

现代声学科学与技术丛书

传感器阵列超指向性 原理及应用

杨益新 汪勇 何正耀 马远良 著



科学出版社

现代声学科学与技术丛书

传感器阵列超指向性原理 及应用

杨益新 汪 勇 著
何正耀 马远良



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地介绍传感器阵列尤其是声学传感器阵列的超指向性原理、方法及其应用。本书共7章,主要讲述相位模态域、特征波束分解与综合、Gram-Schmidt 模态波束分解与综合和波束图综合等超指向性原理和方法,推导出一些解析闭式解,并对大部分理论给出对应的实验结果。本书主要以作者所在课题组多年来针对超指向性问题的研究成果为基础,纳入了作者近年来在国内外重要期刊和会议上发表的论文,同时也参考了少量其他课题组的研究成果。

本书是专门针对传感器阵列超指向性问题的著作,注重理论与实践相结合,叙述深入浅出,内容全面但不失专业性,可作为声呐、雷达、语音信号处理、无线通信等领域专业人员的参考书,也可作为高等院校相关专业本科生、研究生及教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

传感器阵列超指向性原理及应用/杨益新等著. —北京:科学出版社,2018.1
(现代声学科学与技术丛书)

ISBN 978-7-03-055307-2

I. ①传… II. ①杨… III. ①传感器-研究 IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 278347 号

责任编辑:祝洁 张瑞涛 赵微微/责任校对:郭瑞芝

责任印制:张克忠/封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年1月第一版 开本:720×1000 B5

2018年1月第一次印刷 印张:16

字数:318 000

定价:120.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《现代声学科学与技术丛书》编委会

主 编：田 静

执行主编：程建春

编 委：(按姓氏拼音排序)

陈伟中	邓明晰	侯朝焕	李晓东
林书玉	刘晓峻	马远良	钱梦騷
邱小军	孙 超	王威琪	王小民
谢菠菽	杨德森	杨 军	杨士莪
张海澜	张仁和	张守著	

自序

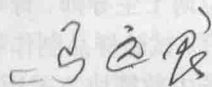
“超指向性”的概念自 20 世纪 40 年代问世以来,对其进行持续研究的热度不减,但类似于《传感器阵列超指向性原理及应用》这样的图书,国内外尚未发现其存在。超指向性问题之所以获得持续的关注,首先是它的科学价值大,有吸引力;同时应用需求很大,覆盖领域很广。无论是声波、光波还是电磁波,用亚波长的传感器阵列孔径均能够获得常规“时延后相加”波束形成器所无法获得的指向性和阵增益,如果真能成功实现超指向性,自然是令人振奋的。其次,有关理论的缺失以及实际运用的问题多,长期未得到解决,也是学者们不得不持续探索其解决之道的原由。本书作者及所在的西北工业大学水声科技团队长期专注于此项研究的原因亦在于此。

常言道“有志者,事竟成”。十几年前,我们决定要直面这个问题,争取在理论和实践两方面都有所突破。通过对 20 世纪 40 年代以来超指向性问题研究状况的分析,发现一个悖论:当阵元间隔无限减小、阵元数无限增加时,阵列的指向性指数趋于无限大,但其对误差的敏感性也是无限增加的。所以,超指向性似乎是“水中月,镜中花”,想得出来却做不出来。我们同时发现,对于超指向性优越性的证明,要么是用数论方法在极限条件下得到的,要么是用数学归纳法得出的;对于给定阵型和有限尺寸的具体阵列,反而没有严格的理论解,有的只是种种近似解。用近似解处理误差敏感的问题就带来第二个悖论。看来,寻求一种精确的、适用于实际阵列的理论模型,用以获得超指向性波束形成器的最优解,应当是我们的首要目标。一旦获得这个最优解,我们就可以将各种近似方法获得的结果与之比较,判定其正确性;还可以将实验结果与之比较,探索不成功的原因所在。在持续数年的摸索之后,凭借若干初步结果,我们于 2007 年申请了国家自然科学基金重点项目“高阶声场传感器及其阵列的稳健性理论与技术研究”,获得了数理学部的支持。其后几年在多位博士生导师、青年教师和硕士生、博士生的共同努力下,我们在理论模型仿真研究、试验样品制作等方面取得了突破性进展:针对圆环形均布阵列,利用均匀噪声场中数据协方差矩阵的循环特性,在方向性指数最优准则下得出了超指向性的最优解。这是一个解析解,也是不含数学近似的闭式解,用来分析圆环形超指向性阵列的基本性质:阵元数为 $2N$ 的均布圆环阵的优化方向图是 0 阶到 N 阶特征波束之和;阵列的最优权向量等于所有特征波束权向量之和;阵列最优解对误差的敏感度也等于各阶特征波束敏感度之和;而且,阶次越高,误差敏感度越大。基

于这些特性的揭示,形成了我们称之为“特征波束分解与综合”的圆环形阵列超指向性设计原理。这个原理指导我们实现了多种高阶超指向性圆环形阵列的设计与实验验证。有关结果于2013年1月在 *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 上首次发表,后续研究成果又在 *The Journal of the Acoustical Society of America* 等国内外期刊上陆续发表。

在此之后,研究的重点从圆环形这种特殊的阵型发展、推广到任意阵型。鉴于特征分解对于任意阵型存在数学上的困难,我们放弃特征波束分解,转而寻求正交模态波束分解,导致 Gram-Schmidt 正交变换的应用。可是 Gram-Schmidt 变换一般是递推实现的,不便于得出紧凑的、类似于圆环形阵列那样的解析解。通过坚持不懈的努力,我们推导出 Gram-Schmidt 变换的矩阵形式,其矩阵元素用阵元间的互相关系数导出,任意形状传感器阵列方向性指数的优化问题由此迎刃而解。可喜的是,所得结果与圆环形阵列超指向性的“特征波束分解与综合”原理完全契合,我们称之为“Gram-Schmidt 正交模态波束分解与综合”超指向性设计原理。所得的最优解的特性也与圆环阵类似。该结果于2015年在 *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 首次发表。至此,关于有限尺度阵列超指向性精确解问题的研究目标全部实现。

以上阐述的是我们研究超指向性问题的思维路线。围绕这条路线,涉及的其他问题还有很多。例如,与各种近似方法的关系及比较、障板的影响、基于特征波束或模态波束的全局方向图的旁瓣控制等,都需要继续深入研究,并且还要努力推动所述理论的实际应用。近期,有幸得到国家自然科学基金委员会“国家重大科研仪器研制项目”的支持,这使我们的工作得以进一步拓展。本书将尽力把这些新的研究成果,连同对前人贡献的分析与评论,比较准确、系统地奉献给读者。我们觉得,已获成果似乎打开了一扇新的窗户,让我们看到了一个深度和广度更大的研究空间。例如,与自适应阵列技术结合,有可能导致数据与模型相结合的前馈式“一步自适应”;与光电子技术相结合,有可能便于界定超指向性与超瑞利限的关系,并为分辨力的改进提供借鉴;还有发射态阵列的超指向性问题,等等。我们真诚欢迎读者对本书给以批评和指正,将超指向性的理论和应用继续推向前进。



2017年11月15日于西安

前 言

传感器阵列信号处理是指将一定数量传感器按不同结构形状布放于空间中采集信号,然后通过相关技术处理接收到的数据以提取有用信息。传感器阵列信号处理在声呐、语音信号处理、雷达、通信、医学成像、地质勘探和射电天文学等领域都有广泛应用。波束形成是传感器阵列信号处理的重要一环,其基本功能是形成空间指向性,抑制噪声和干扰,提高输出信噪比,其性能的优劣直接关系到相关信息(如目标方位或期望信号波形)提取的正确性和有效性。

在很多应用场合,如水声应用中的低频声呐系统、使用传声器阵列的小型助听设备、智能音箱以及宽带雷达系统中的相控阵等,都要求传感器阵列能够小型化和便携化,而此时采用常规波束形成方法处理所能带来的指向性十分有限,往往达不到实际要求,因此迫切需要一些理论和方法,能够在有限的尺度条件下获得足够高的指向性。已有的理论证明,超指向性可有效提高传感器阵列的信噪比增益和方位分辨力,且能大幅度减小阵列的尺度,具有很好的应用前景。然而,由于对误差十分敏感,实现超指向性仍具有很大的挑战性。

对于超指向性的研究由来已久,现在已取得了丰硕的成果,但迄今为止国内外仍然没有一本专门研究和讨论传感器阵列超指向性原理与方法的专著。本书在深入研究国内外相关理论成果的基础上,结合课题组多年来的研究成果,对传感器阵列,尤其是声学传感器阵列的超指向性原理进行系统深入的介绍。本书的主要目的是对当前国际上比较先进的超指向性理论和方法进行详细梳理,明确不同方法的优点和不足以及各种理论之间的区别与联系,指出实现超指向性的挑战所在,为超指向性传感器阵列的设计和应用提供更好的理论指导。

本书共7章。具体章节安排如下:第1章为绪论,首先对传感器阵列信号处理进行概述,简要介绍波束形成的重要作用,在此基础上,明确超指向性研究的背景和意义,然后从不同角度对超指向性理论的历史和现状进行综述。第2章介绍相关背景知识,明确超指向性的概念,并简要介绍几种经典的超指向性方法。第3、4章研究模态域超指向性理论,具体分成圆环形和球形传感器阵列进行讨论,并考虑障板影响。第5章介绍特征波束分解与综合超指向性理论,主要针对声透明和刚性障板表面圆环形声压传感器阵列,推导超指向性的精确解析闭式解,并给出相应的波束形成处理算法。第6章讨论适用于任意阵型的 Gram-Schmidt 模态波束分解与综合超指向性理论,同样推导出精确解析闭式解,给出几种有代表性的阵列设

计结果。第 7 章研究波束图综合超指向性理论，从理论推导和实验验证两个方面分别展开。

本书的研究工作先后获得了国家自然科学基金重点项目、面上项目和重大科研仪器研制项目的资助，另外，本书的出版得到了西北工业大学专著出版基金的直接资助，在此一并表示感谢！

鉴于作者水平和经验有限，书中难免存在一些疏漏，敬请读者批评指正。

目 录

自序

前言

第 1 章	绪论	1
1.1	研究背景及意义	1
1.2	研究历史及现状	3
1.2.1	超指向性的提出和早期研究	3
1.2.2	超指向性存在的问题和现有的解决途径	4
1.2.3	现有超指向性方法的分类	10
1.3	本书的结构	13
第 2 章	背景知识及超指向性概述	15
2.1	背景知识	15
2.1.1	任意结构的阵列	15
2.1.2	信号场模型	16
2.1.3	噪声场模型	18
2.1.4	阵列接收数据模型	22
2.1.5	波束形成	22
2.2	超指向性的概念	28
2.2.1	超指向性的一般原理	29
2.2.2	超指向性和超增益的区别与联系	31
2.2.3	超指向性方法与常规方法的比较	31
2.3	常见的超指向性方法	32
2.3.1	对角加载方法	33
2.3.2	白噪声增益约束方法	33
2.3.3	多约束优化方法	34
2.3.4	统计类方法	34
2.3.5	矢量传感器与差分阵列技术	35
2.4	本章小结	37
第 3 章	圆环形阵列相位模态域超指向性理论	39
3.1	声场建模	40

3.1.1	球体表面圆环阵	40
3.1.2	柱体表面圆环阵	43
3.1.3	任意障板表面圆环阵	46
3.2	圆环形阵列相位模态域波束形成的基本原理	47
3.2.1	特征波束形成器和模态波束形成器	47
3.2.2	球体表面圆环阵	49
3.2.3	柱体表面圆环阵	51
3.2.4	任意障板表面圆环阵	54
3.3	间接相位模态域波束形成	56
3.3.1	几种典型的间接相位模态域方法	56
3.3.2	球体表面圆环阵间接相位模态域波束形成	58
3.3.3	柱体表面圆环阵间接相位模态域波束形成	63
3.3.4	任意障板表面圆环阵间接相位模态域波束形成	65
3.4	直接相位模态域波束形成	67
3.4.1	指向性因子计算模型	67
3.4.2	相位模态域直接优化方法的一般形式	68
3.4.3	球体表面圆环阵直接相位模态域波束形成	70
3.4.4	柱体表面圆环阵直接相位模态域波束形成	78
3.4.5	任意障板表面圆环阵直接相位模态域波束形成	86
3.5	本章小结	88
第 4 章	球形阵列相位模态域超指向性理论	90
4.1	声场建模	90
4.2	球形阵列相位模态域波束形成的基本原理	92
4.2.1	特征波束形成器的输出	92
4.2.2	球体的空间采样	94
4.2.3	模态波束形成器	101
4.3	相位模态域波束形成	105
4.3.1	波束设计	105
4.3.2	误差分析	111
4.4	本章小结	117
第 5 章	特征波束分解与综合超指向性理论	118
5.1	最优解的形式	118
5.1.1	高阶超指向性解的基本形式	118
5.1.2	障板的影响	122
5.1.3	特征波束分解与综合超指向性解的解释	124

5.1.4	对于稳健性的讨论	125
5.1.5	实际指向性因子	126
5.2	最大指向性因子与最优波束的极限表达式	128
5.2.1	理想圆环阵的最优指向性因子	128
5.2.2	极限表达式的推导	130
5.3	仿真结果	134
5.3.1	理想圆环阵超指向性随半径波长比的变化关系	134
5.3.2	误差敏感度函数与指向性因子	136
5.3.3	与 CBF 方法和 MVDR 方法的比较	139
5.3.4	与对角加载类方法的比较	140
5.3.5	与相位模态域方法的比较	141
5.3.6	理论波束图	142
5.3.7	实际波束图	148
5.4	实验结果	150
5.4.1	实验描述	150
5.4.2	具有最优指向性因子的超指向性波束图	150
5.4.3	具有旁瓣约束的超指向性波束图	154
5.5	本章小结	158
第 6 章	Gram-Schmidt 模态波束分解与综合超指向性理论	160
6.1	理论形式	160
6.1.1	最优权值向量的矩阵表示	160
6.1.2	GS 模态波束分解与综合	163
6.1.3	实际指向性因子	164
6.2	设计实例	166
6.2.1	直线阵	166
6.2.2	圆环阵	171
6.2.3	“V”形阵	173
6.3	与其他方法的比较	175
6.3.1	与 CBF 方法和 MVDR 方法的比较	175
6.3.2	与对角加载类方法的比较	177
6.4	实验结果	178
6.5	本章小结	180
第 7 章	波束图综合超指向性理论	182
7.1	特征分解方法的理论解	183
7.1.1	基本形式	183

7.1.2	最优超指向性波束形成	185
7.1.3	频率不变响应波束形成	186
7.1.4	具有偶数个阵元的声透明圆环阵解的形式	187
7.1.5	声透明圆环阵的仿真和实验结果	188
7.1.6	障板表面圆环阵	191
7.2	基于实测阵列流形的数值方法	195
7.2.1	棱柱体表面圆环阵	195
7.2.2	共形矢量阵	203
7.3	本章小结	210
附录 A	圆环阵最大指向性因子和最优波束理论极限表达式的推导	212
A.1	三维空间各向同性均匀噪声场	212
A.2	二维空间各向同性均匀噪声场	218
附录 B	具有偶数个阵元的声透明圆环阵对称关系式的证明	221
附录 C	水听器基阵阵列流形的边界元计算	223
C.1	基于边界元法求解基阵阵列流形的计算模型	223
C.2	边界元计算软件 SYSNOISE 简介	225
参考文献		227
索引		239
	《现代声学科学与技术丛书》已出版书目	241

第1章 绪 论

本章首先对传感器阵列信号处理进行概述, 简要介绍波束形成的重要作用, 在此基础上, 明确超指向性研究的背景和意义; 其次, 从不同角度对超指向性理论的历史和现状进行介绍, 指出面临的问题以及现有方法的缺点和不足; 最后, 介绍本书的结构。

1.1 研究背景及意义

传感器阵列信号处理是指将一定数量传感器按不同结构形状布放于空间中采集信号, 然后通过相关技术处理接收到的数据以提取有用信息, 其在声呐、雷达、语音信号处理、通信、医学成像、地质勘探和射电天文学等领域都有广泛应用^[1]。传感器阵列作为硬件基础, 是连接物理场(声场、电磁场等)与信号处理的桥梁, 其布放形式、尺寸大小和传感器个数等都对最终信息的提取具有重要影响; 处理算法作为软件部分, 更直接关系到相关信息(如目标方位或期望信号波形)提取的正确性和有效性。

波束形成作为阵列信号处理算法的重要一环, 其作用不容忽视。最常见的波束形成方式是对阵列各阵元采集到的数据进行线性加权求和处理得到标量波束输出, 而实现波束形成的处理器称为波束形成器。由于不同方向入射的信号经加权求和后具有不同的输出响应, 由此形成了空间指向性, 进而可实现空域滤波, 提高输出信噪比以及分辨目标空间方位等, 体现了传感器阵列对于单个无指向性传感器的优势所在。

衡量波束形成器性能的指标主要有指向性、阵增益、稳健性、波束旁瓣级和主瓣宽度等, 它们都是相互关联的, 其中指向性的意义尤为突出, 而指向性因子是其量化表示, 在空间各向同性均匀噪声场中等同于阵增益^[2]。具体地讲, 指向性因子是描述接收阵声能量集中程度的一个物理量, 是对在选定方向从空间的一定体积中集中接收能量的一种度量, 也是对基阵抗干扰和各向同性噪声能力的一种度量^[3]。因此, 高指向性意味着能够检测更微弱信号, 更准确地估计目标方位, 更清楚地分辨相邻的多个目标。然而, 目前最常用的延迟求和方法所能提供的指向性十分有限, 远远没有发挥出阵列的全部潜力。实际中不同领域的应用都对波束形成器的性能提出了更高要求, 采用常规波束形成器的系统已经难以满足现实需求。

首先以水声应用为例, 声呐系统是应用传感器阵列的最典型平台之一, 其对

应的传感器单元主要是水听器。声呐技术主要应用于军事领域,其任务是探测和定位潜艇等水下目标。然而,近半个世纪以来,得益于科学技术的进步,如低噪声机械和设备、高效隔振隔声装置(控制结构噪声)的研制,潜艇外形的优化设计以及吸声材料、隔声层(控制声波的反射)的研究,使得潜艇的辐射噪声和回波量级显著降低。先进潜艇的辐射噪声水平在 20 世纪最后三十年间每十年可下降约 10 dB,如美国在 90 年代建造的 SSN-21(海狼级)核动力潜艇,其 1 kHz 处声压谱密度级为 85~95 dB,宽带噪声级为 125~135 dB;俄罗斯的阿库拉级攻击型核潜艇在 1 kHz 处声压谱密度级可达到约 90 dB。可以看出,美俄先进核潜艇已达到“安静型”的噪声下界,甚至初步跨越到“极安静”的噪声范围内(90 dB)。2009 年 2 月,英国“先锋”号核潜艇和法国“凯旋”号核潜艇在大西洋相撞,这也从侧面反映出两国核潜艇在低速航行时辐射噪声水平已经大幅度降低。面对不断进步的潜艇隐身技术,传统声呐的作用距离大大降低,在应用效能上面临严重的挑战。虽然研究者也提出了其他非声学探测方法,如电磁场和遥感探测^[4-7],但只能作为辅助手段,仍然难以替代声呐的主要地位。如何最大限度地提高我国新型声呐对安静型潜艇的探测能力,已经成为反潜战中十分迫切的任务。由于水声信号的传播损失随频率的降低而减小,国际上水声装备发展的明显趋势是低频化,以求通过减小传播损失换来探测距离的提高。检测这类低频安静型的水下目标,势必要提高波束形成器的性能,尤其是指向性和阵增益。如果采用常规信号处理方法,必须扩大阵列尺寸增加阵元数。然而,这样的低频阵列尺寸往往达到几十米甚至几百米,不仅造价昂贵,而且布放回收也非常不方便,尤其对于浮标声呐,这样的阵列也不利于浮标的隐蔽性。

在空气声学中,传声器阵列^[8,9]同样需要利用波束形成方法抑制干扰和混响,提高信噪比和估计目标方位,应用场景包括助听设备、远场识别、临境语音通信以及电话会议等^[10-15]。在这些场合中,传声器阵列的尺寸和阵元数目经常会受到安装空间的限制,如小型的助听设备,采用常规方法所能获得的指向性就难以满足实际需求。天线领域使用天线单元及其阵列接收电磁波信号,在很多应用中同样希望天线尺寸能够小型化,如宽带雷达系统中的相控阵^[16]和小型无线电系统中的天线阵列等^[17]。由此可见,虽然处理的信号(包含水下目标辐射噪声信号、语音信号和电磁波信号等)和应用环境不同,但声呐、传声器阵列以及天线系统对波束形成器的要求都是一致的,即利用较小的阵列和较少的阵元数获取较高的指向性与空间增益。

如何更好地提升阵列的性能,最大限度地发挥阵列的潜力以满足应用需求,是亟待解决的实际问题,而超指向性为此提供了一种思路。一般而言,超指向性方法可以在不增加阵列尺度和阵元数的前提下,降低适用的频率范围,获得超过延迟求和方法所能得到的指向性,或者在同样的指向性条件下大大减小阵列孔径和减少

阵元数。因此,超指向性在提高信噪比、探测目标和分辨方位的性能上远优于常规延迟求和方法。另外,利用超指向性还能获得更好的宽带性能,并且减小阵列尺寸也意味着可以缩短近场区域,就水声应用而言,可以为潜艇辐射噪声源的定位与测量带来极大的方便,具有很好的实际应用价值。由此可见,研究稳健的超指向性波束形成方法,可进一步推动声呐与雷达装备的升级和革新,以及传声器和天线阵列系统的改进,对于我国的国防建设和经济发展都具有重要意义。

1.2 研究历史及现状

1.2.1 超指向性的提出和早期研究

超指向性的概念最早在天线领域提出,然后逐渐引入声学阵列信号处理中。早期比较有代表性的研究有:Schelkunoff在1943年首次证明了等间距端射线列阵可以获得超过 $10\lg M$ dB的方向性指数(M 为阵元数目)^[18],但并未提出“超指向性”的概念。1946年Uzkov首先发现了 M^2 定律^[19],即上述阵列的最大方向性指数在阵元间距与波长比值无限小时可达 $20\lg M$ dB,但他并没有给出该定律的数学证明。Uzkov的发现意味着:从理论上说用任意小尺度的线列阵,只要阵元数足够多,就可以获得任意窄的波束宽度和任意大的方向性指数。波束宽度的减小意味着分辨力的提高,方向性指数的增大意味着所述阵列在空间均匀噪声场中的信噪比增益得到提高,由此表明小尺寸阵列具有巨大的潜力,故而引起了研究者的广泛兴趣。同时,Dolph利用直线阵波束响应表达式与Chebyshev多项式之间的等效关系发明了著名的Dolph-Chebyshev方法^[20],可以获得等旁瓣的波束。在此基础上,Riblet改进了Dolph-Chebyshev方法^[21],使得阵元间距小于半波长时也能获得具有超指向性的等旁瓣波束。Bloch等^[22]给出了一个4元端射直线形天线阵列的实验结果,运用超指向性方法获得了高于常规方法约4dB的指向性。Tucker^[23]通过解除阵元间的互耦,提高了超指向性接收阵列的带宽。Hansen^[16,24-26]针对天线阵列的超指向性问题进行系统性的研究,Haviland^[27]对此阶段超增益天线的研究进行了较为全面的综述。Pritchard^[28]将Dolph-Chebyshev和Riblet-Chebyshev方法应用于声学传感器阵列的波束图综合中,尤其详细讨论了Riblet-Chebyshev方法,并明确指出在阵元间距小于半波长时能够获得超指向性。Pritchard^[29]详细计算了线列阵的最大指向性指数,指出当阵元间距大于等于半波长时,运用常规的均匀加权方法就能够获得最大指向性指数;但当阵元间距小于半波长时,可以得到超指向性,不过此时的权值会呈现大幅值、反相位的特点。Capon^[30]于1969年提出了著名的Capon或最小方差无失真响应(minimum variance distortionless response, MVDR)波束形成方法,影响深远。其原理是在保证从波束指向方向入射的信号无失真输

出的条件下使得波束输出总功率最小。当接收数据协方差矩阵只包含噪声成分时,其输出结果具有最大的阵增益,在空间各向同性均匀噪声场中,即具有最大的指向性,也就是理论上所能获得的指向性上限。Gerzon^[31]在 1976 年应用广义群理论和广义希尔伯特空间的方法证明了一个轴对称声学换能器的最大指向性因子可以达到 K^2 , 其中 K 是总阶数,同时给出了一个最优波束图形式。Butler 等^[32]证明了小型球形声源发射指向性的 K^2 定律。Maksym^[33]运用相位模态理论详细研究了小尺度圆环阵对远场信号方位的估计性能,指出了最大似然估计与超指向性的联系。Weston^[34,35]导出了一类 Jacobi 阵列,能在给定阵元间距时逼近于最优的指向性。Gilbert 等^[36]最先指出通过约束非相关噪声中的阵增益可改善超指向性阵列的稳健性,Uzsoky 等^[37]随后也讨论了类似的问题。在此基础上,Newman 等^[38]通过约束敏感性函数,一定程度上可以在阵列尺寸、增益、输出信噪比、阵列效率、稳健性和波束图之间进行折中。Cox 等^[39,40]进一步明确了白噪声增益可以作为衡量波束形成器误差敏感性的参数,并通过增加白噪声增益约束获得了稳健的超指向性结果,使得超指向性方法在实际中应用的可能性大大提高。在相同文献中,Cox 等针对直线阵还提出通过适当的实数加权 and 过扫描,利用简单的延迟求和波束形成器也可获得近似的稳健超指向性,他们随后详细比较了具有不同阵元数和阵元间距的直线阵在三维和二维各向同性均匀噪声场中的超指向性性能,但仅给出了仿真结果,没有进行实验验证。Parsons^[41]给出了一种适用于任意阵列的最大指向性指数证明方法,该方法基于方向性正交展开,能够给出最优的权值。他还指出,在各种三维阵列结构中,直线阵可以获得最好的指向性指数。实际上,对于给定的阵列,当信号频率一定时,其能获得的指向性因子具有理论上界,即 MVDR 方法给出的最优指向性。

1.2.2 超指向性存在的问题和现有的解决途径

以上研究表明了超指向性的巨大潜力,也对其可行性进行了论证,但未能将其广泛应用。就接收阵列而言,理论上的优越性能难以在实际中获得的主要原因是方法的稳健性较差,阵元相位和幅度误差、位置偏移、系统自噪声、通道不一致性、阵元互耦和结构散射等都会破坏超指向性形成的条件。虽然 Cox 等在提高稳健性上进行了很多有益的尝试,但受限于当时的技术水平,超指向性始终未能走向成熟。

稳健性是超指向性的本质问题,如何提高稳健性,减小随机误差、自噪声和结构散射等影响是成功实现超指向性的关键所在。对此,研究者从不同角度做了大量卓有成效的工作,可分为以下几类。

(1) 从影响超指向性的因素本身入手,减少误差来源并减小误差量级,降低系统自噪声以及补偿结构散射等。

在早期的研究中^[42,43],一直把系统自噪声作为影响超指向性的重要因素,这

是因为当电路自噪声高于环境噪声时,通道之间的噪声相关性降低,破坏了超指向性的形成条件,降低了超指向性的性能。近年来,电子技术高速发展,极低噪声放大器自噪声在 1 kHz 时低至 10^{-9} V 量级^[44]。若采用这样的放大器,以 1×10^{-9} V 为例,考虑灵敏度为 -190dB 的水听器,深海环境噪声在 1 kHz 时约为 53dB(一级海况)^[2],则输出的噪声比电路系统自噪声高 40~50 dB。在这种情况下,如果再对电路系统结构进一步优化设计,完全有望将自噪声对超指向性的影响控制在稳健性范围之内。

此外,还可采取如下措施:严格控制传感器本身特性,使其幅度和相位误差保持在一定范围之内;将各通道信号通过同一放大器,以消除通道不一致性;优化阵列结构,尽量减少基阵支架的散射影响;提高阵列结构的加工精度,减小阵元位置误差;利用实测阵列流形进一步补偿误差影响等。虽然受限于现有科技水平,很多误差不可能被完全消除,但已有的技术储备足以获得超指向性创造良好的条件。

(2) 对经典最优方法进行改进,通过增加约束条件提高方法本身的稳健性,这是最常见的方式,具体措施如下所示。

① 直接对角加载或增加白噪声增益约束^[40,45]。直接对角加载就是对噪声互谱矩阵或空域相关矩阵的所有对角元素同时增加一个合适的量,然后再由对角加载后的噪声互谱矩阵或空域相关矩阵计算权值向量;白噪声增益约束可转化为权值向量 Euclidean 范数约束,本质上等效于对角加载,白噪声约束值和对角加载量可相互转化,但关系较复杂^[46],一般可由二阶锥规划算法直接求解权值向量^[47]。此类方法形式简单,能在一定程度上改善稳健性,且适用于任意阵型,但对角加载量或白噪声增益约束值难以确定,选择太大可能会损失过多指向性,选择太小则稳健性可能仍然不足。

② 多约束优化,即在白噪声增益、指向性、旁瓣级、主瓣宽度等性能指标之间选取一个作为优化目标,其他作为约束条件,然后利用数值方法,如二阶锥规划,求解符合要求的权值向量^[48,49]。该方法的优点是可以在多个相互关联的性能指标中进行折中,对阵列形式以及阵元指向性无要求,但缺点同样明显,即计算量偏大,操作不方便,相关参数不易确定等。

③ 考虑误差统计特性。Doclo 等^[50]在已知误差统计信息的条件下,通过优化平均性能设计出了稳健宽带超指向性波束形成器;Crocco 等^[51]对此方法进行了改进,减小了计算量。Doclo 等^[52]随后进一步研究了基于误差统计特性的超指向性方法,通过折中平均噪声和扰动能量、最小化与期望指向性的平均误差以及最大化平均指向性因子等措施,获得了稳健的超指向性结果。Crocco 等^[53]提出的对指向性和宽带性能一起优化的方法,其解具有较简单的形式,但只能得到有限的超指向性。Chen 等^[54]证明利用误差统计信息提高稳健性在本质上等价于白噪声增益约束,因此也属于广义的对角加载类方法。Trucco 等^[55]仍然基于统计类方法的思