环节,学生的学习又会遇到新障碍。例如,初中生学习因式分解时,最初只要求学生学会三个公式,即 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 。作为初中数学的入门教学,为了减轻学生的负担,还讲得过去。随着学生认知能力的增强,学生就会遇到较复杂的因式分解问题,如果初中生只学过这三个公式,到了高中显然就很不够了,需要在适当的时候予以补充。在什么时候补充?如何补充?针对问题,课程的专家与教材的专家应该及早协商,力求实现课程的无缝接轨。可见,完善我国数学课程的结构,是我国数学课程与教材建设的要事。

6. 内地港澳台四地:学对方长处,查自身不足

无论是中外数学课程的比较,或者是内地、香港、澳门、台湾四地的课程比较,都要坚持用实事求是的观点看问题。多看对方的长处,多找自己的不足,这有利于虚心学习,也有利于各方自身发展,从而促进我国内地与港澳台四地数学课程的协调发展,促进我国数学教育的繁荣昌盛。近年来,内地与港澳台四地的交流日益频繁,在历届国际数学教育大会上,“华人论坛”的组织与交流引人注目。我们期望内地与港澳台四地的交流进一步实现良性互动,促进内地与港澳台四地数学课程的健康发展。大陆与台湾方面,我们注意到两地的几何课程不乏共同点,欧几里得精神都得到尊重,推理论证都得到重视,在几何作图方面,双方要求都颇为严格,两地都要求表述规范。

在内地与香港比较方面,两地都强调数学的整体性,注意不同知识、不同方法的内在联系,是内地与香港地区高中数学必修课的亮点。例如,用归纳推理、演绎推理或解析方法,用三角函数解决平面几何问题;用数值符号或从图示角度阐释较复杂的代数关系;应用简单公式来建立及解答较深奥的概率问题等,使学生能看到不同领域的数学知识和方法之间的内在联系,从而领悟数学的统一性和整体性。内地高中数学必修课曾一度强调模块教学,对数学的整体性不够重视,在这方面香港课程设计给了我们有益的启示。内地与香港比较的另一方面是,内地数学课程理念改进、提法比较全面,涵盖课程观、教学观、学习观、技术观与评价观等多个方面,有针对性,能正面对待我国数学教育传统和时弊。内地要求学生了解命题、逆命题、否命题、逆否命题,理解充分条件、必要条件、充分必要条件,认识简



2008 年应邀访问美国重点课程出版社

单的逻辑连接词、全称量词与存在量词，应当是及时的。而香港只是在阐述一个齐次三元线性方程组什么时候有非平凡解，当且仅当它的系数矩阵为降秩矩阵时介绍充分必要条件。香港引入充分必要条件，似乎比内地晚一些。

内地与澳门代数学力要求的比较也给我们带来不少启示。例如，澳门注意从两个变量相互依赖的观点引入函数概念，为进一步的学习做好铺垫，既加强了数学建模观点的渗透，又降低了对反函数形式化表述的要求，这样做有利于减轻学生的学习负担。此外，内地与澳门数学课程交流频繁，人员来往也密切。内地为学生开设内容丰富的选修课，有利于开阔学生的数学视野；澳门注意统一要求，便于学生的复习与应考，给教学处理提供了许多方便。两地各有优缺点，彼此交流学习，有利于取长补短。

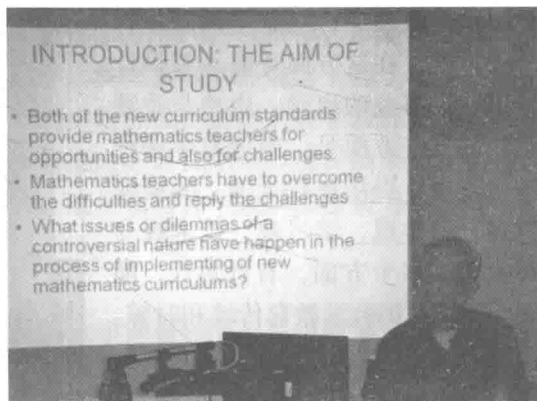
7. 向国外同行学习

在中外数学课程的比较研究中，要学习发达国家数学课程的先进理念。例如，美国《州共同核心数学标准》(CCSSM) 提出数学课程的一些理念，引起各国数学教育界的关注，其中“数学实践”的标准尤为突出。该标准提出了对“数学实践”的新认识，并大大扩展了其内涵。它不仅包含传统的动手操作与实践，还包含对数学智力活动的认识与体验。该标准认为，数学思考、数学问题解决也属于“数学实践”的范围。该标准扩展了对“数学实践”的认识，成为美国数学课程的核心理念。该标准结合高中生的数学与日常生活实际，列举了一系列高中数学教学的精彩范例，令国人大开眼界。

又如，新加坡允许学生携带图形计算器进入考场，并使用计算器参加升学考试，而且保证使用技术应考的学生在考试中不会吃亏。这种做法在我国当前暂未具备实施的条件。新加坡的这条规定，能鼓励师生在数学课内外使用技术，提高数学教学中的技术含量，促进数学



2008 年中美数学教育座谈会上与美国安娜教授（中）合照



2008 年在中美数学教育交流会上发言

教学质量的全面提高。

在澳大利亚,有关专家对本国数学课程的实施现状感到担忧。专家通过对 TIMSS (国际数学教育测试研究) 视频的分析,发现本国 8 年级学生数学的学习状况不能令人满意。例如数学课习题难度要求较低,方法简单,学生参与课堂活动的机会较少,教师在数学教学中联



2013 年与澳大利亚的中国留学生在一起

系现实生活的数学情境不足。因此,澳大利亚的专家建议给学生更多学习数学的机会,重新提出“学习机会均等”的口号,这就是:提高课堂教学质量,增强数学课的趣味性与挑战性,让更多孩子得到更多的机会学习数学。笔者认为澳大利亚自我批评的精神是值得学习的。

在一些发展中国家,如柬埔寨王国,为了提高数学课程的质量,向国际先进水平看齐,他们实行自编与合编相结合的数学课程研制,即九年义务教育数学课程由王国政府自编,高中数学课程则由王国政府与日本文化协会合编,王国政府认为这样做有利于吸收日本数学课程的一些优点。

笔者欣赏美国数学教学的研究成果;欣赏新加坡学者创造条件,允许图形计算技术用于考试,实现“笔算、器算、心算”平等对待;也欣赏澳大利亚同行能借助视频技术,自查数学课程实施的短板,提出克服数学短板的建议。柬埔寨自觉力量有限,外请高手部分参与课程研制,这不失为实事求是的办法。笔者相信,我国人才济济,关心课程改革高手甚多,只要教育部门虚心听取教师与专家的意见,我国数学课程改革定能取得满意的成绩。

三、课程在实践中发展

当前我国正在实施“十三五”教育发展规划,义务教育数学课程标准已经正式实施,高中数学课程改革正在积极进行,世界各国数学教育家和数学教师正在为下一代规划着面向 21 世纪的数学新课程。

1. 学习各国经验,宣传我国成就

1989—1990 年,笔者受广东省高教厅委托,以高级访问学者身份赴英国伦敦泰晤士大学等校进修,笔者在英国的导师是著名的数学教育专家 Leone Burton 教授。1990 年,又受美国伊利诺伊大学教授 Peter L. Glidden 的邀请,分别到美国伊利诺伊大学等名校访问。其中应邀到英国访问的大学还有英国伦敦泰晤士大学、格拉斯哥大学、东安格利亚大学、牛津大学、诺丁汉大学、巴斯大学、伦敦大学。到美国访问的大学包括伊利诺伊大学、伊利诺伊州立大学、中田纳西州立大学、美国休斯顿大学、阿拉斯加大学。在外进修期间,同时应邀访问两国中小

学,交流的项目包括:直接参与听课与评课,与教师、学生交流座谈,了解了有关美英数学教育改革的诸多信息。

在此期间,笔者还有幸受邀到英国、美国多所大学讲学,向师生介绍中国大中小学数学教育机制、中小学数学师资培训、学校数学课外活动、数学教学特点、学生数学学习的成绩与问题。笔者在国外访问期间,利用各种机会,与师生广泛交流,对美、英两国数学教育情况加深了解,也向外国友人介绍了中国数学教学的情况、经验和问题。正如张奠宙教授所说,“中国数学教育要走向世界”。笔者多次出访,打开了专业视野,看到各国数学教育正在发展,感到中外数学教育交流在逐步加强,也有机会宣传我国数学教育的进步与发展,与同行探讨当前数学教育发展的有关问题。

2. 参与国际交流, 开阔课程视野

笔者有机会参加一系列国际会议。例如,受邀参加第8届国际数学教育大会(ICME-8,西班牙塞维利亚,1996),这是笔者第一次受邀参加国际数学教育大会,会议规模之大令人颇为震撼;第9届国际数学教育大会(ICME-9,日本东京,2000),这是笔者第一次承担国际数学教育大会的工作,张奠宙教授是该届国际数学教育大会亚洲组组长,笔者担任该组副组长,得到不少锻炼。

在第10届国际数学教育大会(ICME-10,丹麦哥本哈根,2004)上,笔者提交的论文是介绍数学教师职业发展的专题,引起国际数学委员会的兴趣,所以受到国际数学教育委员会(ICMI)邀请,参加该委员会的第15次讨论会(ICMI-15 Studies,巴西圣保罗)。这是笔者首次应邀赴南美洲参加的小型的国际会议,参加该次国际会议的中国大陆代表就只有笔者一人。

在第11届国际数学教育大会(ICME-11,墨西哥蒙特雷,2008)上,笔者所提供的三篇论文都为大会接受,分别是《中国数学教师在职业发展中的需要》



2004年在丹麦哥本哈根向 ICME-10 报到



2008年与许世红博士(左)参加在墨西哥蒙特雷举行的 ICME-11 大会

《中国高中的几何教学的特点与问题》《中国仍然重视数学推理与证明——谈中国高中几何新课程》。在 ICME-11 上,笔者应邀分别到三个小组作了发言。有时一天内跑三个点,奔赴三个不同的小组,参加三个不同的专题讨论,与不同国家的专家交流,又可了解多国发展状况,从而得到国际交流的不同经验。



2008 年与苏洪雨博士(左)参加在墨西哥蒙

特雷举行的 ICME-11 大会

在第 12 届国际数学教育大会(ICME-12, 韩国首尔, 2012)中,笔者与法国教授科丽特·拉波特教授同时担任了“几何的教与学, TSG 10”的联合组长,直接参与了该讨论组的全部组织工作,包括征稿、收集稿件、稿件评审、决定论文发言等次:重点发言(45 分钟),一般发言(10 分钟),海报张贴(不安排口头发言,但需要回答读者的提问)。笔者所负责的 TSG 10 组,有三次小组讨论时间,笔者参加并主持讨论,最后笔者和拉波特教授一起写出本组的讨论纪要。

1998 年,笔者还应邀参加过第一届东亚国际数学教育研讨会,该研讨会于 1998 年在韩国庆州市举行,由中、日、韩三国专家联合负责。各专题小组分别由中、日、韩三国专家负责主持。笔者受邀参加东亚国家首次国际数学教育交流会,担任其中一个分组(数学的教与学)的联合组长。该次会议的主题是东亚数学教育的共同特点。经过讨论发现,亚洲各国中小学生的数学学习的共同特点是:勤奋好学、尊师爱生、重视计算、善用口算、利用算具等。东方数学教育的共同长处是,重视算理算法,这也是东方学校数学的共同优势。笔者在研讨会上做了题为“对数学师资培训的新认识”的发言。我国参加该次研讨会的人数众多,共有 15 人,说明我国数学教育开始大踏步走向世界,中国数学教师对参与国际数学教育研讨的兴趣逐年提高。



2012 年与袁智强博士(右)参加在韩国首尔举行的 ICME-12



2012 年与巴西教授在 ICME-12 大会上讨论问题

3. 制定国家标准, 投身课改实验

21 世纪以来, 各国数学教育面对的问题是“如何把学校数学带进 21 世纪”。世界上各主要国家的数学教育同行正在为此而奋斗。我国数学教育的同行开始了对面向 21 世纪数学课程的设计研究。2001—2004 年, 我国义务教育数学与高中数学课程标准分别启动。

笔者有幸受邀参加教育部义务教育课程标准、高中数学课程标准的设计研究工作, 受邀成为高中数学课程标准核心组成员。笔者多次赴京参与讨论, 包括研究课程标准的理念、结构, 设计必修课与选修课的内容与大纲。课程标准核心组包括了北京师范大学、华东师范大学、东北师范大学、首都师范大学、华南师范大学等高校和部分中小学教师, 还有人民教育出版社、北京师范大学出版社等有关方面的专家。经过近半年的共同努力, 拟定了《普通高中数学课程标准(实验稿)》, 于 2003 年由人民教育出版社出版。在这段时间, 笔者负责的任务是: ①确定课程标准理念以及实验内容实施; ②组织课程标准实验教材及其部分实验工作; ③组织第一批实验区, 就是三个省级单位——广东省、北京市、新疆维吾尔自治区, 以上省级单位都是承担第一批实验任务的单位, 都进入我国高中数学课程的第一批实验区。

笔者与广东省教育厅教研室、广州市教育局教研室等有关专家合作, 选定了实验学校与执行实验的教师, 选定了高中数学实验内容, 包括算法、概率统计、数学建模、导数与应用、矩阵与变换等。其中, 广东省高中新课程第一批实验区有广州、深圳、珠海三市, 广东省共有 11 所高中和职业中学参与试验, 承担第一批参与实验试点的优秀教师共有 11 人。

为了配合新课程的实验研究, 笔者受教育部的委托, 主编了供教师培训的数学实验教材, 同时到各有关学校听课与评课, 普及高中新课程的理念和要求。笔者担任第一主编的数学教师培训教材有四本, 分别为:

(1) 王林全(华南师范大学)、刘美伦(北京教育局)、张安庆(新疆维吾尔自治区)主编, “高中新课程教材教师教育系列”《高中数学新课程实验与探索》(上册), 高等教育出版社 2004 年出版。

(2) 王林全(华南师范大学)、刘美伦(北京教育局)、张安庆(新疆维吾尔自治区)主编, “高中新课程教材教师教育系列”《高中数学新课程实验与探索》(下册), 高等教育出版社 2004 年出版。

(3) 王林全(华南师范大学)主编, 谭国华(广州市教育局教研室)副主编, 《高中新课程必修课教与学·数学》, 北京大学出版社 2006 年出版。

(4) 王林全(华南师范大学)主编, 谭国华(广州市教育局教研室)副主编, 《高中新课程选修课教与学·数学》, 北京大学出版社 2006 年出版。

4. 重视数学思想方法的渗透

高中新课程除了保留原有高中数学的基础知识外, 还参考各国的构想, 考虑

面向 21 世纪发展的需要, 增设大量的新内容, 如算法、概率统计、数学建模、导数与应用、矩阵与变换、空间向量等, 还十分重视数学思想方法的渗透, 如符号化思想、化归思想、函数与方程的思想、运动与变换的思想、整体化思想、分类讨论的思想、整体代换思想等, 以及一些常用的数学方法, 如换元法、待定系数法、反证法、数学归纳法等, 逐步渗透到高中数学之中, 它们与数学的核心内容相互交织, 相互结合, 展示了数学的魅力, 在解决问题中显示出威力。即使在高考命题与评卷中, 也注重数学思想方法的运用。

在数学教学中, 特别是在数学复习课中, 教师有时需要从暗处走向明处, 给学生点拨数学思想方法的运用, 揭示数学思想的威力。这样, 帮助高中生从整体上掌握数学思想方法, 就显得很有必要。以此为目的, 我们试验在高中开设“中学数学思想方法”选修课。为了让未来的中学数学教师较深入地掌握数学思想方法的教学, 我们又试验在若干所师范院校中开设“中学数学思想方法概论”选修课。广州、天津、重庆、武汉、南京、成都、长春七市高中联合试用“中学数学思想方法”选修课, 它与高三数学复习课结合起来进行, 学生在高中数学复习过程中, 同时也梳理了相应的数学思想方法, 实验取得较好的效果。

前者适合在高中作为选修课使用, 后者适合作为师范院校数学系选修课使用, 该教材翻印多次, 受到热烈欢迎。

5. 承担重点课题, 提炼实践经验

2013—2015 年, 笔者受广东省教育研究院的委托, 承担了广东省数学教育研究重点课题“具有广东特色基础教育数学课程与教材体系研究”, 笔者有幸担任该课题组的组长, 副组长由徐勇老师担任。从 2013 年开题, 到 2015 年结题, 笔者和课题组全体成员一起, 对广东省如何建设具有本土特色的课程教材体系做了较深入的探究。

我国义务教育和高中数学课程改革从 2000 年启动, 已经取得不少成绩。义务教育数学课程标准于 2011 年公布实施, 义务教育数学课程实施十年以来, 教师和专家们积累了丰富的经验, 对新课程更有信心。我们展望, 十年后, 教师们的实践成果经过整理, 将会形成整套经验, 集中在对一些难点的补充与完善上。例如, 对于基本数学活动经验, 人们将提出更加细致的阐述, 包括: ①概念逐步形成与深化的经验; ②探索定理或公式, 获得结论, 对定理的表述与提炼的经验; ③探索解题过程与途径, 包括思路试探、发现难点、排除错误的经验; ④总结解题类型, 提炼数学思想方法的经验; ⑤发现数学美、审视数学美、利用数学美、提炼数学美的经验; ⑥论述基本活动经验的稳定性、灵活性与发展性等。

我们应努力发现与寻找我国在课程改革方面当前存在的不足, 例如, 小学与初中之间, 初中与高中之间, 学段的衔接有欠紧密, 各地数学课程发展欠均衡, 中考、高考处理不当, 拖了教学改革的后腿。发现这些不足, 将能为今后课程改革的完善提供有益的根据。

课题组成员各自承担子课题,整个课题由大组合作研讨。本课题组认为,具有广东特色的数学课程应该具有如下特点:第一,广东临近港澳,容易通过港澳吸收外国数学课程的长处,具有敢为人先的首创精神。事实上,广东数学课程改革总是走在全国前面。例如数学课程改革,广东数学教材(沿海版)在全国有一定影响;高考改革,广东首先实验独立命题;义务教育数学课程,高中数学课程实验,广东都建立了第一批实验区;数学教育技术与课程的融合,广东省发挥了先行作用。但是,在实验中,北京、上海、浙江、湖北等地的经验较丰富,值得广东学习。

“国内外中小学数学课程发展的趋向与规律”是“中小学数学课程教材改革与发展研究”研究课题的子课题,由于数学是中小学的一个主要学科,该子课题的研究对于发展中小学教育,提高师生的素质,对于数学教师的职业发展,都有重要意义。本项目强调广东实验教材要具有广东特色,故应该说明具有广东特色的中小学数学课程体系的内涵:

第一,本项目研究应该重视学习海外各国数学课程经验,重视海峡两岸、粤港澳三地数学教育界的学术交流,吸收各国数学课程先进理念,学习行之有效的实施方法,了解各国所走过的弯路、所得到的教训。例如,了解各国数学科先进的内容,研究中小学生学习数学的心理特点,学习各国行之有效的数学教法与学法等,及时总结实践经验,分析实践效果。

第二,在数学课程的设计与实施中,上要领悟国家课程标准的理念,下要吃透教材的内容,把课标作为课程设计基础。课程与教材的设计人员要研究广东教育实际,研究学生的认知特点,认真分析近年广东各地行之有效的教学经验,总结数学教学规律。力求让新课程、新教材和谐一致,相互配合。新课程要让教师易教,让学生乐学,在数学教学中,师生活动相辅相成,共同提高。

第三,新课程、新教材应该内容连贯,数学的各部分之间联系紧密;教材的各章节,各年级之间应该互相衔接,前面年级要为后继年级做铺垫,后继年级要在前面年级学习的基础上巩固提高。

四、外国数学课程研究的新特点

笔者所负责的项目是“国内外中小学数学课程发展的趋向与规律”,这是广东省中小学教学研究“十二五”规划重点课题“中小学数学课程教材改革与发展研究”(编号J13-003)的组成部分,本课题组的成员为王林全、吴有昌、许世红、卢建川、苏洪雨、王爱珍、彭上观、刘喆、谢益民、韩裕娜、吴华东、林姬祎、吴凯斌,除笔者外,共12人,他们对本书的写作过程提供过各种支持。

笔者的主要研究工作为:中外数学课程的总体比较,中国内地与港澳台数学课程的比较研究;亚、欧、美、大洋洲等各国的数学课程的研究与各国、各地区数学课程的现代发展。本书涉及的中外数学课程比较内容有以下特点:

1. 内容新，材料活

笔者注意主动与各国专家、同行联系，主动调研上述各国、各地区数学教育的最新发展。书中的材料有些是来自笔者的友人与亲人，例如，爱尔兰的数学课程发展研究资料来自笔者的侄子邮件中告知的爱尔兰国家数学课程网的网址；新加坡的数学课程材料来自新加坡南洋理工大学李秉彝教授直接从新加坡发邮件寄给笔者的该国不同的数学教育网站的网址；新西兰数学课程发展现状是笔者直接与国际数学协会主席、新西兰的巴顿教授联系，由巴顿教授直接提供的资料。所以说内容新，是因为它反映了近期笔者参与的数学教育交流活动；之所以说材料活，是因为笔者把自己置身于数学交流与应答的过程中，反映了数学活动与交流的过程。

各国数学课程的新发展状况，有些是笔者参加国际会议获得，有些是与国外有关专家直接交流取得；有些是笔者在有关国家学校考察访问，参与听课，观察实验，与师生交流所得；还有一些是根据相关网站翻译改编而来，与我国数学课程的相关部分进行横向比较，从而得到相应的研究成果。

2. 作比较，看两面

对来自国外的成果，笔者注意和我国数学课程的相关方面进行比较，从而提供给我国同行参考借鉴。例如，笔者在“中美义务教育几何标准的比较研究”（3.1）、“中美高中代数标准的比较研究”（3.3）两节中，都指出双方的长处与不足，据此提出对我国课改的建议，有些意见对双方来说都是尖锐的，但也是实事求是的。

在中外课程研究中，要注意使用两分法，既注意克服片面性，也要避免狭隘性。例如，就中美数学课程的比较而言，美国数学课程成立了小学、初中、高中统一的数学课程标准机构，较好地照顾了不同学段间的衔接性与连贯性，避免学生受困于数学认知的鸿沟。然而，美国数学课程的编委会是民办组织，缺乏权威性，造成实施涣散、管理乏力，削弱了执行效果，这又反衬出我国统一、集中的数学课程标准较美国民间课程标准具有显著的优越性。

我们所坚持的观点是，既要虚心向外国学习，又要用发展的眼光看本国的优势与发展，树立民族自信心。例如，英国数学课程与我国相比，更注重培养学生的数学应用能力，把它作为数学课程的第一目标，因而英国学生的动手能力较强；而我国数学课程比英国课程更加重视培养学生的数学（尤其是几何）的推理与证明能力。因此，中英两国数学课程各有优势，互有不足，应该互相学习，注意取长补短。

3. 亲经历，望全球

本书内容的获取，笔者自始至终亲身参与。本书内容融合了笔者参加国际数学研讨会议的经历和切身体会。例如，首届东亚国际数学教育研讨会在韩国召开，各组分别由中、日、韩三国专家主持，突出了中、日、韩三国在东亚数学教

育中的主导地位与引领作用,笔者与韩国、日本专家共同主持了“数学的教与学”小组,取得了与外国专家合作主持会议的宝贵经验。笔者深入研究并发现东亚数学教育的共性与个性。又如“国际数学教育第15届专题研讨会——数学教师职业发展”,是笔者首次到南美国家巴西参与的ICMI国际会议,笔者作为中国大陆唯一被邀请参加该会议的代表,既有大量的机会与国外同行交流,又认识到中国教师教育的成就与不足。

4. 广取材,重提炼

本书涉及内容广泛,来自四海,惠及五洲。笔者注重国内外数学教育在各领域的比较,例如在代数教与学、几何教与学方面的国际比较,数据分析教与学的国际比较等。就国内比较而言,注重内地课程与港、澳、台地区课程的比较;就国家而言,注重发达国家与发展中国家课程的比较;就地域而言,注重对亚洲、欧洲、北美洲、南美洲、大洋洲各国数学课程的比较。

例如,加拿大共有13个省和地区,各省和地区都有自己的课程。“多样化的加拿大高中数学课程”一节,就是融合了加拿大各省和地区的数学课程标准写成的。加拿大各省和地区有各自的数学课程,呈现出多样化的课程特色。我们发现,加拿大对数学活动做了明确的界定,并把数学活动分为七类,对每一类活动的过程做了清晰的阐述,而且比我国对数学活动经验提出的时间更早、更清楚。加拿大课程对数学活动及其过程有十分精彩的阐述,恰恰与我国课程标准对数学活动的论述相映成趣,我们特意提炼了加拿大关于数学活动过程的精彩论述,以利于中加数学课程的比较与研究,从而吸收加拿大对数学活动的界定,学习加拿大同行对数学活动的认识,这对我国高中数学课程的修订应该有较好的参考价值。

5. 抽共性,树楷模

本书重点研究了ICME-8(第八届国际数学教育大会,其余各届大会缩写提法相同)、ICME-9、ICME-10、ICME-11、ICME-12、ICME-13届国际数学教育大会,学习历次国际数学教育大会的经验和方法。各届大会有不同的特色,又有一定的发展规律,回首1980年我国专家参加ICME-4,是我国学者首次参加大型国际数学教育大会,1984年只有5位专家与会,他们是:华罗庚(中国科学院),丁石荪(北京大学),丁尔升(北京师范大学),曹锡华(华东师范大学),曾如阜(华南师范大学)。此后各届大会,我国受邀参加大会的人数越来越多,从几个到十几个,甚至上百人受到邀请。2012年,第12届国际数学教育大会(ICME-12),我国有上百人受邀参加。可见,中国专家在国际数学教育研究中发挥着越来越积极的作用。

本书第6章简要地评介了12位数学教育大师,他们分别荣获了2003—2013年国际数学教育大奖,即以数学家克莱因冠名的数学教育终身成就奖,还有以数学教育家费赖登塔尔冠名的数学教育积累成果奖。本书通过对国际数学教育大奖得主的研究,学习各国数学教育大师的共同特点,有利于读者了解数学教育大

师们的成就，了解他们的研究方向，把握专家成就的某些共同规律；有利于思考数学教育科研的新方向、新课题，有利于同行寻找突破口，找出新的增长点。

6. 长积累，见成效

本书联系数学教育面广。作为国内外数学课程与教学改革成果的长期积累，本书涉及笔者本人的研究论文 100 余篇，同时也参考了笔者参与编著的其他专著，包括笔者主编或参编的教材、教学参考书共 17 本。这些都包含笔者的研究成果和数学教学的心得体会，评述 16 个国家与地区的数学课程与大纲，其中有些国家的课程是别的著作文献过去不曾涉及的。例如爱尔兰、新西兰、柬埔寨、尼泊尔等国，以及中国港澳台地区的数学课程与学校数学课程大纲等。这些都是各国、各地区数学课程的最新研究成果。总之，写成这本书，是笔者长期的愿望，也是长期的科研积累。希望本书的问世有助于读者认识数学课程发展的趋势，鼓励读者共同投身于数学课程发展的壮丽事业。

华南师范大学数学科学学院对笔者的科研工作与教学工作一贯给予关心、支持与帮助。本书的出版，就是在数学科学学院的支持与鼓励下，由华南师范大学“建设高水平大学的经费”赞助的。笔者衷心感谢华南师范大学校长刘鸣教授（博士生导师）对本书写作给予多方关心、支持与鼓励。笔者特别感谢数学科学学院院长黎稳教授（博士生导师）、副院长冯伟贞副教授，他们关心、鼓励与指导本书的写作，对笔者的教学科研一贯给予多方指导与支持，对专著提出过宝贵意见与建议，本书的出版与他们的亲切关怀与指导是分不开的！

7. 扬自信，用机会

笔者在国外访问，或参加学术会议，或应邀讲学，既把自己看成学者，也把自己看成国家派出的对外文化交流的使者，时刻铭记着个人的人格、国家的国格，利用一切可能的机会，表现出对我国数学教育、数学课程和国家发展的自信。

在伦敦泰晤士大学访问期间，笔者的导师罗尼·伯顿（Leone Burton）即将离校，前往另一所大学（伯明翰大学）任教，为了表彰她的贡献，学校召开全校教师大会，请罗尼·伯顿教授发表题为“数学教育的文化价值”的演说，在演说前，罗尼·伯顿教授把她的讲稿给笔者看了一下。笔者一看，教授在讲稿中，用浓笔重墨叙述了中国、埃及、印度、巴比伦等国古代文化丰富的数学蕴含，她从中国数学教材中析出了有价值的材料，令笔者赞赏、感动！

笔者事前征得罗尼·伯顿教授的同意，在她的演说结束前，递张纸条给大会主持人，要求在教授的演说结束后临时给笔者一个简短发言的机会。在得到主持人邀请后，笔者走上讲台，首先感谢教授对笔者的帮助与指导，深情地评述教授的演说，感谢她对我国数学文化和数学历史的了解。

罗尼·伯顿教授对中国数学史与数学文化非常熟悉，把它视为全人类的宝贵财富，没有民族的、区域的偏见。像她这样深入、公正看待中国数学与数学文化的学者，即使在中国，也不多见！她熟悉中国古代数学的源远流长，她正确对待

我国数学教育的现代发展，作为中国学者，笔者向她表示由衷的感谢。伴随着热烈的掌声，笔者向这位德高望重的教授献了花束。这一简短而勇敢的发言，展示出笔者对祖国数学与文化的自信与挚爱，讲话的时机也恰到好处。试想如果教授没有预先把讲稿给笔者阅读，笔者哪有机会主动要求加插评论性发言？如果我国数学教育没有长足发展，笔者对中国数学文化缺乏足够自信，哪敢在外国、外校大会上毛遂自荐作简短发言？

8. 敢交心，讲真话

这次发言之后，笔者对参与中外数学交流更有信心，罗尼教授对我的业务能力与表达水平更加信任。两个月后，我得到伦敦大学国王学院的邀请，而且又得到泰晤士大学罗尼教授的推荐，我欣然应邀到伦敦大学国王学院作题为“中国数学课程与数学教育新发展”的演讲，听我演讲的有国王学院数百名教师。这是一对多的交流。演讲历时一个多小时，听众对中国数学教育深感兴趣。会议预留15分钟，让主讲人回答英国教师们的问题。笔者事前十分兴奋，又颇感紧张，怕听不懂英国老师们问什么。于是，笔者决定实事求是地应答。笔者首先表示欢迎英国老师们提出他们感兴趣的问题，笔者将尽力回答，为了提高应答效果，希望老师们提问时讲慢点，使用简单易懂的英语提问。

此时，伦敦大学国王学院的玛格丽特教授当着全校老师的面，大声地对笔者说：“Your English is good!”她的亲切鼓励，给笔者增强了信心，树立了勇气。由于准备充分，对于英国同行提出的诸多问题，笔者一一予以解答，并把作者个人的观点融合进去。以后的交流过程顺利，并没有出现笔者原来担心的情况。

在这次演讲中，笔者实事求是地宣传了中国数学教育的成就的特点，例如华南师范大学附属中学教师们互听公开课的制度，每周教师们集体备课的制度，教师们以老带新，相互结对帮扶的制度；一些在教学中行之有效的做法，例如组织学生数学课外活动的经验，组织学生互帮互学的经验，组织数学兴趣小组的经验等等；还向英国同行介绍了广州市、广东省数学教研会的组织，每年数学教学评优活动，教师优秀论文评选、教师说课评选等，得到英国同行的良好评价。他们说，王林全教授的演讲“以点带面，勾勒了中国数学教育的新貌”。

当然，笔者也实事求是地自评了我国数学教育当前存在的问题，例如，各地数学教育发展不平衡，落后面较大，高考中考压力大，部分学校学生负担重，学生的才智得不到充分发挥等。在这次演讲中，笔者的数学交流能力、表述能力与应答能力都得到有益的锻炼。由此可见，虚心与实事求是也是对外学术交流的要领。

笔者希望本书的问世有助于读者认识数学课程发展的趋势，并与各国同行相互交流，知己知彼，共同投身于国际数学教育的发展，促进笔者与读者的共同提高。

王林全

2017年6月